

Λύση

α) Ισχύει ότι $a_{n+1} = a_n + 2$, άρα είναι αριθμητική πρόοδος με διαφορά $\omega = 2$.

Σε μία αριθμητική πρόοδο ισχύει ότι:

$$a_n = a_1 + (n - 1)\omega, \text{ άρα}$$

$$a_{10} = a_1 + 9\omega, \text{ οπότε}$$

$$a_1 = a_{10} - 9\omega = 50 - 9 \cdot 2 = 32.$$

Συνεπώς ισχύει ότι $a_1 = 32$ και $\omega = 2$.

β) Σε μία αριθμητική πρόοδο το άθροισμα των n πρώτων όρων της είναι ίσο με:

$$S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n - 1)\omega).$$

Επομένως για $n = 40$ έχουμε:

$$S_{40} = \frac{40}{2} (2 \cdot 32 + 39 \cdot 2) = 20(64 + 78) = 20 \cdot 142 = 2.840.$$

Συνεπώς, το σύνολο των καθισμάτων της κερκίδας είναι 2.840.

γ) Η 1η σειρά καθισμάτων έχει 32 καθίσματα, η 2η 34 και η 3η 36. Αν οι θεατές μπορούν να καθίσουν μόνο στις περιττές σειρές καθισμάτων, τότε δημιουργείται μία αριθμητική πρόοδος με $\beta_1 = a_1$, $\beta_2 = a_3, \dots$ με πρώτο όρο $\beta_1 = 32$ και διαφορά $\delta = 4$.

Το πλήθος των όρων αυτής της αριθμητικής προόδου που πρέπει να καταμετρηθεί είναι οι 20 πρώτοι όροι, καθώς σε 40 σειρές καθισμάτων οι μισές θα είναι περιττές.

Οπότε το πλήθος των θεατών που μπορούν να καθίσουν στην κερκίδα είναι:

$$S_{20} = \frac{20}{2} (2 \cdot 32 + 19 \cdot 4) = 10(64 + 76) = 10 \cdot 140 = 1.400.$$