

ΛΥΣΗ

α) i. Από την ισότητα  $\alpha + \beta + \gamma = 0$ , προκύπτει ότι  $\beta + \gamma = -\alpha$ , που είναι το ζητούμενο.

ii. Με τη βοήθεια του προηγούμενου υποερωτήματος, έχουμε:

$$\frac{\alpha^2}{\beta + \gamma} = \frac{\alpha^2}{-\alpha} = -\alpha.$$

β) Από το ερώτημα (α) έχουμε:

$$\frac{\alpha^2}{\beta + \gamma} = -\alpha.$$

Ομοίως, από τη δοσμένη ισότητα παίρνουμε  $\gamma + \alpha = -\beta$  και  $\alpha + \beta = -\gamma$ , οπότε

$$\frac{\beta^2}{\gamma + \alpha} = \frac{\beta^2}{-\beta} = -\beta \text{ και } \frac{\gamma^2}{\alpha + \beta} = \frac{\gamma^2}{-\gamma} = -\gamma.$$

Επομένως,

$$\frac{\alpha^2}{\beta + \gamma} + \frac{\beta^2}{\gamma + \alpha} + \frac{\gamma^2}{\alpha + \beta} = -\alpha - \beta - \gamma = -(\alpha + \beta + \gamma) = 0$$

που είναι το ζητούμενο.