

ΛΥΣΗ

α) Εφαρμόζοντας τις ιδιότητες της απόλυτης τιμής, ο τύπος της $f(x)$, ισοδύναμα γίνεται:

$$f(x) = |x-3| + 4 - (|6-2x| + 2) \Leftrightarrow$$

$$f(x) = |x-3| + 4 - |2(3-x)| - 2 \Leftrightarrow$$

$$f(x) = |x-3| - 2|3-x| + 2 \Leftrightarrow$$

$$f(x) = 2 - |x-3|$$

β) Για $x \geq 3$ είναι $x-3 \geq 0$, άρα $|x-3| = x-3$. Επίσης, για $x < 3$ είναι $x-3 < 0$ οπότε $|x-3| = 3-x$. Άρα:

$$f(x) = \begin{cases} 2 - (3-x), & \text{αν } x < 3 \\ 2 - (x-3), & \text{αν } x \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow f(x) = \begin{cases} x-1, & \text{αν } x < 3 \\ 5-x, & \text{αν } x \geq 3 \end{cases}.$$

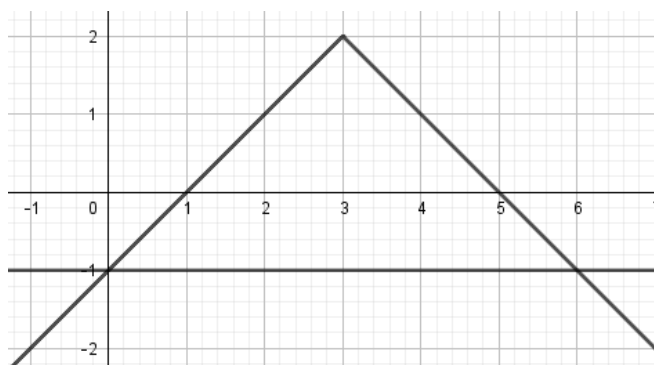
Για $x \geq 3$ η γραφική παράσταση της f συμπίπτει με την ευθεία $y = 5-x$ δύο σημεία της οποίας είναι τα $(3, 2)$ και $(5, 0)$.

Για $x < 3$ η γραφική παράσταση της f συμπίπτει με την ευθεία $y = x-1$ δύο σημεία της οποίας είναι τα $(0, -1)$ και $(1, 0)$.

Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι η γραφική παράσταση της f είναι η (4).

γ)

i) Αν σχεδιάσουμε την ευθεία $y = -1$ προκύπτει το ακόλουθο γράφημα:



Η λύση της ανίσωσης είναι οι τετμημένες των σημείων της γραφικής παράστασης της f που βρίσκονται πάνω από την ευθεία $y = -1$. Από το σχήμα προκύπτει ότι $0 < x < 6$.

ii) Είναι:

$$f(x) > y \Leftrightarrow 2 - |x-3| > -1 \Leftrightarrow -|x-3| > -3 \Leftrightarrow$$

$$|x-3| < 3 \Leftrightarrow -3 < x-3 < 3 \Leftrightarrow 0 < x < 6.$$