

ΘΕΜΑ Β



B1. Όταν κρεμάσουμε σώμα βάρους 10 N στο άγκιστρο του δυναμόμετρου της εικόνας, το ελατήριό του επιμηκύνεται κατά 10 cm.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Όταν κρεμάσουμε σώμα βάρους 30 N στο άγκιστρο του ίδιου δυναμόμετρου, το ελατήριό του επιμηκύνεται κατά:

- α) 30 cm β) $\frac{10}{3}$ cm γ) 20 cm

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

B2. Δύο δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$, όταν είναι συγγραμμικές και ομόρροπες έχουν συνισταμένη μέτρου 7 N, ενώ όταν είναι συγγραμμικές και αντίρροπες έχουν συνισταμένη μέτρου 1 N.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

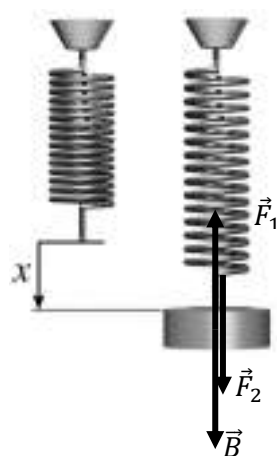
Η συνισταμένη των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$, όταν είναι μεταξύ τους κάθετες, έχει μέτρο:

- α) 5 N, β) 8 N, γ) 6 N

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β**B1.****A)** α)**Μονάδες 4****B)**

Όταν κρεμάσουμε ένα σώμα στο άγκιστρο ενός δυναμόμετρου, το ελατήριο του δυναμόμετρου επιμηκύνεται. Η δύναμη που επιμηκύνει το ελατήριο έχει μέτρο ίσο με το μέτρο του γήινου βάρους B του σώματος. Το σώμα ισορροπεί με την επίδραση του γήινου βάρους του $\vec{B}$ και της δύναμης που δέχεται από το ελατήριο $\vec{F}_1$. Σύμφωνα με τον 1^ο νόμο του Newton, επειδή το σώμα είναι ακίνητο: $\vec{F}_{ολ} = \vec{0}$, οπότε τα μέτρα F_1 και B των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{B}$ αντίστοιχα είναι ίσα:

$$F_1 = B \quad [1]$$

Η δύναμη $\vec{F}_2$ που επιμηκύνει το ελατήριο (ασκείται από το σώμα στο ελατήριο) είναι η αντίδραση της δύναμης $\vec{F}_1$. Σύμφωνα με τον 3^ο νόμο του Newton, οι δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ έχουν ίσα μέτρα:

$$F_2 = F_1 \quad [2]$$

Από τις εξισώσεις [1] και [2] προκύπτει:

$$F_2 = B \quad [3]$$

Έτσι, από τον νόμο του Hooke ισχύει: $F = k \cdot x$, $B = k \cdot x$ [4]. Ισχύουν:

$$\left\{ \begin{array}{l} B_1 = k \cdot x_1 \\ B_2 = k \cdot x_2 \end{array} \right\}, \quad \frac{x_2}{x_1} = \frac{B_2}{B_1}, \quad x_2 = x_1 \cdot \frac{B_2}{B_1} = 30 \text{ cm}$$

Μονάδες 8**B2.****A)** α)**Μονάδες 4****B)**

Όταν οι δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ είναι συγγραμμικές και ομόρροπες, η συνισταμένη τους έχει μέτρο $F_1 + F_2$, όπου F_1 και F_2 τα μέτρα των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ αντίστοιχα. Έτσι:

$$F_1 + F_2 = 7 \text{ N} \quad [1]$$

Όταν οι δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ είναι συγγραμμικές και αντίρροπες, η συνισταμένη τους έχει μέτρο $|F_1 - F_2|$. Έτσι:

$$|F_1 - F_2| = 1 \text{ N} [2]$$

Υψώνοντας τη σχέση [1] στο τετράγωνο:

$$(F_1 + F_2)^2 = 49 \text{ N}^2, F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 = 49 \text{ N}^2 [3].$$

Υψώνοντας τη σχέση [2] στο τετράγωνο:

$$|F_1 - F_2|^2 = 1 \text{ N}^2, (F_1 - F_2)^2 = 1 \text{ N}^2, F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 = 1 \text{ N}^2 [4].$$

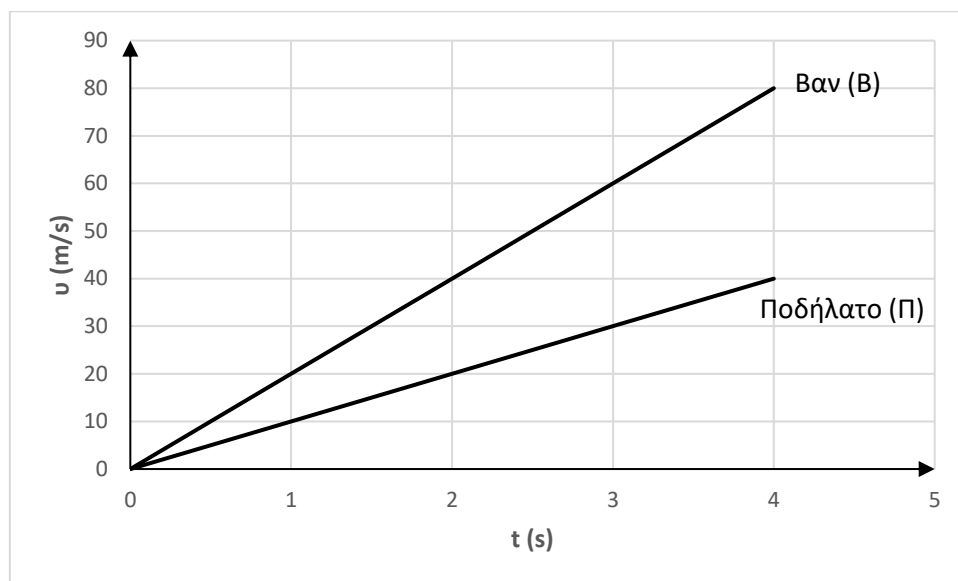
Προσθέτοντας κατά μέλη τις εξισώσεις [3] και [4]:

$$2 \cdot F_1^2 + 2 F_2^2 = 50 \text{ N}^2, F_1^2 + F_2^2 = 25 \text{ N}^2 [5].$$

Όταν οι δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ είναι κάθετες, τότε η συνισταμένη τους έχει μέτρο:

$$\sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{25 \text{ N}^2} = 5 \text{ N}.$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β**Β1.**

Οι ευθύγραμμες κινήσεις ενός ποδηλάτου (Π) και ενός βαν (Β) αποδίδονται από τις γραφικές παραστάσεις του παραπάνω διαγράμματος.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Για το μέτρο α_{Π} της επιτάχυνσης του ποδηλάτου και το μέτρο α_B της επιτάχυνσης του βαν, τη χρονική στιγμή $t = 3 \text{ s}$ ισχύει:

α) $\alpha_{\Pi} = \alpha_B$, β) $\alpha_{\Pi} > \alpha_B$, γ) $\alpha_{\Pi} < \alpha_B$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

B2. Ένα σημειακό αντικείμενο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Για τη μέση ταχύτητα του $\vec{v}_M$ σε οποιοδήποτε χρονικό διάστημα Δt και τη στιγμιαία ταχύτητα του $\vec{v}$ ισχύει:

α) $\vec{v}_M = \vec{v}$ β) $\vec{v}_M > \vec{v}$ γ) $\vec{v}_M < \vec{v}$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

B1.

A) γ)

Μονάδες 4

B) Τόσο το ποδήλατο, όσο και το βαν εκτελούν ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη (επιταχυνόμενη) κίνηση, γιατί το διάγραμμα $v-t$ είναι ημιευθεία. Ο συντελεστής διεύθυνσης («κλίση») κάθε ημιευθείας ισούται με την σταθερή επιτάχυνση του αντίστοιχου κινητού. Ο συντελεστής διεύθυνσης («κλίση») της ημιευθείας που αντιστοιχεί στο βαν είναι μεγαλύτερος από τον συντελεστή διεύθυνσης («κλίση») της ημιευθείας που αντιστοιχεί στο ποδήλατο. Έτσι το βαν κινείται με μεγαλύτερη επιτάχυνση από το ποδήλατο.

Μονάδες 8

B2.

A) α)

Μονάδες 4

B) Η στιγμιαία ταχύτητα $\vec{v}$ ενός κινητού ορίζεται ως: $\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt}$, όπου $d\vec{x}$ η απειροελάχιστη μετατόπιση του κινητού, στον απειροελάχιστο χρόνο dt . Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, η στιγμιαία ταχύτητα του κινητού είναι σταθερή. Σε κάθε απειροελάχιστο χρόνο dt , το κινητό μετατοπίζεται απειροελάχιστα, εξίσου, κατά $d\vec{x}$. Έτσι, σε χρόνο Δt , που αποτελείται από N (πάρα πολύ μεγάλος αριθμός) απειροελάχιστους χρόνους dt ($\Delta t = N \cdot dt$), η μετατόπιση του κινητού θα είναι: $\Delta\vec{x} = N \cdot d\vec{x}$. Για τη μέση ταχύτητα του κινητού $\vec{v}_M$, στο χρόνο Δt , ισχύει:

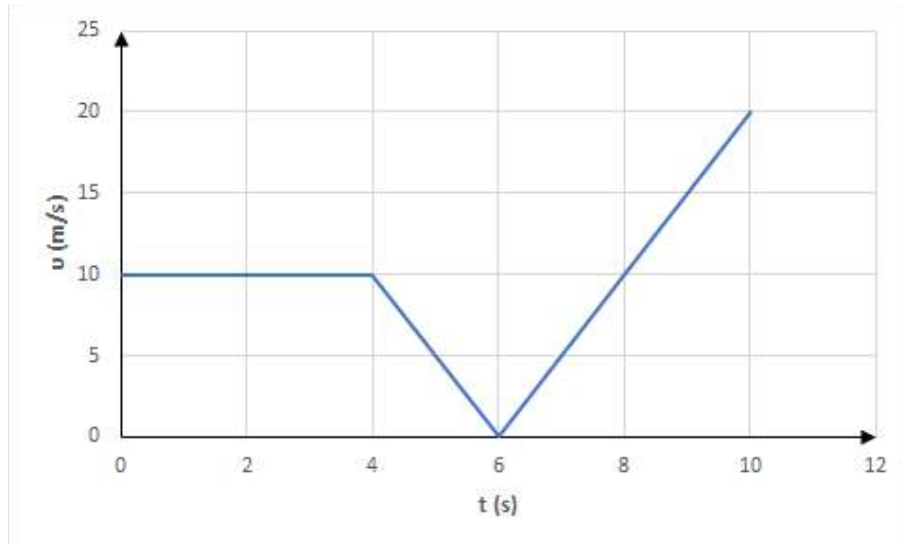
$$\vec{v}_M = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \frac{N \cdot d\vec{x}}{N \cdot dt} = \frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{v}.$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

B1.

