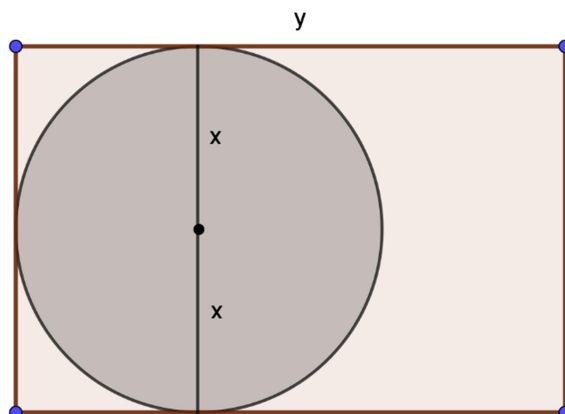


#### ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο με μήκος  $y$  cm και περίμετρο 10 cm. Μέσα σε αυτό δίνεται κύκλος με ακτίνα  $x$  cm, ο οποίος εφάπτεται στις τρεις πλευρές του ορθογωνίου.



α)

- i. Να αποδείξετε ότι η σχέση που εκφράζει το μήκος  $y$  (σε cm) του ορθογωνίου ως συνάρτηση της ακτίνας  $x$  του κύκλου είναι:

$$y = 5 - 2x, \quad x \in \left(0, \frac{5}{2}\right).$$

(Μονάδες 5)

- ii. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του ορθογωνίου (σε  $\text{cm}^2$ ) δίνεται από τη σχέση

$$E_{\text{ορθ}} = 10x - 4x^2, \quad x \in \left(0, \frac{5}{2}\right).$$

(Μονάδες 5)

- β) Να αποδείξετε ότι το μέρος του εμβαδού του ορθογωνίου (σε  $\text{cm}^2$ ) που βρίσκεται έξω από τον κύκλο δίνεται από τη σχέση:

$$E = 10x - (\pi + 4)x^2, \quad x \in \left(0, \frac{5}{2}\right).$$

(Μονάδες 6)

- γ) Αν το εμβαδό  $E$  του ορθογωνίου που βρίσκεται έξω από τον κύκλο είναι ίσο με  $(6 - \pi)\text{cm}^2$  και ο  $x$  είναι ένας ρητός αριθμός, τότε να βρείτε:

- i. την ακτίνα  $x$  του κύκλου.

(Μονάδες 6)

- ii. τις διαστάσεις του ορθογωνίου.

(Μονάδες 3)