

ΛΥΣΗ

α) i. Αν αντικαταστήσουμε τα α^2, β^2 από τις δοσμένες ισότητες, βρίσκουμε ότι

$$\alpha^2 - \beta^2 = 2\alpha + \beta - 2\beta - \alpha = \alpha - \beta.$$

ii. Η τελευταία ισότητα γράφεται $(\alpha - \beta)(\alpha + \beta) = \alpha - \beta$. Αλλά, $\alpha - \beta \neq 0$, αφού οι αριθμοί α, β είναι διαφορετικοί μεταξύ τους, οπότε παίρνουμε $\alpha + \beta = 1$, που είναι το ζητούμενο.

β) Όπως προηγουμένως, έχουμε:

$$A = \alpha^2 + \beta^2 = 2\alpha + \beta + 2\beta + \alpha = 3\alpha + 3\beta = 3(\alpha + \beta) = 3 \cdot 1 = 3$$

αφού $\alpha + \beta = 1$.