

#### ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$  και η ευθεία  $y = \alpha$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

α) Να αιτιολογήσετε γιατί η γραφική παράσταση  $C_f$  της  $f$  είναι πάνω από τον άξονα  $x'x$ .

(Μονάδες 5)

β) Να αποδείξετε ότι αν  $0 < \alpha < 1$ , τότε η  $C_f$  έχει με την ευθεία δυο κοινά σημεία των οποίων να βρείτε τις τετμημένες.

(Μονάδες 10)

γ) Να αποδείξετε ότι για οποιοδήποτε πραγματικό αριθμό  $x$  ισχύει  $|xf(x)| \leq \frac{1}{2}$ .

(Μονάδες 10)