Ένα σημειακό αντικείμενο κινείται ευθύγραμμα. Το μέτρο v της ταχύτητάς του μεταβάλλεται χρονικά όπως στο διάγραμμα.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Το διάστημα S που διανύει το κινητό από τη χρονική στιγμή 0 μέχρι τη χρονική στιγμή 10 s είναι ίσο με:

- α) 40 m , β) 90 m , γ) 110 m

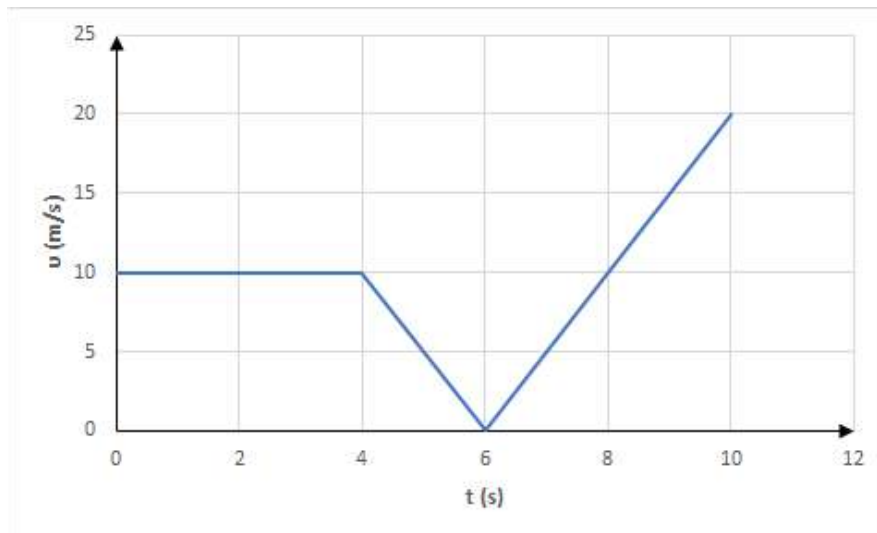
Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

B2.

Ένα σημειακό αντικείμενο, μάζας $m = 1$ kg, κινείται ευθύγραμμα, χωρίς να μεταβάλλεται η κατεύθυνση της κίνησής του. Το μέτρο v της ταχύτητάς του μεταβάλλεται χρονικά όπως στο διάγραμμα.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Το μέτρο της μέσης συνισταμένης δύναμης ΣF_{μ} που ασκείται στο κινητό από τη χρονική στιγμή 0 μέχρι τη χρονική στιγμή 10 s είναι ίσο με:

α) 5 N , β) -1 N , γ) 1 N

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β**B1.****A) β)****Μονάδες 4**

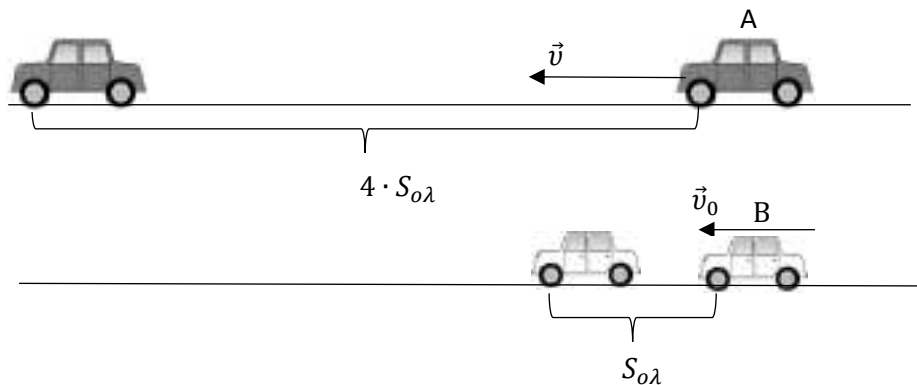
B) Το ζητούμενο διάστημα είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση $v-t$, τον άξονα t και τις κατακόρυφες ευθείες που διέρχονται από τα σημεία 0 και 10 του οριζόντιου άξονα. Έτσι:

$$S = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ s} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} + \frac{1}{2} \cdot 4 \text{ s} \cdot 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 90 \text{ m}$$

Μονάδες 8**B2.****A) γ)****Μονάδες 4**

B) Ισχύει: $\sum F_{\mu} = m \cdot a = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = 1 \text{ kg} \frac{20 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \text{ s}} = 1 \text{ N}.$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β**B1.**

Το αυτοκίνητο Α της εικόνας κινείται ευθύγραμμα, με σταθερή ταχύτητα μέτρου v . Το αυτοκίνητο Β της εικόνας κινείται ευθύγραμμα, με σταθερή ταχύτητα μέτρου v_0 . Το σύστημα πέδησης των δύο (2) αυτοκινήτων μπορεί να αναπτύξει την ίδια μέγιστη επιβράδυνση.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν το ελάχιστο διάστημα που απαιτείται για την ακινητοποίηση των αυτοκινήτων Α και Β είναι $4 \cdot S_{ολ}$ και $S_{ολ}$ αντίστοιχα, τότε:

$$\alpha) v = 4 \cdot v_0 \quad , \quad \beta) v = 2 \cdot v_0 \quad , \quad \gamma) v = \frac{v_0}{4}$$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8**B2.**

Το σημείο εφαρμογής σταθερής δύναμης $\vec{F}$ μετατοπίζεται κατά $\Delta\vec{x}$.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ είναι μέγιστο όταν η κατεύθυνση της δύναμης $\vec{F}$ και η κατεύθυνση της μετατόπισης $\Delta\vec{x}$ σχηματίζουν γωνία:

$$\alpha) \varphi = 0^\circ \quad , \quad \beta) \varphi = 60^\circ \quad , \quad \gamma) \varphi = 90^\circ.$$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β**B1.****A) β)****Μονάδες 4**

B) Το ελάχιστο διάστημα $S_{ολ}$ που απαιτείται για την ακινητοποίηση ενός αυτοκινήτου είναι:

$S_{ολ} = \frac{v_0^2}{2 \cdot \alpha}$, όπου α το μέτρο της μέγιστης επιβράδυνσης, που μπορεί να αναπτύξει το σύστημα πέδησης του αυτοκινήτου. Για το αυτοκίνητο Α ισχύει: $4 \cdot S_{ολ} = \frac{v^2}{2 \cdot \alpha}$ [1], ενώ για

το αυτοκίνητο Β ισχύει: $S_{ολ} = \frac{v_0^2}{2 \cdot \alpha}$ [2]. Διαιρώντας κατά μέλη τις εξισώσεις [1] και [2]

προκύπτει: $4 = \frac{v^2}{v_0^2}$, $v^2 = 4 \cdot v_0^2$, $v = 2 \cdot v_0$.

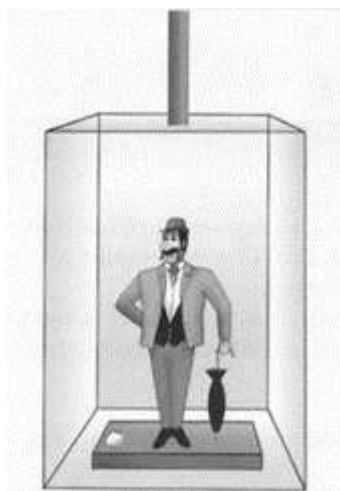
Μονάδες 8**B2.****A) α)****Μονάδες 4****B)**

Ισχύει: $W = F \cdot \Delta x \cdot \sin\varphi$, όπου F και Δx τα μέτρα (θετικές ποσότητες) της δύναμης $\vec{F}$ και της μετατόπισης $\Delta\vec{x}$. Ισχύουν επίσης: $\sin 0^\circ = 1$, $\sin 60^\circ = 0,5$ και $\sin 90^\circ = 0$. Έτσι, όταν $\varphi = 0^\circ$, $W = F \cdot \Delta x$, όταν $\varphi = 60^\circ$, $W = 0,5 \cdot F \cdot \Delta x$ και όταν $\varphi = 90^\circ$, $W = 0$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

B1.



Ο ανελκυστήρας της εικόνας ανέρχεται με σταθερή ταχύτητα.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Για το μέτρο του γήινου βάρους του ανθρώπου B και το μέτρο της δύναμης A που δέχεται ο άνθρωπος από το δάπεδο του ανελκυστήρα ισχύει:

α) $B = A$, β) $B > A$, γ) $B < A$

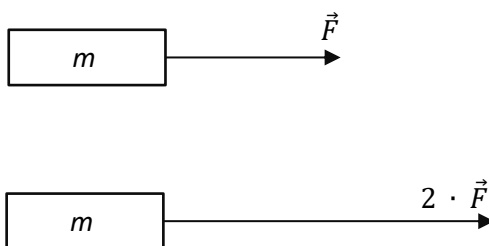
Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

B2. Σώμα μάζας m δέχεται την επίδραση μιας μόνο δύναμης $\vec{F}$ και κινείται με επιτάχυνση $\vec{a}_1$.

