

ΛΥΣΗ

α) Γνωρίζουμε ότι ο όγκος της δεξαμενής ισούται με το γινόμενο των τριών διαστάσεων της. Επειδή η δεξαμενή έχει βάση τετράγωνη θέτουμε x το μήκος και το πλάτος της οπότε το ύψος της θα είναι $\frac{x}{4}$. Άρα ο όγκος της δεξαμενής V θα είναι:

$$V = x \cdot x \cdot \frac{x}{4} = \frac{x^3}{4}$$

Αφού η δεξαμενή έχει όγκο $V = 16m^3$ θα έχουμε:

$$V = 16 \Leftrightarrow$$

$$\frac{x^3}{4} = 16 \Leftrightarrow$$

$$x^3 = 64 \Leftrightarrow$$

$$x = \sqrt[3]{64} \Leftrightarrow$$

$$x = \sqrt[3]{4^3} \Leftrightarrow$$

$$x = 4m.$$

Οπότε η δεξαμενή έχει μήκος και πλάτος ίσα με 4m και ύψος ίσο με 1 m.

β) Έστω x , ($x > 0$) το μήκος της δεξαμενής. Τότε το πλάτος της θα είναι $x-2$ και ο όγκος της δεξαμενής θα ισούται με $V = 2x(x-2)$.

Οπότε έχουμε :

$$V = 16 \Leftrightarrow$$

$$2x(x-2) = 16 \Leftrightarrow$$

$$x(x-2) = 8$$

$$x^2 - 2x = 8 \Leftrightarrow$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$\text{Έχουμε } \Delta = \beta^2 - 4 \cdot \alpha \cdot \gamma = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 4 + 32 = 36 > 0.$$

Τότε:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot \alpha} \Leftrightarrow$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{36}}{2 \cdot 1} \Leftrightarrow$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm 6}{2} \Leftrightarrow$$

$$x_{1,2} = \begin{cases} \frac{2-6}{2} \\ \frac{2+6}{2} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$x_{1,2} = \begin{cases} -2 & \text{απορρίπτεται, γιατί πρέπει } x > 0 \\ 4, & \text{δεκτή} \end{cases}$$

Άρα το μήκος της δεξαμενής είναι 4 m και το πλάτος 2m.

γ) Αφού η νέα δεξαμενή περιέχει 10m^3 πετρέλαιο και η βάση της έχει, μήκος 4m και πλάτος 2 m, αν x είναι το ύψος του υγρού μέσα στη δεξαμενή ο όγκος του υγρού θα είναι:

$$V_{\text{πετρ.}} = 10 \Leftrightarrow$$

$$4 \cdot 2 \cdot x = 10 \Leftrightarrow$$

$$8 \cdot x = 10 \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{10}{8} \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{5}{4}m.$$

Άρα το ύψος του υγρού στη δεξαμενή είναι $\frac{5}{4}m$.