

ΛΥΣΗ

α) Για να αποδείξουμε την ζητούμενη ισότητα, θα χρησιμοποιήσουμε ευθεία απόδειξη.

Έχουμε λοιπόν:

$$(x-1)^2 + (y+4)^2 = (x^2 - 2x + 1) + (y^2 + 8y + 16) = x^2 + y^2 - 2x + 8y + 17.$$

β) Έχουμε διαδοχικά:

$$x^2 + y^2 - 2x + 8y + 17 = 0 \stackrel{(\alpha)}{\Leftrightarrow}$$

$$(x-1)^2 + (y+4)^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$(x-1)^2 = 0 \text{ και } (y+4)^2 = 0, \text{ δηλαδή}$$

$$x-1=0 \text{ και } y+4=0, \text{ οπότε τελικά}$$

$$x=1 \text{ και } y=-4.$$