Αν το ίδιο σώμα δέχεται την επίδραση μοναδικής δύναμης $2 \cdot \vec{F}$ κινείται με επιτάχυνση $\vec{a}_2$.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

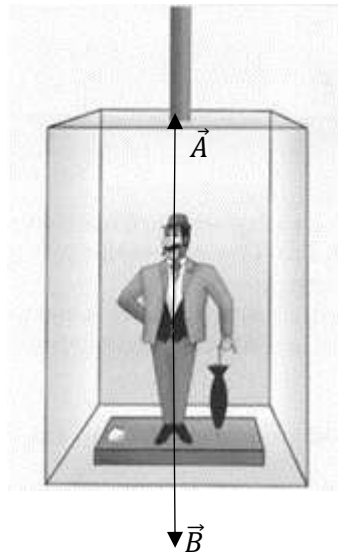
Για τις επιταχύνσεις $\vec{a}_1$ και $\vec{a}_2$ ισχύει:

α) $\vec{a}_1 = \vec{a}_2$, β) $\vec{a}_1 = 2 \cdot \vec{a}_2$, γ) $\vec{a}_1 = \frac{\vec{a}_2}{2}$

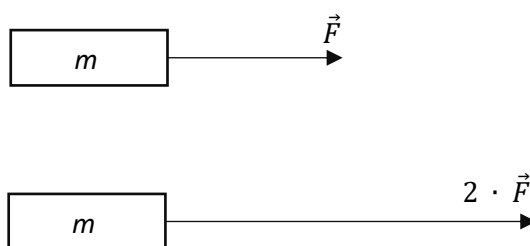
Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β**B1.****A) α)****Μονάδες 4**

B) Ο άνθρωπος ανέρχεται με την σταθερή ταχύτητα του ανελκυστήρα. Έτσι, από τον 1^ο νόμο του Newton, η συνισταμένη των δυνάμεων που του ασκούνται είναι μηδενική και συνεπώς $B = A$.

Μονάδες 8**B2.****A) γ)****Μονάδες 4**

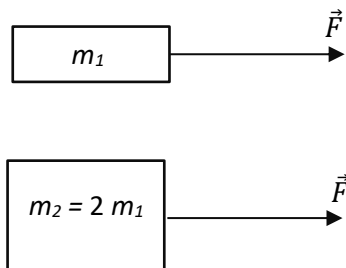
B) Από τον Θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής, ισχύουν:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{F} = m \cdot \vec{a}_1 \\ 2 \cdot \vec{F} = m \cdot \vec{a}_2 \end{array} \right\}, \vec{a}_1 = \frac{\vec{a}_2}{2}.$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

B1. Ένα σώμα μάζας m_1 δέχεται την επίδραση μιας μόνο δύναμης $\vec{F}$ και κινείται με επιτάχυνση $\vec{a}_1$. Αν η ίδια δύναμη $\vec{F}$ είναι η μοναδική που δέχεται ένα άλλο σώμα μάζας $m_2 = 2 \cdot m_1$, αυτό κινείται με επιτάχυνση $\vec{a}_2$.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Για τις επιταχύνσεις $\vec{a}_1$ και $\vec{a}_2$ ισχύει:

α) $\vec{a}_1 = \vec{a}_2$, β) $\vec{a}_1 = 2 \cdot \vec{a}_2$, γ) $\vec{a}_1 = \frac{\vec{a}_2}{2}$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

B2. Σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και σε χρονικό διάστημα Δt διανύει διάστημα S .

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Το διάστημα S είναι:

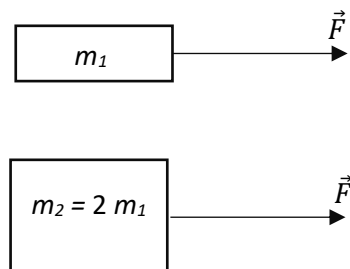
α) ανάλογο , β) αντιστρόφως ανάλογο , γ) ανεξάρτητο

του χρονικού διαστήματος Δt .

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β**B1.****A) β)****Μονάδες 4****B)** Από τον Θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής, ισχύουν:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{F} = m_1 \cdot \vec{a}_1 \\ \vec{F} = 2 \cdot m_1 \cdot \vec{a}_2 \end{array} \right\}, \vec{a}_1 = 2 \cdot \vec{a}_2.$$

Μονάδες 8**B2.****A) . α)****Μονάδες 4****B)** Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, η ταχύτητα του κινητού είναι σταθερή. Ισχύει:

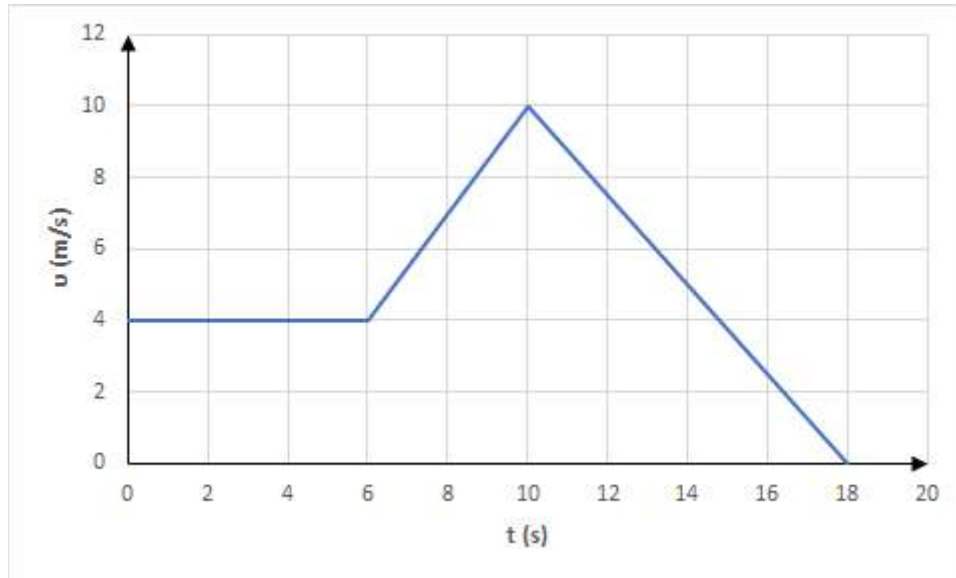
$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$, $v = \frac{S}{\Delta t}$ και συνεπώς το πηλίκο των μεγεθών S και Δt είναι σταθερό, οπότε τα μεγέθη S και Δt είναι ανάλογα.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

Β1.

Σώμα κινείται ευθύγραμμα και το μέτρο u της ταχύτητάς του μεταβάλλεται χρονικά όπως στο διάγραμμα.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται το σώμα είναι μηδενική στο χρονικό διάστημα:

α) (0 , 6 s) , β) (6 s , 10 s) , γ) (10 s , 18 s)

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

B2. Το τραινάκι της εικόνας έχει πρακτικά μηδενική ταχύτητα στο σημείο Α της τροχιάς του και η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο $g = 10 \frac{m}{s^2}$.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν αμελήσουμε τις δυνάμεις τριβής και τις δυνάμεις από τον αέρα, τότε στο σημείο Β της τροχιάς του, που βρίσκεται κατά $h = 5 \text{ m}$ χαμηλότερα από το Α, το σύστημα θα έχει ταχύτητα μέτρου:

$$\alpha) 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad , \quad \beta) 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad , \quad \gamma) 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

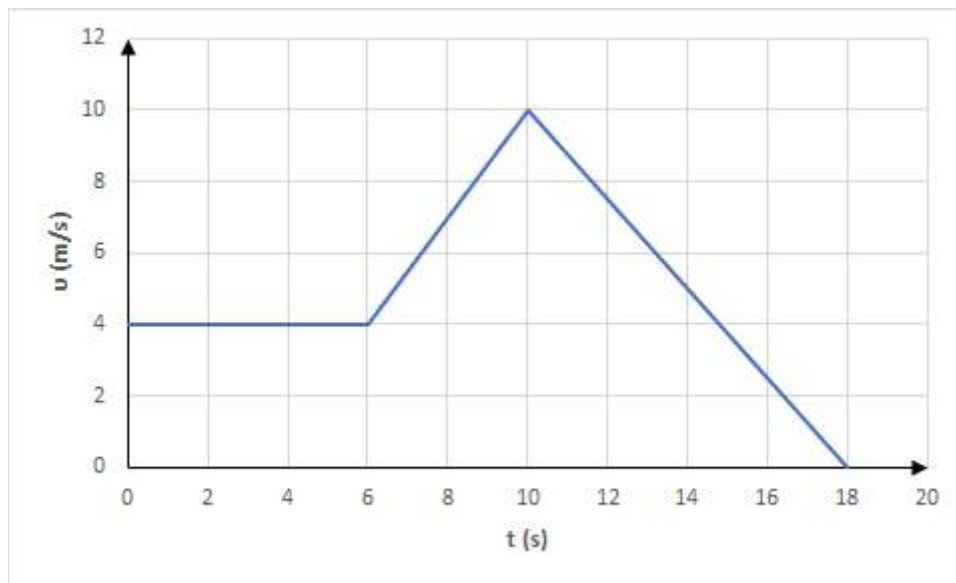
Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

B1.



A) α)

Μονάδες 4

B) Στο χρονικό διάστημα $(0, 6 \text{ s})$ η ταχύτητα του κινητού είναι σταθερή και από τον 1^ο νόμο του Newton, η συνισταμένη των δυνάμεων που του ασκούνται είναι μηδενική. Αντίθετα, στα χρονικά διαστήματα $(6 \text{ s}, 10 \text{ s})$ και $(10 \text{ s}, 18 \text{ s})$ η κίνηση του κινητού είναι ευθύγραμμο ομαλά μεταβαλλόμενη. Σ' αυτό το είδος της κίνησης, σύμφωνα με τον Θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής, η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο κινητό θα πρέπει να είναι σταθερή και μη μηδενική.

Μονάδες 8

B2.



A) α)

Μονάδες 4

B) Σε τυχαία θέση Τ της τροχιάς του, το τραινάκι δέχεται το γήινο βάρος του $\vec{w}$ και την αντίδραση $\vec{N}$ της λείας σιδηροτροχιάς. Η δύναμη $\vec{N}$ είναι, κάθε χρονική στιγμή, κάθετη στη στοιχειώδη μετατόπιση και συνεπώς το έργο της κατά την κίνηση του σώματος είναι μηδέν. Το γήινο βάρος $\vec{w}$ είναι συντηρητική (διατηρητική) δύναμη, δηλαδή το έργο της δεν μεταβάλλει τη μηχανική ενέργεια του σώματος. Έτσι, κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος, η μηχανική του ενέργεια παραμένει σταθερή:

$$E_A = E_B, K_A + U_A = K_B + U_B, 0 + U_A = K_B + 0, m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2,$$
$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}, v = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Δ

Σώμα μάζας $m = 1 \text{ kg}$ βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο, ακλόνητο και τραχύ δάπεδο, πολύ μεγάλης έκτασης, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ} = 0,5$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ασκείται στο σώμα σταθερή, οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ μέτρου $F = 10 \text{ N}$ και την ίδια χρονική στιγμή το σώμα αρχίζει να κινείται.

Δ1. Να υπολογίσετε:

Δ1.1. το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}_1$ του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 10 \text{ s}$.

