

ΛΥΣΗ

α) Τα τριώνυμο $x^2 + 2x - 3$ έχει διακρίνουσα $\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16$, οπότε έχει δύο ρίζες

$$\text{άνισες τις } x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm 4}{2} = \begin{cases} \frac{-2+4}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ \frac{-2-4}{2} = \frac{-6}{2} = -3 \end{cases}$$

και παραγοντοποιείται ως εξής : $x^2 + 2x - 3 = (x-1)(x+3)$.

β)

i. Πρέπει $x-1 \neq 0$ δηλαδή $x \neq 1$ οπότε το πεδίο ορισμού είναι το $A = \mathbb{R} - \{1\} = (-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$.

ii. Από το α) ερώτημα δείξαμε ότι $x^2 + 2x - 3 = (x-1)(x+3)$ οπότε

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x-1} = \frac{(x+3)(x-1)}{(x-1)} = x+3 \text{ για κάθε } x \in A = \mathbb{R} - \{1\}.$$

iii. Η γραφική παράσταση της f είναι η ευθεία με εξίσωση $y = x+3$ από την οποία θα εξαιρέσουμε το σημείο που έχει τετμημένη 1, αφού το 1 δεν ανήκει στο πεδίο ορισμού της f .

Για $x=0$ έχουμε $y=0+3$ οπότε ένα σημείο της ευθείας $y=x+3$ είναι το $A(0,3)$.

Για $x=-1$ έχουμε $y=-1+3=2$ οπότε ένα σημείο της ευθείας $y=x+3$ είναι το $B(-1,2)$.

Για $x=1$ έχουμε $y=1+3=4$ οπότε το σημείο της ευθείας $y=x+3$ που θα εξαιρέσουμε είναι το $\Gamma(1,4)$.

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

