

#### ΛΥΣΗ

α) Το χρονικό όριο του επιπέδου 1 είναι  $\alpha_1 = 300$  δευτερόλεπτα και του επιπέδου 4 είναι  $\alpha_4 = 255$  δευτερόλεπτα. Σε μια αριθμητική πρόοδο ο γενικός όρος δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha_v = \alpha_1 + (v-1)\omega, \text{ οπότε}$$

$$\alpha_4 = \alpha_1 + 3\omega, \text{ δηλαδή}$$

$$255 = 300 + 3\omega, \text{ οπότε}$$

$$\omega = -15.$$

Αυτό σημαίνει ότι όσο αυξάνει το επίπεδο δυσκολίας (από 1 σε 2, από 2 σε 3, από 3 σε 4, κ.ο.κ) το χρονικό όριο που έχει ο παίκτης για να το ολοκληρώσει ελαττώνεται (σταθερά) κατά 15 δευτερόλεπτα κάθε φορά.

β) Αν τα επίπεδα είναι στο σύνολό τους  $v$ , τότε  $\alpha_v = 45$  (το τελευταίο επίπεδο έχει χρονικό όριο 45 δευτερολέπτων) και ζητάμε την τιμή του  $v$ . Συνεπώς,

$$\alpha_v = 45 \Leftrightarrow$$

$$\alpha_1 + (v-1)\omega = 45 \Leftrightarrow$$

$$300 + (v-1)(-15) = 45 \Leftrightarrow$$

$$300 - 15v + 15 = 45 \Leftrightarrow$$

$$15v = 270 \Leftrightarrow$$

$$v = 18$$

Άρα το παιχνίδι ολοκληρώνεται σε 18 επίπεδα.

γ) Ο μέγιστος επιτρεπόμενος χρόνος που θα χρειαστεί ένας παίκτης για να ολοκληρώσει το παιχνίδι θα προκύψει αν προσθέσουμε το μέγιστο χρονικό όριο και των 18 επιπέδων του παιχνιδιού, δηλαδή

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_{18} = S_{18}.$$

Στην αριθμητική πρόοδο ισχύει η σχέση:

$$S_v = \frac{v}{2}(\alpha_1 + \alpha_v), \text{ συνεπώς}$$

$$S_{18} = \frac{18}{2}(\alpha_1 + \alpha_{18}), \text{ οπότε τελικά}$$

$$S_{18} = 9(300 + 45) = 9 \cdot 345 = 3105.$$

Ο μέγιστος χρόνος που θα χρειαστεί ένας παίκτης για να ολοκληρώσει το παιχνίδι είναι 3105 δευτερόλεπτα (δηλαδή 51 λεπτά και 45 δευτερόλεπτα).

δ) Αν  $\beta_1 = 147$  είναι ο χρόνος που χρειάζεται ο παίκτης για να ολοκληρώσει το επίπεδο 1,

$\beta_n$  είναι ο χρόνος που χρειάζεται για να ολοκληρώσει το επίπεδο  $n$  και  $(\beta_n)$  είναι αριθμητική πρόοδος με  $\beta_1 = 147$  και  $\omega = 3$ . Θέλουμε να ελέγξουμε αν ο χρόνος που χρειάζεται ο παίκτης για να ολοκληρώσει κάθε επίπεδο είναι μικρότερος ή ίσος από τον μέγιστο επιτρεπόμενο χρόνο κάθε επιπέδου.

Θέλουμε τη μέγιστη τιμή του  $n \in \mathbb{N}$ , ώστε  $\beta_n \leq \alpha_n$ . Δηλαδή:

$$147 + (n - 1)3 \leq 300 + (n - 1)(-15) \Leftrightarrow$$

$$144 + 3n \leq 315 - 15n \Leftrightarrow$$

$$18n \leq 171 \Leftrightarrow$$

$$n \leq \frac{171}{18} \Leftrightarrow$$

$$n \leq 9,5$$

Άρα η μέγιστη τιμή του  $n$  είναι 9, που σημαίνει ότι ο παίκτης, με το ρυθμό που παίζει, θα ολοκληρώσει μόνο 9 από τα 18 επίπεδα του παιχνιδιού.