Μονάδες 8

Δ1.2. το μέτρο της μετατόπισης $\Delta \vec{x}_1$ του σώματος από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 10 \text{ s}$.

Μονάδες 2

Δ1.3. το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 10 \text{ s}$.

Μονάδες 5

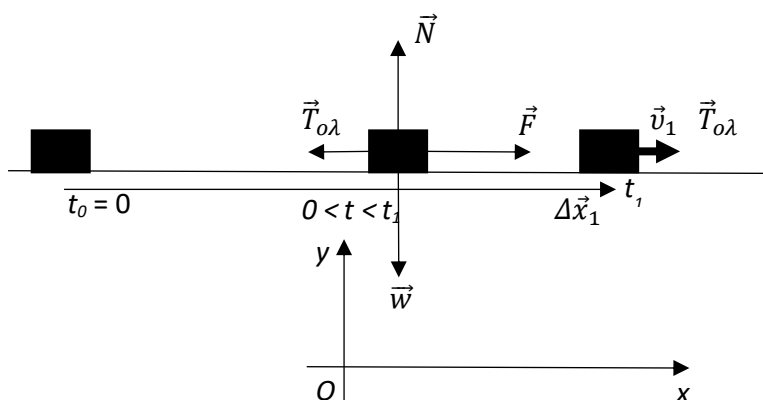
Δ1.4. την αύξηση της μηχανικής ενέργειας E του σώματος από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 10 \text{ s}$.

Μονάδες 5

Δ2. Να επιβεβαιώσετε την ισχύ της αρχής διατήρησης της ενέργειας κατά την κίνηση του σώματος από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 10 \text{ s}$.

Η επιτάχυνση της βαρύτητας να θεωρηθεί σταθερή, με μέτρο $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

ΘΕΜΑ Δ



Δ1.

Δ1.1. Την τυχαία χρονική στιγμή $0 < t < t_1$ στο σώμα ασκείται το γήινο βάρος του $\vec{w}$, η δύναμη $\vec{F}$ και δύναμη από το δάπεδο, η οποία αναλύεται στην $\vec{N}$ και στην τριβή ολίσθησης $\vec{T}_{ολ}$. Το σώμα δεν κινείται στον άξονα Ογ, οπότε σύμφωνα με τον 1^ο νόμο του Newton: $\sum \vec{F}_y = \vec{0}$, $N = w$, $N = m \cdot g$, $N = 10 \text{ N}$. (Μονάδες 2) Από τον νόμο της τριβής ολίσθησης: $T_{ολ} = \mu_{ολ} \cdot N$, $T_{ολ} = 5 \text{ N}$. (Μονάδες 2) Από τον Θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής, ισχύει: $\sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}$, $F - T_{ολ} = m \cdot a$, $a = \frac{F - T_{ολ}}{m}$, $a = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. (Μονάδες 2) Τη χρονική στιγμή $t_1 = 10 \text{ s}$ ισχύει: $v_1 = v_0 + a_1 \cdot t_1$, $v_1 = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. (Μονάδες 2)

Μονάδες 8

Δ1.2. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 10 \text{ s}$ ισχύει: $\Delta x_1 = v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2 = 250 \text{ m}$

Μονάδες 2

Δ1.3. Για το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 10 \text{ s}$ ισχύει:

$$W_{\vec{F}} = F \cdot \Delta x_1 = 2500 \text{ J}.$$

Μονάδες 5

Δ1.4. Για την αύξηση της μηχανικής ενέργειας E του σώματος από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 10 \text{ s}$ ισχύει:

$$\Delta E = E_1 - E_0 = K_1 - K_0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = 1250 \text{ J}.$$

Μονάδες 5

Δ2. Από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 10 \text{ s}$ στο σώμα προσφέρεται ενέργεια: $E_{\text{προσ}} = W_{\vec{F}} = 2500 \text{ J}$. (Μονάδα 1) Ένα μέρος της ενέργειας αυτής αξιοποιείται για την αύξηση της μηχανικής ενέργειας του σώματος: $\Delta E = 1250 \text{ J}$. (Μονάδα 1) Κατά το ίδιο χρονικό διάστημα, εκλύεται στο περιβάλλον θερμότητα: $Q = \left| W_{\vec{T}_{ολ}} \right| = T_{ολ} \cdot \Delta x_1$, $Q = 1250 \text{ J}$. (Μονάδα 1)

Η ισχύς της αρχής διατήρησης της ενέργειας επαληθεύεται, αφού: $E_{\text{προσ}} = \Delta E + Q$.
(Μονάδες 2)

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Σώμα μάζας $m = 1 \text{ kg}$ εκτοξεύεται από τη βάση ακλόνητου, πλάγιου, δαπέδου, πολύ μεγάλης έκτασης, προς την κορυφή του, με αρχική ταχύτητα μέτρου $v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Η γωνία που σχηματίζει το πλάγιο δάπεδο με τον ορίζοντα είναι $\varphi = 30^\circ$. Το σώμα παρουσιάζει με το δάπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ} = \frac{\sqrt{3}}{5}$.

Δ1. Να υπολογίσετε:

Δ1.1. τη μετατόπιση του σώματος μέχρι τη στιγμιαία ακινητοποίησή του.

(Μονάδες 6)

Δ1.2. τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μέχρι τη στιγμιαία ακινητοποίησή του.

(Μονάδες 5)

Δ1.3. τη μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του σώματος μέχρι τη στιγμιαία ακινητοποίησή του.

(Μονάδες 5)

Δ1.4. τη θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον του σώματος μέχρι τη στιγμιαία ακινητοποίησή του.

(Μονάδες 5)

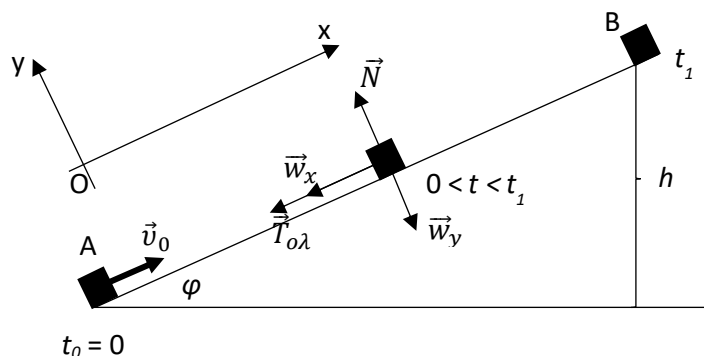
Δ2. Να επιβεβαιώσετε την ισχύ της αρχής διατήρησης της ενέργειας από την εκτόξευση του σώματος μέχρι τη στιγμιαία ακινητοποίησή του.

(Μονάδες 4)

Η επιτάχυνση της βαρύτητας να θεωρηθεί σταθερή, με μέτρο $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Δίνονται:

$$\eta\mu(30^\circ) = \frac{1}{2} \text{ και } \sigma\upsilon\nu(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

ΘΕΜΑ Δ



Δ1.

Δ1.1. Κατά την κίνηση του σώματος από το σημείο Α στο σημείο Β, στον άξονα Ογ, από τον 1^ο νόμο του Newton, ισχύει: $\sum \vec{F}_y = \vec{0}$, $N = w_y$, $N = m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$, $N = 5\sqrt{3}$ N. (Μονάδα 1). Από τον νόμο της τριβής ολίσθησης: $T_{ol} = \mu_{ol} \cdot N$, $T_{ol} = 3$ N. (Μονάδες 1). Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας ισχύει:

$$\Delta K_{AB} = W_{\vec{w}_x} + W_{\vec{T}_{ol}}, K_B - K_A = -w_x \cdot (AB) - T_{ol} \cdot (AB),$$

$$-\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = -(m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi + T_{ol}) \cdot (AB), (AB) = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2}{m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi + T_{ol}},$$

$$(AB) = 6,25 \text{ m. (Μονάδες 4)}$$

Μονάδες 6

$$\Delta 1.2. \Delta K = K_1 - K_0 = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = -50 \text{ J.}$$

Μονάδες 5

$$\Delta 1.3. \Delta U = U_1 - U_0 = m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot (AB) \cdot \eta\mu\varphi = 31,25 \text{ J.}$$

Μονάδες 5

$$\Delta 1.4. Q = |W_{\vec{T}_{ol}}| = T_{ol} \cdot (AB) = 18,75 \text{ J.}$$

Μονάδες 5

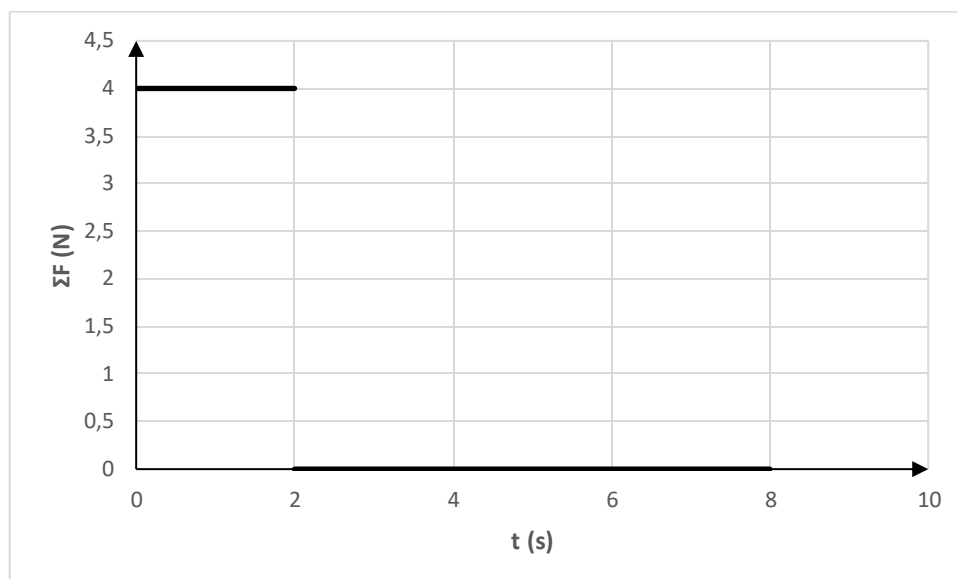
Δ2. Από τη στιγμή της εκτόξευσης, μέχρι και τη στιγμή της στιγμιαίας ακινητοποίησής του, η κινητική ενέργεια του σώματος ελαττώνεται κατά 50 J. Η συνολική αυτή ενέργεια

μετατρέπεται, κατά ένα μέρος της, σε βαρυτική δυναμική ενέργεια (31,25 J) και κατά το υπόλοιπο μέρος της σε θερμότητα (18,75 J).

