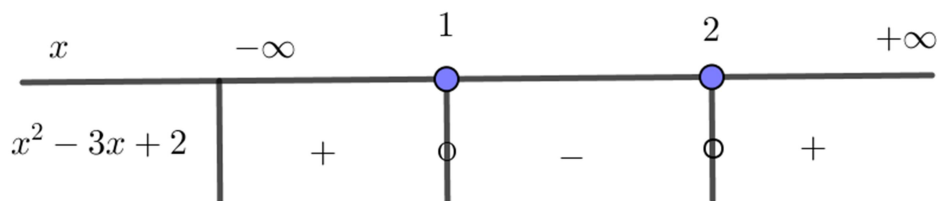


ΛΥΣΗ

α) Έχουμε: $|x-1| < 2 \Leftrightarrow -2 < x-1 < 2 \Leftrightarrow -1 < x < 3$.

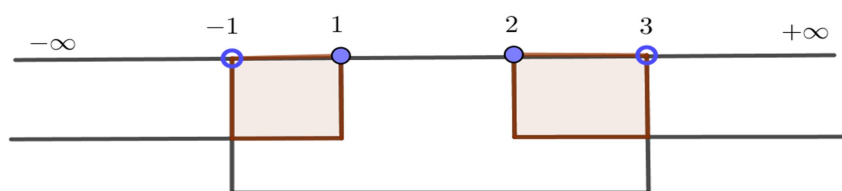
Για να λύσουμε την ανίσωση $x^2 - 3x + 2 \geq 0$, θα βρούμε πρώτα τις ρίζες x_1 και x_2 του τριωνύμου. Έχουμε λοιπόν: $x_1 + x_2 = \frac{-\beta}{\alpha} = 3$ και $x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha} = 2$, οπότε $x_1 = 1$ και $x_2 = 2$.

Στη συνέχεια κατασκευάζουμε τον πίνακα προσήμου για το τριώνυμο $x^2 - 3x + 2$, με $\alpha = 1 > 0$:



Οπότε η ανίσωση αληθεύει για $x \in (-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$.

β) Με χρήση του άξονα των πραγματικών αριθμών,



βλέπουμε ότι οι ανισώσεις συναληθεύουν για $x \in (-1, 1] \cup [2, 3)$.

γ) Εφόσον οι αριθμοί ρ_1 και ρ_2 , με $\rho_1 < \rho_2$, ανήκουν στο σύνολο των κοινών λύσεων των ανισώσεων, θα ισχύει: $\rho_1, \rho_2 \in (-1, 1] \cup [2, 3)$.

i. Αν $\rho_1, \rho_2 \in (-1, 1]$, τότε: $\begin{cases} -1 < \rho_1 \leq 1 \\ -3 < 3\rho_2 \leq 3 \end{cases}$ και προσθέτοντας κατά μέλη προκύπτει:

$$-4 < \rho_1 + 3\rho_2 \leq 4, \text{ συνεπώς } -1 < \frac{\rho_1 + 3\rho_2}{4} \leq 1 \text{ και ο αριθμός } \frac{\rho_1 + 3\rho_2}{4} \text{ είναι κοινή}$$

λύση των ανισώσεων.

ii. Αν $\rho_1 \in (-1, 1]$ και $\rho_2 \in [2, 3)$, τότε: $\begin{cases} -1 < \rho_1 \leq 1 \\ 6 \leq 3\rho_2 < 9 \end{cases}$, και προσθέτοντας κατά μέλη

$$\text{προκύπτει: } 5 < \rho_1 + 3\rho_2 < 10, \text{ συνεπώς } \frac{5}{4} < \frac{\rho_1 + 3\rho_2}{4} < \frac{5}{2} \text{ και ο αριθμός } \frac{\rho_1 + 3\rho_2}{4}$$

$$\text{είναι κοινή λύση των ανισώσεων μόνο εάν } 2 \leq \frac{\rho_1 + 3\rho_2}{4} < \frac{5}{2}.$$