

ΛΥΣΗ

α) Επειδή $\alpha=2$, $\beta=-1$ και $\gamma=-1$ η διακρίνουσα είναι

$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 2(-1) = 9 > 0$. Το τριώνυμο έχει δύο άνισες ρίζες:

$$x_1 = \frac{-(-1)+\sqrt{9}}{2 \cdot 2} = \frac{4}{4} = 1 \quad \text{και} \quad x_2 = \frac{-(-1)-\sqrt{9}}{2 \cdot 2} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}.$$

Επομένως το τριώνυμο γίνεται

$$2x^2 - x - 1 = 2(x-1)\left(x + \frac{1}{2}\right) = (x-1)(2x+1)$$

Άρα έχουμε $2x^2 - x - 1 = (x-1)(2x+1)$.

β) Η ανίσωση γίνεται $x(1-2x) \leq -1 \Leftrightarrow -2x^2 + x + 1 \leq 0 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 1 \geq 0$

Έχουμε να λύσουμε ανίσωση δευτέρου βαθμού.

Παρατηρούμε πως το τριώνυμο της ανίσωσης είναι το τριώνυμο του πρώτου ερωτήματος. Άρα μηδενίζεται για $x_1 = 1$ και $x_2 = -\frac{1}{2}$ και επειδή το $\alpha=2>0$ προκύπτει:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	1	$+\infty$	
$2x^2 - x - 1$	+	0	-	0	+

Σύμφωνα με τον πίνακα προσήμων το τριώνυμο θα είναι ομόσημο του α , δηλαδή θετικό για $x \leq -\frac{1}{2}$ ή $x \geq 1$.

Οι λύσεις της ανίσωσης είναι $x \in \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup [1, +\infty)$.