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Δ

Σημειακό αντικείμενο μάζας $m = 1 \text{ Kg}$ είναι ακίνητο σε οριζόντιο, ακλόνητο, μεγάλου μήκους διάδρομο, στη θέση $x_0 = 0$. Από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, το σημειακό αντικείμενο δέχεται την επίδραση συνισταμένης δύναμης, που μεταβάλλεται με το χρόνο όπως στο διάγραμμα που ακολουθεί:



Δ1. Να υπολογίσετε:

Δ1.1. την ταχύτητα $\vec{v}_1$ και τη θέση $\vec{x}_1$ του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 2 \text{ s}$.

Μονάδες 6

Δ1.2. την ταχύτητα $\vec{v}_2$ και τη θέση $\vec{x}_2$ του σώματος τη χρονική στιγμή $t_2 = 8 \text{ s}$.

Μονάδες 6

Δ1.3. την μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 8 \text{ s}$.

Μονάδες 4

Δ1.4. το έργο της συνισταμένης των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 8 \text{ s}$.

Δ2. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις:

Δ2.1. ταχύτητας - χρόνου ($v - t$) και

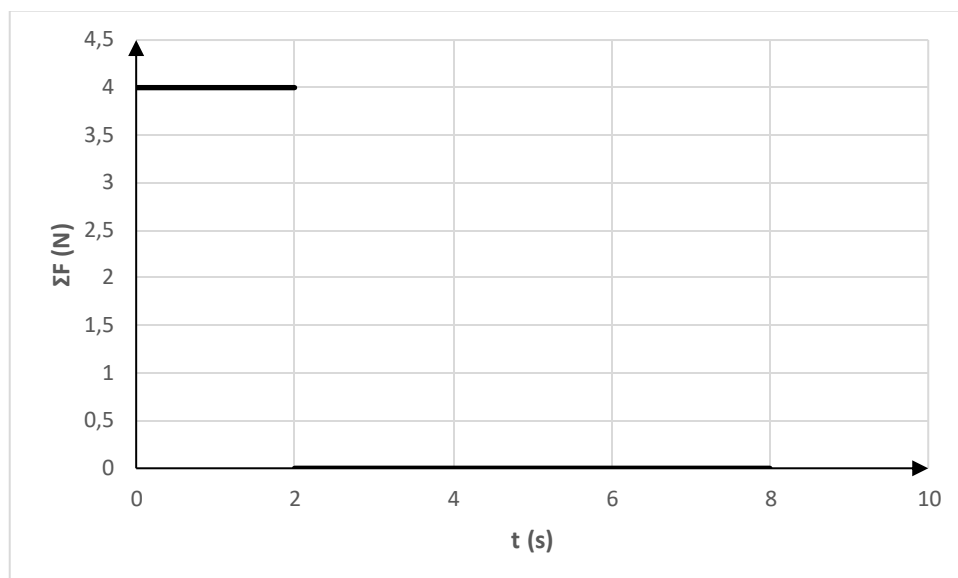
Μονάδες 4

Δ2.2. θέσης - χρόνου ($x - t$)

Μονάδες 5

από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 8 \text{ s}$.

ΘΕΜΑ Δ



Δ1.

Δ1.1. Από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 2$ s:

$$\Sigma F_1 = 4 \text{ N}, m \cdot a_1 = 4 \text{ N}, a_1 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. (\text{Μονάδες 2}) \text{ Ισχύουν:}$$

$$v_1 = v_0 + a_1 \cdot t_1 = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} (\text{Μονάδες 2}) \text{ και}$$

$$x_1 = x_0 + v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2, x_1 = 8 \text{ m}. (\text{Μονάδες 2})$$

Μονάδες 6

Δ1.2. Από τη χρονική στιγμή $t_1 = 2$ s μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 8$ s: $\Sigma F_2 = 0$. (Μονάδες 2)

$$\text{Ισχύουν: } v_2 = v_1 = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} (\text{Μονάδες 2}) \text{ και}$$

$$x_2 = x_1 + v_1 \cdot (t_2 - t_1), x_2 = 56 \text{ m}. (\text{Μονάδες 2})$$

Μονάδες 6

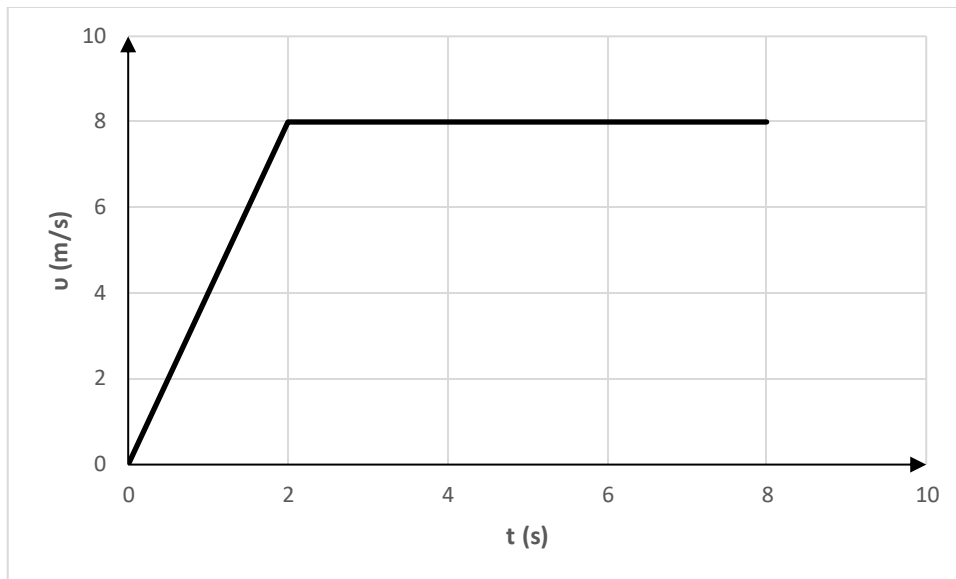
$$\Delta K_{0,2} = K_2 - K_0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2, \Delta K_{0,2} = 32 \text{ J}.$$

Μονάδες 4

Δ1.4. Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας: $\Delta K_{0,2} = W_{\Sigma \vec{F}_{0,2}}, W_{\Sigma \vec{F}_{0,2}} = 32 \text{ J}.$

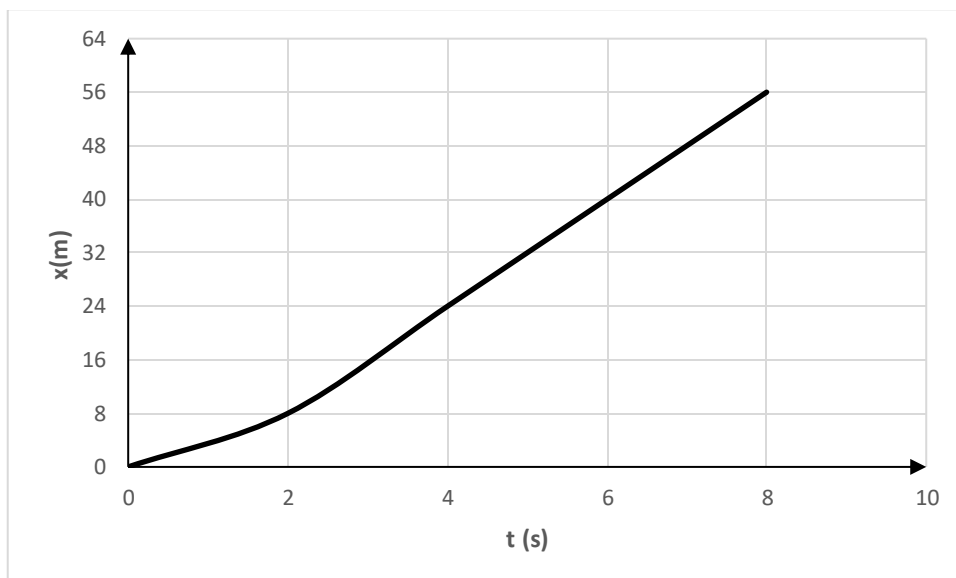
Δ2.

Δ2.1.



Μονάδες 4

Δ2.2. Θέσης– χρόνου ($x-t$)



Σημείωση: Η γραφική παράσταση στο χρονικό διάστημα 0-2s είναι τμήμα παραβολής που διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

B1. Μία ομάδα από μαθήτριες και μαθητές, χρησιμοποιώντας ένα ελατήριο ασήμαντης μάζας, επιβεβαίωσαν στο εργαστήριο τον νόμο του Hooke. Έφεραν το ελατήριο σε κατακόρυφη θέση, στερεώνοντας το πάνω άκρο του σε ακλόνητο σημείο και στερέωσαν δίπλα του, επίσης κατακόρυφη μια μετροταινία.

Κρεμούσαν βαρίδια στο κάτω άκρο του, μετρούσαν το μήκος του ελατηρίου και υπολόγιζαν την επιμήκυνσή του κάθε φορά.

Τελικά μας παρουσίασαν σε ένα πίνακα τις μετρήσεις τους, αποκρύπτοντας όμως κάποιες από αυτές.



Βάρος στο κάτω άκρο του ελατηρίου (N)	0	1		3
Μήκος ελατηρίου (cm)	30			
Επιμήκυνση ελατηρίου (cm)	0	4	8	

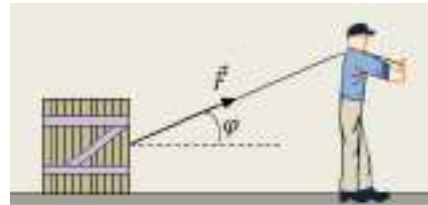
A) Να συμπληρώσετε τα κενά αυτού του πίνακα

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Μονάδες 8

B2. Άνθρωπος τραβάει ένα κιβώτιο που είναι αρχικά ακίνητο με τη βοήθεια σχοινιού, ασκώντας σταθερή δύναμη $\vec{F}$ σε αυτό. Το σχοινί έχει δεθεί στο μέσον του κιβωτίου και είναι συνεχώς πλάγιο με σταθερή διεύθυνση που σχηματίζει γωνία φ με τον ορίζοντα, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Το μέτρο της δύναμης είναι $F = 100 \text{ N}$, για τη γωνία

δίνονται $\eta\mu\varphi = 0,6$ και $\sigma\upsilon\upsilon\varphi = 0,8$ και το κιβώτιο κινείται σε σταθερή οριζόντια διεύθυνση.

