

## ΛΥΣΗ

α)

- i. Επειδή η ευθεία  $\varepsilon: y = c$  είναι παράλληλη με τον άξονα  $x'x$ , από το σχήμα προκύπτει ότι για να έχει κοινά σημεία με την γραφική παράσταση της  $f$  πρέπει  $c \geq 1$ .
- ii. Για να έχει κοινά σημεία η ευθεία  $\varepsilon: y = c$  με τη γραφική παράσταση της  $f$ , πρέπει η εξίσωση  $|x - 2| + 1 = c \Leftrightarrow |x - 2| = c - 1$  να έχει λύση. Επειδή είναι  $|x - 2| \geq 0$ , αρκεί  $c - 1 \geq 0 \Leftrightarrow c \geq 1$ .

β) Για  $c \geq 1$  η  $|x - 2| = c - 1$  έχει λύσεις τις:

$$x - 2 = c - 1 \Leftrightarrow x = c + 1 \text{ ή } x - 2 = -(c - 1) \Leftrightarrow x = 3 - c.$$

Άρα τα κοινά σημεία είναι τα  $A(3 - c, c)$  και  $B(c + 1, c)$ .

γ)

- i. Επειδή τα σημεία  $A$  και  $B$  έχουν την ίδια τεταγμένη, για να είναι  $(AB) \leq 2$  πρέπει το μήκος του οριζόντιου τμήματος ανάμεσα στις δύο ημιευθείες της γραφικής παράστασης της  $f$  να είναι μικρότερο ή ίσο του 2. Από το σχήμα προκύπτει ότι αυτό ισχύει για τα σημεία με τεταγμένη από 1 έως και 2. Άρα  $1 \leq c \leq 2$ .
- ii. Επειδή τα σημεία  $A$  και  $B$  έχουν την ίδια τεταγμένη, το μήκος  $(AB)$  είναι  $(AB) = |c + 1 - (3 - c)| = |2c - 2|$ . Άρα:

$$(AB) \leq 2 \Leftrightarrow |2c - 2| \leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq 2c - 2 \leq 2,$$

η οποία γίνεται:

$$-1 \leq c - 1 \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq c \leq 2.$$

Αλλά από το ερώτημα α) πρέπει  $c \geq 1$ . Άρα τελικά  $1 \leq c \leq 2$ .