

ΛΥΣΗ

α) Η παράσταση Α ορίζεται όταν :

$$|x| - 1 \neq 0 \Leftrightarrow$$

$$|x| \neq 1 \Leftrightarrow$$

$$x \neq \pm 1$$

και η παράσταση Β όταν:

$$|x| - 2 \neq 0 \Leftrightarrow$$

$$|x| \neq 2 \Leftrightarrow$$

$$x \neq \pm 2$$

β) Έχουμε: $-x^2 + 4|x| - 3 = -|x|^2 + 4|x| - 3$. Θέτουμε $\omega = |x|$, οπότε

$$-|x|^2 + 4|x| - 3 = -\omega^2 + 4\omega - 3,$$

που είναι τριώνυμο με ρίζες των οποίων το άθροισμα είναι $-\frac{\beta}{\alpha} = -\frac{4}{-1} = 4$ και το γινόμενο

είναι $\frac{\gamma}{\alpha} = \frac{-3}{-1} = 3$, οπότε $\omega_1 = 3$ και $\omega_2 = 1$. Άρα

$$-\omega^2 + 4\omega - 3 = -(\omega - 1)(\omega - 3)$$

και

$$-|x|^2 + 4|x| - 3 = -(|x| - 1)(|x| - 3).$$

$$\text{Συνεπώς: } A = \frac{-x^2 + 4|x| - 3}{|x| - 1} = \frac{-(|x| - 1)(|x| - 3)}{(|x| - 1)} = 3 - |x|.$$

Για την παράσταση Β έχουμε:

$$B = \frac{x^2 - 4|x| + 4}{|x| - 2} = \frac{|x|^2 - 4|x| + 4}{|x| - 2} = \frac{(|x| - 2)^2}{(|x| - 2)} = |x| - 2.$$

γ) Η ανίσωση γίνεται:

$$B - A < 2d(x, 4) - 5 \Leftrightarrow$$

$$|x| - 2 - 3 + |x| < 2|x - 4| - 5 \Leftrightarrow$$

$$2|x| - 5 < 2|x - 4| - 5 \Leftrightarrow$$

$$|x| < |x - 4| \Leftrightarrow$$

$$|x|^2 < |x - 4|^2 \Leftrightarrow$$

$$x^2 < (x - 4)^2 \Leftrightarrow$$

$$x^2 < x^2 - 8x + 16 \Leftrightarrow$$

$$x < 2$$

Δεδομένου ότι για να έχει νόημα η ανίσωση πρέπει $x \neq \pm 1$ και $x \neq \pm 2$, τελικά η ανίσωση αληθεύει για

$$x \in (-\infty, -2) \cup (-2, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, 2).$$