

ΛΥΣΗ

α) Έχουμε ισοδύναμα:

$$|2x-1| < 1, \text{ οπότε}$$

$-1 < 2x-1 < 1$, προσθέτουμε στα μέλη της ανίσωσης το 1 και έχουμε

$0 < 2x < 2$, διαιρούμε τα μέλη της ανίσωσης με το 2 και τελικά

$$0 < x < 1$$

β) Από το α) ερώτημα, έχουμε $0 < x < 1$, οπότε και $0 < x^2 < 1$. Πρέπει να βρούμε τη σχέση του x με τον x^2 . Θα πάρουμε τη διαφορά τους $x^2 - x$ και θα βρούμε το πρόσημό της. Το τριώνυμο $x^2 - x = x(x-1)$ έχει ρίζες $x_1 = 0$ και $x_2 = 1$. Δεδομένου ότι $0 < x < 1$, μας ενδιαφέρει το πρόσημο του τριωνύμου στο διάστημα εντός των ριζών του. Στο διάστημα αυτό το τριώνυμο είναι αρνητικό. Δηλαδή $x^2 - x < 0$ για $x \in (0,1)$. Οπότε $x^2 < x$.

Τελικά, $x^2 < x < 1$.

Εναλλακτικά, πολλαπλασιάζουμε τα μέλη της $0 < x < 1$ με $x > 0$, οπότε προκύπτει:

$$0 < x^2 < x \text{ και τελικά } x^2 < x < 1.$$