

ΛΥΣΗ

α)

i. Η ακολουθία (α_n) είναι αριθμητική πρόοδος αφού κάθε όρος της, πέραν του 1ου, προκύπτει από τον προηγούμενο με πρόσθεση του αριθμού 2, με $\alpha_1 = 1$ και $\omega = 2$ οπότε ο γενικός της όρος είναι

$$\alpha_n = \alpha_1 + (n-1) \cdot \omega = 1 + (n-1) \cdot 2 = 1 + 2n - 2 = 2n - 1.$$

ii. Η ακολουθία (β_n) είναι αριθμητική πρόοδος αφού κάθε όρος της, πέραν του 1ου, προκύπτει από τον προηγούμενο με πρόσθεση του αριθμού -2, με $\beta_1 = 13$ και $\omega = -2$ οπότε ο γενικός της όρος είναι

$$\beta_n = \beta_1 + (n-1) \cdot \omega = 13 + (n-1) \cdot (-2) = 13 - 2n + 2 = 15 - 2n.$$

β) Έστω ότι διάβασε το βιβλίο σε n μέρες. Τότε $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n = \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_n$

δηλαδή :

$$\frac{(2 \cdot 1 + (n-1) \cdot 2) \cdot n}{2} = \frac{(2 \cdot 13 + (n-1) \cdot (-2)) \cdot n}{2}$$

$$\text{και ισοδύναμα: } \frac{(2 + 2n - 2) \cdot n}{2} = \frac{(26 - 2n + 2) \cdot n}{2},$$

$$\text{δηλαδή } \frac{2n \cdot n}{2} = \frac{(28 - 2n) \cdot n}{2}.$$

Και αφού $n \neq 0$, θα είναι $2n = 28 - 2n$, δηλαδή $4n = 28$ και τελικά $n = 7$.

γ) Προφανώς ανεξάρτητα από τον τρόπο που διάβασε το βιβλίο, το πλήθος των

$$\text{σελίδων του βιβλίου είναι το } S_7 = \frac{(2 \cdot 1 + (7-1) \cdot 2) \cdot 7}{2} = 49.$$

δ) Για κάθε $n = 1, 2, \dots, 7$,

$$\text{είναι } \beta_{8-n} = \beta_1 + (8-n-1) \cdot (-2) = 13 - 16 + 2n + 2 = 2n - 1 = \alpha_n.$$