

ΛΥΣΗ

α) Οι ενδείξεις ενός ζαριού είναι οι ακέραιες τιμές από το 1 ως το 6.

Άρα $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$.

β) i. Η εξίσωση $x^2 - 2x + \lambda - 2 = 0$ ως δευτεροβάθμια δεν έχει πραγματικές ρίζες όταν $\Delta < 0$.

Επομένως,

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (\lambda - 2) = 4 - 4 \cdot \lambda + 8 = 12 - 4 \cdot \lambda.$$

Άρα $12 - 4 \cdot \lambda < 0 \Leftrightarrow \lambda > 3$.

Δηλαδή $\lambda \in (3, +\infty)$, επιπλέον $\lambda \in \Omega$, δηλαδή $\lambda \in \{1,2,3,4,5,6\}$.

Προκύπτει $\lambda=4$ ή 5 ή 6 .

Άρα το ζητούμενο σύνολο $A = \{4,5,6\}$.

ii. Έστω x_1 και x_2 οι ρίζες της εξίσωσης με $x_1 \cdot x_2 = 1$.

Σύμφωνα με τους τύπους Vieta $x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha} = \lambda - 2$.

Άρα $\lambda - 2 = 1 \Leftrightarrow \lambda = 3$.

γ) Για $\lambda = 3$ η εξίσωση γίνεται $x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ διπλή ρίζα.

Άρα η ρίζα της εξίσωσης είναι η $x=1$ διπλή.