

ΛΥΣΗ

α) Τον πέμπτο χρόνο λειτουργίας ($x=5$), με τη βοήθεια της ευθείας $\Gamma\Delta$ των εσόδων, εκτιμούμε ότι η εταιρεία θα έχει περίπου 100 ευρώ έσοδα ($y=100$ είναι η τεταγμένη του σημείου της ευθείας $\Gamma\Delta$ με τετμημένη $x=5$).

Τον πέμπτο χρόνο λειτουργίας ($x=5$), με τη βοήθεια της ευθείας AB των δαπανών, εκτιμούμε ότι οι δαπάνες της εταιρείας θα είναι περίπου 75 ευρώ ($y=75$ είναι η τεταγμένη του σημείου της ευθείας AB με τετμημένη $x=5$).

β)

i. Η ευθεία $\Gamma\Delta$, που αναπαριστά τη συνάρτηση των εσόδων $\varepsilon(x)$, διέρχεται από τα σημεία $\Gamma(0,50)$ και $\Delta(10,150)$ οπότε έχει συντελεστή διεύθυνσης:

$$\alpha = \frac{150-50}{10-0} = \frac{100}{10} = 10 \text{ και εξίσωση } \Gamma\Delta: y = 10x + 50.$$

Η ευθεία AB , που αναπαριστά τη συνάρτηση των δαπανών $\delta(x)$, διέρχεται από τα σημεία $A(0,100)$ και $B(10,50)$ οπότε έχει συντελεστή διεύθυνσης:

$$\alpha = \frac{100-50}{0-10} = \frac{50}{-10} = -5 \text{ και εξίσωση } AB: y = -5x + 100.$$

Παρατηρούμε ότι:

Το σημείο της ευθείας $\Gamma\Delta$ με τετμημένη $x=5$ έχει τεταγμένη:

$$y = 10 \cdot 5 + 50 = 50 + 50 = 100.$$

Το σημείο της ευθείας AB με τετμημένη $x=5$ έχει τεταγμένη:

$$y = -5 \cdot 5 + 100 = -25 + 100 = 75.$$

Επομένως οι εκτιμήσεις που κάναμε ήταν σωστές.

ii. Η τετμημένη του σημείου τομής των ευθειών AB και $\Gamma\Delta$ είναι η λύση της εξίσωσης:

$$10x + 50 = -5x + 100, \text{ δηλαδή}$$

$$15x = 50, \text{ οπότε}$$

$$x = \frac{50}{15} = 3\frac{1}{3} \text{ και}$$

$$\text{η τεταγμένη του σημείου τομής είναι: } y = -5 \cdot \frac{50}{15} + 100 = -\frac{50}{3} + 100 = \frac{250}{3} \approx 83,3$$

Συνεπώς $3\frac{1}{3}$ έτη (3 έτη και 4 μήνες) μετά την έναρξη λειτουργίας, τα έσοδα της εταιρείας είναι όσα και οι δαπάνες της (83,3 χιλιάδες ευρώ).