Αν η ενέργεια που προσφέρει ο άνθρωπος στο κιβώτιο είναι $E_{\pi\rho.} = 800 \text{ J}$, για μια μετατόπιση κατά Δx πάνω στο οριζόντιο δάπεδο:

A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Το μέτρο αυτής της μετατόπισης είναι:

i. $\Delta x = 8 \text{ m}$, ii. $\Delta x = 80 \text{ m}$, iii. $\Delta x = 10 \text{ m}$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β Ενδεικτικές απαντήσεις**B1**

	Βάρος στο κάτω άκρο του ελατηρίου (N)	0	1	2	3
A)	Μήκος ελατηρίου (cm)	30	34	38	42
	Επιμήκυνση ελατηρίου (cm)	0	4	8	12

B) Σύμφωνα με το νόμο του Hooke, η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι ανάλογη με τη δύναμη που την προκαλεί. Έτσι αφού βάρος 1 N προκάλεσε επιμήκυνση 4 cm, διπλάσια επιμήκυνση 8 cm έχει προκύψει από διπλάσιο βάρος 2 N και το μήκος του ελατηρίου στην πρώτη περίπτωση έχει γίνει 34 cm ενώ στην δεύτερη 38 cm. Τριπλάσιο βάρος 3 N προκαλεί τριπλάσια επιμήκυνση 12 cm και τότε το μήκος του ελατηρίου είναι 42 cm.

B2

A) Σωστή απάντηση η iii

B) Αιτιολόγηση

Η ενέργεια που προσφέρεται στο κιβώτιο από τον άνθρωπο, είναι ίση με το έργο της δύναμης του ανθρώπου, κατά την μετατόπισή του (Δx).

Δηλαδή: $E_{\text{πρ.}} = W_F = F \cdot \Delta x \cdot \sin\varphi$

Άρα : $\Delta x = \frac{E_{\text{πρ.}}}{F \cdot \sin\varphi} = \frac{800 \text{ J}}{0,8 \cdot 100 \text{ N}} = \mathbf{10 \text{ m}}$

ΘΕΜΑ Β

B1. Ένας άνθρωπος στέκεται όρθιος μέσα στο θάλαμο ανελκυστήρα, χωρίς να μετακινείται σε σχέση με τον θάλαμο. Το μέτρο του βάρους του ανθρώπου είναι B .

Αν το ασανσέρ ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα, ο άνθρωπος δέχεται από το πάτωμα του θαλάμου, δύναμη κατακόρυφη προς τα πάνω μέτρου F_1 .

Αν το ασανσέρ κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα, ο άνθρωπος δέχεται από το πάτωμα του θαλάμου, δύναμη κατακόρυφη προς τα πάνω μέτρου F_2 .

Για τα μέτρα των δύο αυτών δυνάμεων, ισχύει η σχέση:

A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

i. $F_1 = F_2$, ii. $F_1 > F_2$, iii. $F_1 < F_2$

Μονάδες 4

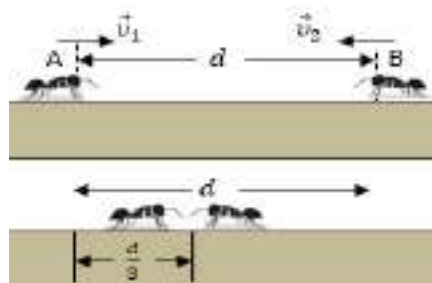
B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B2. Δύο μυρμήγκια κινούνται ευθύγραμμα σε μια εσοχή του κήπου. Κινούνται στην ίδια ευθεία, με αντίθετες κατευθύνσεις, έτσι ώστε να πλησιάζει το ένα στο άλλο με ταχύτητες $\vec{v}_1$ και $\vec{v}_2$, τις οποίες διατηρούν συνεχώς σταθερές.

Κάποια στιγμή τα δύο μυρμήγκια περνούν από τα σημεία A και B όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα, τα οποία απέχουν μεταξύ τους απόσταση d .

Συνεχίζοντας να κινούνται ευθύγραμμα και ομαλά, συναντήθηκαν σε σημείο που απέχει από το A απόσταση $d_1 = \frac{d}{3}$.



Για τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο μυρμηγκιών, ισχύει η σχέση:

A). Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

i. $v_2 = v_1$, ii. $v_2 = 3 \cdot v_1$, iii. $v_2 = 2 \cdot v_1$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Β Ενδεικτικές απαντήσεις

B1

A) Σωστή απάντηση είναι η i

B) Αιτιολόγηση

Σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Newton, όταν ένα σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα, η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται είναι μηδέν.

Ο άνθρωπος δέχεται κατακόρυφα το βάρος του προς τα κάτω και τη δύναμη από το δάπεδο του θαλάμου προς τα πάνω.

Ἔτσι εἴτε ανεβαίνει, εἴτε κατεβαίνει ἰσχύουν:

Ανεβαίνει : $F_1 - B = 0$, οπότε $F_1 = B$

Κατεβαίνει : $B - F_2 = 0$, οπότε $F_2 = B$

Άρα τελικά : $F_1 = F_2$

B2

A) Σωστή απάντηση είναι η iii

B) Αιτιολόγηση

Έστω Δt η χρονική διάρκεια της κίνησης των δύο μυρμηγκιών, από τη στιγμή που πέρασαν από τα σημεία Α και Β, μέχρι να συναντηθούν. Οι κινήσεις είναι ευθύγραμμες και ομαλές. Το

μέτρο της μετατόπισης του μυρμηγκιού 1, είναι $\Delta x_1 = \frac{d}{3}$

Το μέτρο της μετατόπισης του μυρμηγκιού 2, είναι: $\Delta x_2 = d - \frac{d}{3} = \frac{2 \cdot d}{3}$

Για τα μέτρα των δύο ταχυτήτων ισχύουν οι σχέσεις:

$$v_1 = \frac{|\Delta x_1|}{\Delta t} = \frac{d}{3 \cdot \Delta t}$$

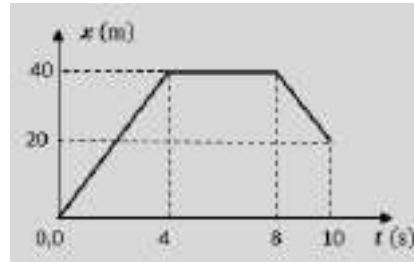
$$v_2 = \frac{|\Delta x_2|}{\Delta t} = \frac{2 \cdot d}{3 \cdot \Delta t}$$

Διαιρώντας κατά μέλη προκύπτει: $\frac{v_2}{v_1} = 2$

Τελικά: $v_2 = 2 \cdot v_1$

ΘΕΜΑ Β

B1. Σημειακό αντικείμενο κινείται ευθύγραμμα. Δημιουργήσαμε έναν άξονα $x'Ox$ πάνω στην ευθεία της κίνησής του και στο διπλανό διάγραμμα αποδίδεται η γραφική παράσταση θέσης-χρόνου για τις θέσεις του στη διάρκεια δέκα δευτερολέπτων.



Αν ονομάσουμε Δx_1 την μετατόπιση του αντικειμένου από τη στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη στιγμή $t_1 = 8 \text{ s}$ και Δx_2 την μετατόπισή του από τη στιγμή $t_1 = 8 \text{ s}$, μέχρι τη στιγμή $t_2 = 10 \text{ s}$, για τα μέτρα των δύο αυτών μετατοπίσεων, ισχύει η σχέση:

A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

α) $\Delta x_1 = -2 \cdot \Delta x_2$, **β)** $\Delta x_1 = 2 \cdot \Delta x_2$, **γ)** $\Delta x_1 = \Delta x_2$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B2. Ένας κύριος έχει βγάλει βόλτα τα δύο σκυλιά του. Για να τα ελέγχει κρατάει ένα ειδικό λουρί, το οποίο καταλήγει σε δύο άλλα, ένα για κάθε σκύλο. Κάποια στιγμή το ένα



σκυλί τραβάει με δύναμη $\vec{F}_1$ και το άλλο με δύναμη $\vec{F}_2$, με τέτοιο τρόπο, ώστε το λουρί του ενός να είναι κάθετο στο λουρί του άλλου, όπως στο σχήμα.



Αν δίνονται τα μέτρα των δύο δυνάμεων $F_1 = 40 \text{ N}$ και $F_2 = 30 \text{ N}$ και το λουρί που κρατάει ο άνθρωπος έχει ασήμαντη μάζα, τότε εκείνη τη στιγμή, ο άνθρωπος δέχεται δύναμη $\vec{F}$, που το μέτρο της είναι:

A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

α) $F = 70 \text{ N}$, **β)** $F = 10 \text{ N}$, **γ)** $F = 50 \text{ N}$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β Ενδεικτικές απαντήσεις

B1.

A) Σωστή απάντηση η **α)**

B) Αιτιολόγηση:

Με τη βοήθεια του διαγράμματος:

$$(0 \rightarrow 8 \text{ s}) : \Delta x_1 = x_{\text{τελ.}} - x_{\text{αρχ.}} = 40 \text{ cm} - 0 = 40 \text{ cm}$$

$$(8 \text{ s} \rightarrow 10 \text{ s}) : \Delta x_2 = x'_{\text{τελ.}} - x'_{\text{αρχ.}} = 20 \text{ cm} - 40 \text{ cm} = -20 \text{ cm}$$

$$\text{Οπότε } \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{40 \text{ cm}}{-20 \text{ cm}} = -2 \text{ και επομένως } \Delta x_1 = -2 \cdot \Delta x_2$$

B2.

A) Σωστή απάντηση η **γ)**

B) Αιτιολόγηση:

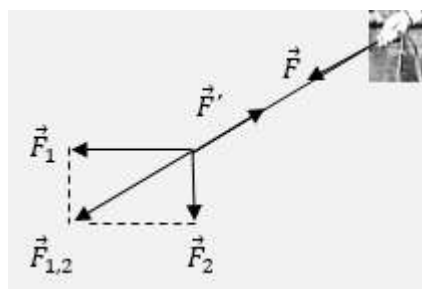
Το μέτρο της συνισταμένης των δύο δυνάμεων που ασκούν τα σκυλιά στο λουρί που κρατάει ο άνθρωπος, υπολογίζεται με πυθαγόρειο θεώρημα, επειδή είναι κάθετες μεταξύ τους:

$$F_{1,2}^2 = F_1^2 + F_2^2$$

$$\text{Άρα } F_{1,2} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 50 \text{ N}$$

Επειδή το λουρί θεωρείται αβαρές, στο χέρι του ανθρώπου μεταφέρεται δύναμη $\vec{F}$, ίση με την δύναμη $\vec{F}_{1,2}$, όπως φαίνεται και στο σχήμα.

$$\text{Τελικά } F = F_{1,2} = 50 \text{ N}$$



ΘΕΜΑ Β

B1. Ένας εργάτης, για να φορτώσει ένα κιβώτιο βάρους $B = 1000 \text{ N}$ σε ένα φορτηγό, χρησιμοποιεί μια επίπεδη μεταλλική ράμπα, που την τοποθετεί πλάγια, με το κάτω μέρος της στο έδαφος και το πάνω μέρος στο φορτηγό.



