

ΛΥΣΗ

α) Η ακολουθία (α_n) είναι αριθμητική πρόοδος, διότι η διαφορά δυο οποιωνδήποτε διαδοχικών όρων της είναι σταθερή:

$$\alpha_{n+1} - \alpha_n = [10 + 3(n+1)] - (10 + 3n) = 10 + 3n + 3 - 10 - 3n = 3.$$

Ο πρώτος όρος της προόδου είναι $\alpha_1 = 10 + 3 \cdot 1 = 13$ και η διαφορά $\omega = 3$.

β) Πρέπει να βρούμε για ποιες τιμές του $n \in \mathbb{N}$ ισχύει:

$$14 < \alpha_n < 401 \Leftrightarrow$$

$$14 < 10 + 3n < 401 \Leftrightarrow$$

$$4 < 3n < 391 \Leftrightarrow$$

$$\frac{4}{3} < n < \frac{391}{3} \Leftrightarrow$$

$$1, \overline{3} < n < 130, \overline{3}$$

Οι όροι της αριθμητικής προόδου που είναι μεταξύ των αριθμών 14 και 401, είναι οι $\alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_{130}$ που είναι 129 όροι.

γ) Έχουμε:

$$\alpha_2 + \alpha_3 + \dots + \alpha_{130} = S_{130} - \alpha_1 = \frac{130}{2}(2\alpha_1 + 129 \cdot \omega) - \alpha_1 = 65(2 \cdot 13 + 129 \cdot 3) - 13 = 26832,$$

ή εναλλακτικά, αν θεωρήσουμε τον α_2 πρώτο όρο, έχουμε άθροισμα 129 πρώτων όρων και:

$$\begin{aligned} \alpha_2 + \alpha_3 + \dots + \alpha_{130} &= S_{129} = \frac{129}{2}(2a_2 + 128\omega) = 129(\alpha_2 + 64\omega) = 129(\alpha_1 + \omega + 64\omega) = \\ &= 129(\alpha_1 + 65\omega) = 129(13 + 65 \cdot 3) = 26832. \end{aligned}$$