

ΛΥΣΗ

α) Ισχύουν: $\alpha_3 = 8$ και $\alpha_{11} = 32$, οπότε $\alpha_1 + 2\omega = 8$, (1) και $\alpha_1 + 10\omega = 32$, (2).

Αν από την (2) αφαιρέσουμε την (1) βρίσκουμε

$$8\omega = 24 \Rightarrow \omega = 3$$

Με αντικατάσταση στην (1) παίρνουμε

$$\alpha_1 + 6 = 8 \Rightarrow \alpha_1 = 2$$

β) Η πρόοδος (β_n) έχει πρώτο όρο $\beta_1 = 57$ και διαφορά $\omega' = 2$ οπότε $\beta_2 = 57 + 2 = 59$ και

$$\alpha_n = \beta_2 \Leftrightarrow \alpha_1 + (n-1)\omega = 59 \Leftrightarrow 2 + 3(n-1) = 59 \Leftrightarrow 3n = 60 \Leftrightarrow n = 20$$

Επομένως ο εικοστός όρος της πρώτης προόδου είναι ίσος με τον δεύτερο όρο της δεύτερης.

γ) Το άθροισμα των $2n$ πρώτων όρων της (α_n) είναι ίσο με το άθροισμα των n πρώτων όρων

της (β_n) , οπότε έχουμε: $[2\alpha_1 + (2n-1) \cdot 3] \cdot \frac{2n}{2} = [2\beta_1 + (n-1) \cdot 2] \cdot \frac{n}{2}$, απ' όπου, με αντικατάσταση

των πρώτων όρων, παίρνουμε $2 \cdot 2 + (2n-1) \cdot 3 = 2(57 + n-1) \cdot \frac{1}{2}$.

Η τελευταία ισότητα γράφεται $4 + 6n - 3 = 57 + n - 1$, απ' όπου προκύπτει ότι $5n = 55$, δηλαδή $n = 11$, που είναι η ζητούμενη τιμή του n .