

#### ΘΕΜΑ 4

##### ΛΥΣΗ

α) Για το εμβαδόν (ΑΔΕ) ισχύει:  $(A\Delta E) = (AB\Gamma\Delta) - (ABE) - (\Gamma\Delta E) =$

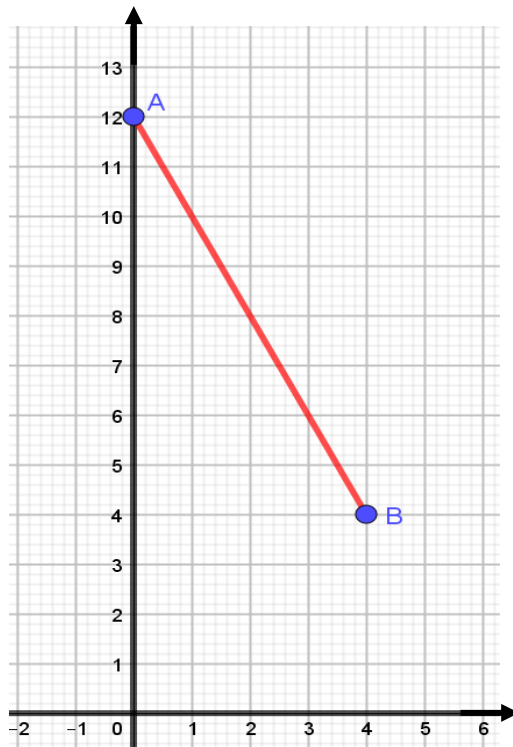
$$\frac{AB + \Gamma\Delta}{2} \cdot A\Delta - \frac{AB \cdot EZ}{2} - \frac{\Delta\Gamma \cdot EH}{2} = \frac{2 + 6}{2} \cdot 4 - \frac{2(4-x)}{2} - \frac{6x}{2} = 16 - (4-x) - 3x$$

$$= 16 - 4 + x - 3x$$

Ώστε  $f(x) = -2x + 12$ .

Για την μεταβλητή  $x$ , πρέπει  $x \in [0,4]$ , αφού απαιτούμε τα μήκη ΕΗ και ΕΖ να είναι μη αρνητικοί αριθμοί, άρα πρέπει  $x \geq 0$  και  $4 - x \geq 0$ , άρα  $x \leq 4$ .

β) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = -2x + 12$  με  $x \in \mathbb{R}$ , γνωρίζουμε ότι είναι μια ευθεία, οπότε εδώ, η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x)$  θα είναι ένα ευθύγραμμο τμήμα, με άκρα τα σημεία  $A(0,12)$  και  $B(4,4)$ , αφού  $f(0) = -2 \cdot 0 + 12 = 12$  και  $f(4) = -2 \cdot 4 + 12 = -8 + 12 = 4$ .



$$\gamma) \Sigma = f\left(\frac{1}{16}\right) + f\left(\frac{2}{16}\right) + f\left(\frac{3}{16}\right) + f\left(\frac{4}{16}\right) \dots + f\left(\frac{64}{16}\right) =$$

$$\left(-2 \cdot \frac{1}{16} + 12\right) + \left(-2 \cdot \frac{2}{16} + 12\right) + \dots + \left(-2 \cdot \frac{64}{16} + 12\right)$$

$$\Sigma = -\frac{2}{16}(1 + 2 + 3 + \dots + 64) + 12 \cdot 64 = -\frac{1}{8} \cdot \frac{64(64+1)}{2} + 12 \cdot 64. \text{ Τελικά:}$$

$$\Sigma = -4 \cdot 65 + 12 \cdot 64 = (-4 + 12) \cdot 65 - 12 = 8 \cdot 65 - 12 = 520 - 12 = 508.$$

Χρησιμοποιήσαμε την ισότητα  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$  αφού πρόκειται για άθροισμα  $n$  διαδοχικών όρων μιας αριθμητικής προόδου  $(a_n)$  με  $a_1 = 1$ ,  $\omega = 1$ ,  $a_n = n$ , οπότε από τον γνωστό τύπο  $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$  παίρνουμε  $S_n = \frac{n}{2}(1 + n) = \frac{n(n+1)}{2}$ .