Η ράμπα είναι εντελώς λεία και ο εργάτης ασκεί στο κιβώτιο σταθερή δύναμη $\vec{F}$ με κατεύθυνση παράλληλη προς το επίπεδο της ράμπας και προς τα πάνω, όπως στο σχήμα. Έτσι καταφέρνει να ανεβάζει το κιβώτιο με σταθερή ταχύτητα.

Για το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$, ισχύει η σχέση:

A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

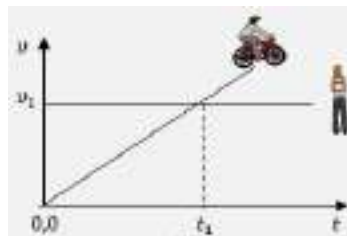
α) $F = 1000 \text{ N}$, **β)** $F > 1000 \text{ N}$, **γ)** $F < 1000 \text{ N}$

Μονάδες 4

B) Αιτιολογήστε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B2. Μια κοπέλα περπατάει ευθύγραμμα σε ένα πεζοδρόμιο, με σταθερή ταχύτητα $\vec{v}_1$ και δίπλα της στο δρόμο αρχίζει να κινείται ένα ποδηλάτης από την ηρεμία. Ο ποδηλάτης κινείται ευθύγραμμα με επιταχυνόμενη κίνηση.



Στο διπλανό σχήμα, αποδίδονται σε κοινό διάγραμμα τα μέτρα των ταχυτήτων της κοπέλας και του ποδηλάτη, με αρχή μέτρησης του χρόνου ($t_0 = 0$), τη στιγμή εκκίνησης του ποδηλάτη.

Για την χρονική διάρκεια από 0 μέχρι t_1 , για το μέτρο της μέσης ταχύτητας του ποδηλάτη $\bar{v}_2$ και το μέτρο της ταχύτητας της κοπέλας v_1 , ισχύει η σχέση:

A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

α) $\bar{v}_2 = v_1$, **β)** $\bar{v}_2 = 2 \cdot v_1$, **γ)** $\bar{v}_2 = \frac{v_1}{2}$

Μονάδες 4

B) Αιτιολογήστε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β Ενδεικτικές απαντήσεις

B1.

A) Σωστή απάντηση είναι η γ)

B) Αιτιολόγηση:

Το κιβώτιο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά στη διεύθυνση της ράμπας, με την επίδραση του βάρους του $\vec{B}$, της δύναμης $\vec{F}$ που του ασκεί ο άνθρωπος και της κάθετης προς την ράμπα, δύναμης στήριξης από αυτήν.

Αναλύουμε το βάρος σε άξονα $x'x$ παράλληλο στη ράμπα και άξονα $y'y$ κάθετο σε αυτήν.

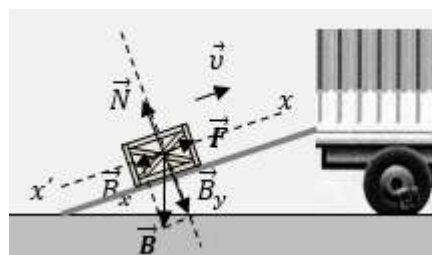
Στη διεύθυνση της ράμπας η συνισταμένη των δυνάμεων είναι μηδέν, επειδή κινείται το κιβώτιο με σταθερή ταχύτητα.

Άρα ισχύει: $\Sigma F_x = 0$

$$\text{ή} \quad F - B_x = 0$$

οπότε $F = B_x = B \cdot \eta \mu \varphi$, όπου φ η γωνία της ράμπας με το οριζόντιο δάπεδο.

Τελικά, επειδή ισχύει $\eta \mu \varphi < 1$ είναι $F < B$, δηλαδή $F < 1000 \text{ N}$

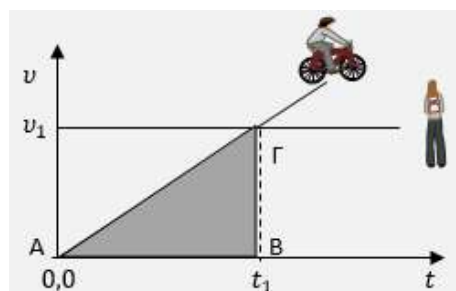


B2.

A) Σωστή απάντηση είναι η γ)

B) Αιτιολόγηση:

Το μέτρο της μετατόπισης του ποδηλάτη, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 , υπολογίζεται ως εμβαδόν του ορθογωνίου τριγώνου που δημιουργείται από την γραφική παράσταση ταχύτητας χρόνου του ποδηλάτη και τον άξονα χρόνου για αυτό το χρονικό διάστημα.



$$\text{Δηλαδή: } \Delta x_2 = E\mu\beta(AB\Gamma) = \frac{(AB) \cdot (B\Gamma)}{2} = \frac{t_1 \cdot v_1}{2}$$

Το μέτρο της μέσης ταχύτητας του ποδηλάτη σε αυτό το χρονικό διάστημα, είναι:

$$\bar{v}_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t} = \frac{t_1 \cdot v_1}{2 \cdot t_1} = \frac{v_1}{2}$$

ΘΕΜΑ Β

B1. Μια σφαίρα Σ βάρους $B = 20 \text{ N}$, έχει δεθεί στο άγκιστρο ενός δυναμόμετρου Δ , το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο ακλόνητα. Η σφαίρα ισορροπεί ακίνητη πάνω σε λείο κεκλιμένο δάπεδο, γωνίας κλίσης φ και το δυναμόμετρο είναι παράλληλο με το κεκλιμένο δάπεδο, όπως στο σχήμα. Αν η ένδειξη του δυναμόμετρου είναι 10 N , τότε για τη γωνία του κεκλιμένου ισχύει:



A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

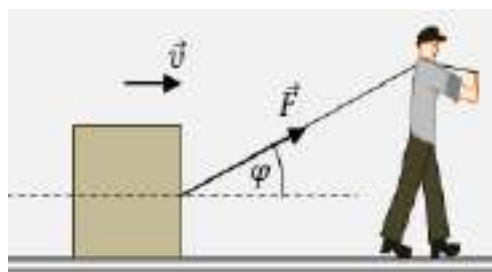
α) $\eta\mu\varphi = \frac{1}{2}$, **β)** $\eta\mu\varphi = 1$, **γ)** $\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{1}{2}$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B2. Ένας άνθρωπος τραβάει ένα βαρύ κιβώτιο με τη βοήθεια σχοινιού, πάνω σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο. Ο άνθρωπος ασκεί στο κιβώτιο σταθερή δύναμη $\vec{F}$, μέτρου $F = 40 \text{ N}$. Το σχοινί σχηματίζει σταθερή γωνία φ με τον ορίζοντα, όπως στο σχήμα, για την οποία δίνονται οι τριγωνομετρικοί της αριθμοί $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8$ και $\eta\mu\varphi = 0,6$. Το κιβώτιο κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα.



Για μια μετατόπιση του κιβωτίου κατά $\Delta x = 10 \text{ m}$, μετατρέπεται σε θερμότητα, ποσόν ενέργειας:

A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

α) $Q = 400 \text{ J}$, **β)** $Q = 320 \text{ J}$, **γ)** $Q = 240 \text{ J}$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

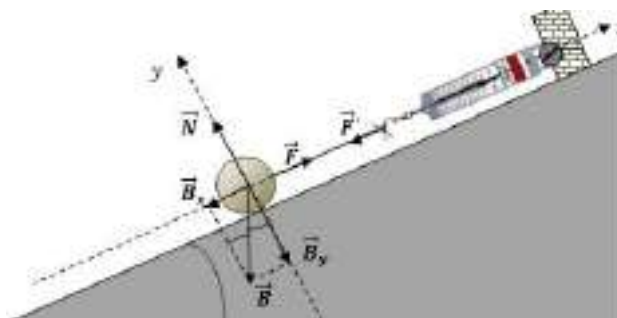
ΘΕΜΑ Β Ενδεικτικές απαντήσεις

B1.

A) Σωστή η απάντηση **α)**

B) Αιτιολόγηση

Η ένδειξη του δυναμόμετρου είναι ίση με το μέτρο της δύναμης F' την οποία δέχεται το δυναμόμετρο από το νήμα που κρατάει την σφαίρα. Επειδή το νήμα είναι αβαρές, μεταφέρει στα άκρα του αντίθετες δυνάμεις.



$$\text{Άρα } F = F' = 10 \text{ N}$$

Δημιουργούμε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων, έναν x' παράλληλο στο κεκλιμένο και έναν $y'y$ κάθετα προς αυτό. Αναλύουμε το βάρος σε δύο συνιστώσες στους άξονες αυτούς.

$$\text{Επειδή η σφαίρα ισορροπεί: } \Sigma F_x = F - B_x = F - B \cdot \eta\mu\varphi = 0$$

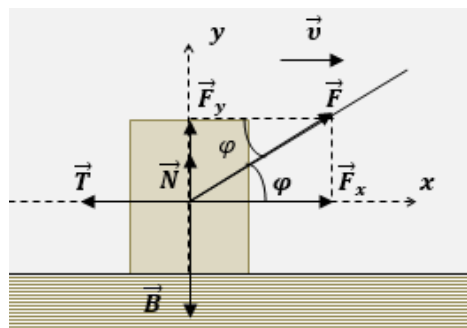
$$\text{Άρα } B \cdot \eta\mu\varphi = F, \quad \text{οπότε } \eta\mu\varphi = \frac{F}{B} = \frac{10 \text{ N}}{20 \text{ N}} = \frac{1}{2}$$

B2.

