

ΛΥΣΗ

α) Οι τετμημένες των σημείων A, B είναι οι λύσεις της εξίσωσης $f(x) = g(x)$,
ισοδύναμα $x^2 = x$, δηλαδή $x^2 - x = 0$, οπότε $x(x-1) = 0$ και τελικά $x = 0$ ή $x = 1$.

Επειδή το σημείο A είναι πιο αριστερά από το σημείο B , η τετμημένη του A είναι
0 και η τετμημένη του B είναι 1.

Για $x = 0$ είναι $f(0) = 0$, οπότε $A(0,0)$.

Για $x = 1$ είναι $f(1) = 1$, οπότε $B(1,1)$.

β)

i. Από το σχήμα βλέπουμε ότι η γραφική παράσταση της f είναι κάτω από τη
γραφική παράσταση της g , για τις τετμημένες των σημείων της γραφικής
παράστασης της g που είναι μεταξύ των A, B , δηλαδή για $0 < x < 1$.

ii. Η γραφική παράσταση της f είναι κάτω από τη γραφική παράσταση της g για
τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $x^2 < x$. Η ανίσωση $x^2 < x$ ισοδύναμα
γίνεται $x^2 - x < 0$ που είναι μία ανίσωση 2ου βαθμού και η λύση της βασίζεται
στο πρόσημο του τριωνύμου $x^2 - x$, που φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
$x^2 - x$	+	○	-	○	+

Συνεπώς πράγματι $x^2 < x$ για $0 < x < 1$.

Σημείωση: Με βάση τα παραπάνω για κάθε $x \in (0,1)$ είναι $x^2 < x$, π.χ. $\left(\frac{1}{2}\right)^2 < \frac{1}{2}$

αφού ισοδύναμα $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$. Συνεπώς το τετράγωνο οποιουδήποτε αριθμού δεν είναι
πάντα μεγαλύτερο από τον ίδιο τον αριθμό.

γ) Αφού $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2 < \frac{\alpha}{\beta}$ με βάση τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι $0 < \frac{\alpha}{\beta} < 1$. Συνεπώς

$\left|\frac{\alpha}{\beta}\right| = \frac{\alpha}{\beta} < 1$ οπότε, $\frac{|\alpha|}{|\beta|} < 1$ και ισοδύναμα $|\alpha| < |\beta|$.