

#### ΘΕΜΑ 4

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = x + \frac{1}{x}$  και  $g(x) = x - \frac{1}{x}$ ,  $x \neq 0$

α) Να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$A = f(2) + g(2) - f\left(\frac{1}{2}\right) - g\left(\frac{1}{2}\right)$$

(Μονάδες 7)

β) Να αποδείξετε ότι  $(f(x))^2 - (g(x))^2 = 4$  για οποιοδήποτε αριθμό  $x$  με  $x \neq 0$

(Μονάδες 8)

γ) Θεωρούμε την ευθεία  $y = \alpha$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Αν η ευθεία έχει κοινά σημεία με τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ , να αποδείξετε ότι  $|\alpha| \geq 2$ .

(Μονάδες 10)