

ΛΥΣΗ

α)

i. Η συνάρτηση ορίζεται για τις τιμές του $x \in \mathbb{R}$, για τις οποίες ισχύει $x^2 - 3x + 2 \neq 0$ (1).

Το τριώνυμο $x^2 - 3x + 2$ έχει $\alpha = 1, \beta = -3, \gamma = 2$ και $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 1 > 0$

Οι ρίζες του είναι $x_1 = \frac{-\beta - \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = 1$ και $x_2 = \frac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = 2$.

Άρα η (1) ισχύει για $x \neq 1$ και $x \neq 2$. Συνεπώς το πεδίο ορισμού της συνάρτησης είναι:

$$A = \mathbb{R} - \{1, 2\}.$$

ii. Είναι $f(x) = \frac{x^2 - x}{x^2 - 3x + 2} = \frac{x(x-1)}{(x-1)(x-2)} = \frac{x}{x-2}$, $x \in \mathbb{R} - \{1, 2\}$.

β) Οι τετμημένες των κοινών σημείων, αν αυτά υπάρχουν, θα είναι οι λύσεις της εξίσωσης:

$$|f(x)| = 1, \text{ δηλαδή}$$

$$\left| \frac{x}{x-2} \right| = 1, \text{ οπότε}$$

$$\frac{x}{x-2} = 1 \text{ ή } \frac{x}{x-2} = -1, \text{ δηλαδή}$$

$$x = x - 2 \text{ ή } x = -(x - 2) \text{ και τελικά}$$

$$0x = -2, \text{ που είναι αδύνατη ή } x = 1 \text{ που δεν είναι δεκτή λύση.}$$

Συνεπώς η ευθεία $y = 1$ δεν έχει κοινά σημεία με τη γραφική παράσταση της $|f(x)|$.