A) Σωστή η απάντηση **β)**

B) Αιτιολόγηση

Δημιουργούμε ένα ελεύθερο διάγραμμα δυνάμεων, μεταφέροντας όλες τις δυνάμεις στο κέντρο του σώματος. Ορίζουμε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων, έναν $x'x$ οριζόντιο στην κατεύθυνση κίνησης και έναν $y'y$ κατακόρυφο άξονα.



Αναλύουμε τη δύναμη $\vec{F}$ σε δύο συνιστώσες πάνω στους άξονες που ορίσαμε.

Επειδή το κιβώτιο κινείται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα, εφαρμόζοντας τον πρώτο νόμο του Newton:

$$\Sigma F_x = F_x - T = 0$$

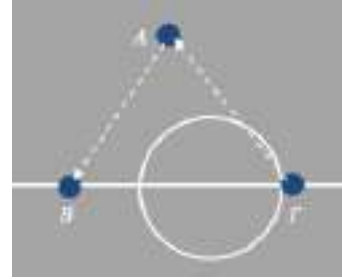
$$\text{Οπότε: } T = F_x = F \cdot \sigma\upsilon\upsilon\eta\varphi = 40 \cdot 0,8 \text{ N} = 32 \text{ N}$$

Για μια μετατόπιση κατά $\Delta x = 10 \text{ m}$, μετατρέπεται ενέργεια σε θερμότητα, μέσω του έργου της τριβής και ισχύει:

$$Q = |W_T| = T \cdot \Delta x = 32 \cdot 10 \text{ J} = \mathbf{320 \text{ J}}$$

ΘΕΜΑ Β

B1. Τρεις παίκτες μιας ποδοσφαιρικής ομάδας, προπονούνται. Οι παίκτες στέκουν ακίνητοι στα σημεία Α, Β και Γ του γηπέδου, τα οποία δημιουργούν ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς a , δηλαδή ισχύει $(AB) = (AG) = (BG) = a$, όπως στο διπλανό σχήμα.



Ο παίκτης Γ κάνει μια πάσα προς τον Α και στη συνέχεια ο Α προς τον Β. Η μπάλα κινήθηκε ευθύγραμμα και στις δύο πάσες.

Για τα μέτρα της μετατόπισης Δx και του διαστήματος S της μπάλας σε αυτή την κίνησή της από τον Γ, στον Α και τελικά στον Β ισχύουν:

A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

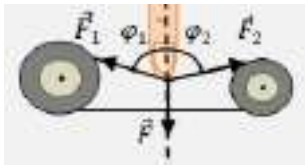
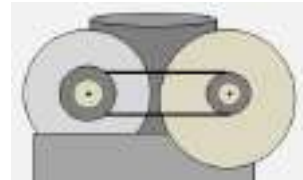
α) $\Delta x = a, S = 2 \cdot a$, **β)** $\Delta x = S = 2 \cdot a$, **γ)** $\Delta x = S = a$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

B2. Σε ένα μηχάνημα, η περιστροφή ενός δίσκου, μεταφέρεται σε έναν άλλο με τη βοήθεια τεντωμένου ιμάντα. Κατά τον τεχνικό έλεγχο του μηχανήματος και ενώ αυτό δεν λειτουργεί, ο τεχνικός



θέλησε να διαπιστώσει την κατάσταση του ιμάντα και γι' αυτό

πίεσε τον ιμάντα κάπου στη μέση με κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ και τον κράτησε έτσι ακίνητο για λίγο. Τη στιγμή εκείνη στον ιμάντα έχουν δημιουργηθεί δύο λοξά τμήματα όπως στο

σχήμα, τα οποία ασκούν στο χέρι του ανθρώπου δύο δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$.

Αν δίνεται ότι εκείνη τη στιγμή τα δύο λοξά τμήματα του ιμάντα σχηματίζουν ίσες γωνίες με την κατακόρυφη ($\varphi_1 = \varphi_2$), για τα μέτρα των δύο δυνάμεων που ασκεί ο ιμάντας στο δάκτυλο του τεχνικού, ισχύει η σχέση:

A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

α) $F_1 < F_2$, **β)** $F_1 = F_2$, **γ)** $F_1 > F_2$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

Ενδεικτικές απαντήσεις

B1.

A) Σωστή η απάντηση **α)**

B) Αιτιολόγηση

Το μέτρο της μετατόπισης είναι ίσο με την απόσταση μεταξύ του αρχικού σημείου (Γ) και του τελικού σημείου (Β), της συνολικής κίνησης της μπάλας.

Δηλαδή $\Delta x = (\Gamma B) = a$

Το διάστημα που έχει διανύσει η μπάλα κατά τη συνολική της κίνηση, είναι ίση με το μήκος της διαδρομής που έχει διανύσει.

Δηλαδή $s = (\Gamma A) + (AB) = 2 \cdot a$

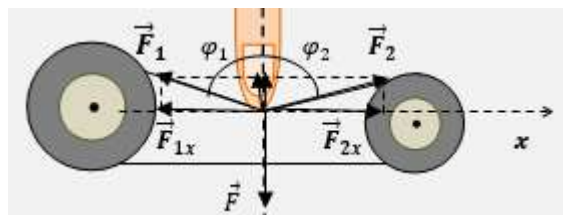
B2.

A) Σωστή η απάντηση **β)**

B) Αιτιολόγηση

Αναλύουμε τις δύο δυνάμεις τις οποίες ασκεί το λουρί στο δάκτυλο του τεχνικού, σε οριζόντιες και κατακόρυφες συνιστώσες.

Από την οριζόντια ισορροπία του σημείου που πιέζεται από τον άνθρωπο προκύπτει:



$$\Sigma F_x = F_{2x} - F_{1x} = 0$$

Άρα $F_{2x} = F_{1x}$

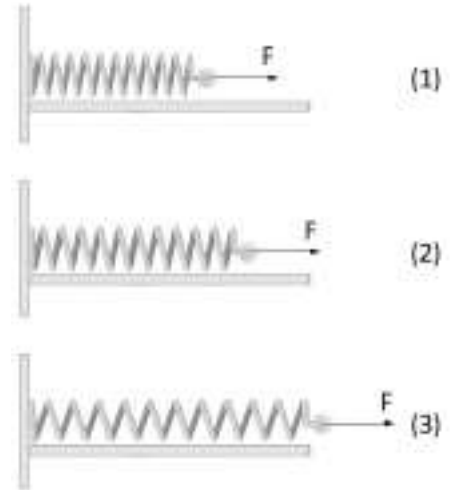
ή $F_2 \cdot \eta\mu\varphi_2 = F_1 \cdot \eta\mu\varphi_1$

Επειδή όμως $\varphi_2 = \varphi_1$

Τελικά ισχύει: $F_2 = F_1$

ΘΕΜΑ 2^ο

2.1 Στην εικόνα παρουσιάζεται ένα ελατήριο που στην ελεύθερη άκρη του υπάρχει σώμα μικρής μάζας m . Το ελατήριο ταλαντώνεται οριζοντίως σε λείο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή (1) απεικονίζεται το ελατήριο συσπειρωμένο, στη (2) βρίσκεται στο φυσικό του μήκος και στην (3) είναι επιμηκυμένο. Και στα τρία πιθανά στιγμιότυπα, στην άκρη του, έχει σχεδιαστεί μόνο η πιθανή δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα.



2.1.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η δύναμη του ελατηρίου έχει σχεδιαστεί σωστά στο:

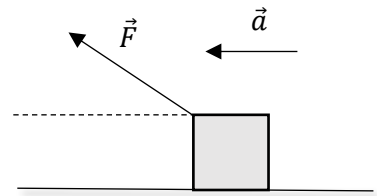
- α) Στιγμιότυπο 1,
- β) Στιγμιότυπο 2,
- γ) Στιγμιότυπο 3

Μονάδες 4

2.1.B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Σώμα αμελητέων διαστάσεων και μάζας m κινείται επιταχυνόμενο πάνω σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο με σταθερή επιτάχυνση $\vec{a}$, μέσω σταθερής δύναμης που ασκούμε, κατά τρόπο ώστε ο φορέας της να σχηματίζει γωνία 30° με το δάπεδο. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.



2.2.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση και, αφού αντιγράψετε το σχήμα της εκφώνησης στο τετράδιο σας, να το συμπληρώσετε με το διάνυσμα της τριβής ολίσθησης.

Η τριβή ολίσθησης που ασκείται από το δάπεδο στο σώμα:

- α) έχει μέτρο $F \sin 30^\circ - ma$ και φορά προς τα αριστερά,
- β) έχει μέτρο $F \sin 30^\circ - ma$ και φορά προς τα δεξιά,
- γ) έχει μέτρο $F \eta \mu 30^\circ - ma$ και φορά προς τα αριστερά

Μονάδες 4

2.2.B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Ενδεικτική Λύση

2.1 Σωστή απάντηση: (α)

Όταν το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος (δηλαδή όταν δεν έχει υποστεί καμία παραμόρφωση), δεν ασκεί δύναμη, συνεπώς η επιλογή (β) απορρίπτεται.

Σε κάθε άλλη περίπτωση, η δύναμη του ελατηρίου τείνει να το επαναφέρει στο φυσικό του μήκος. Στην περίπτωση (γ), θα έπρεπε λοιπόν να έχει φορά προς τα αριστερά. Η μόνη ορθή επιλογή είναι τελικά η (α).

2.2 Σωστή απάντηση: (β)

Το σώμα κινείται οριζόντια με σταθερή επιτάχυνση οπότε σύμφωνα με τον 2^ο νόμο του Newton:

$$F_{ολ} = ma \quad (1)$$

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα κατά τον οριζόντιο άξονα είναι η οριζόντια συνιστώσα F_x της δύναμης F και η τριβή T (η οποία έχει φορά αντίθετη σε αυτή της κίνησης του σώματος).

Άρα, για τον οριζόντιο άξονα ισχύει ότι:

$$F_{ολ\ x} = F_x - T \quad (2)$$

Την οριζόντια συνιστώσα F_x της δύναμης F την υπολογίζουμε με ανάλυση της ως:

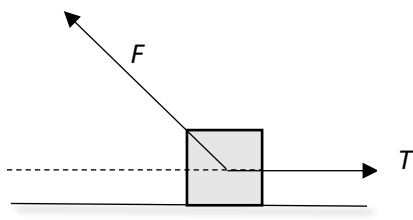
$$F_x = F \cdot \sin 30^\circ \quad (3)$$

Άρα, αν στη σχέση (2) αντικαταστήσουμε την (1) και την (3), προκύπτει

$$ma = F \cdot \sin 30^\circ - T$$

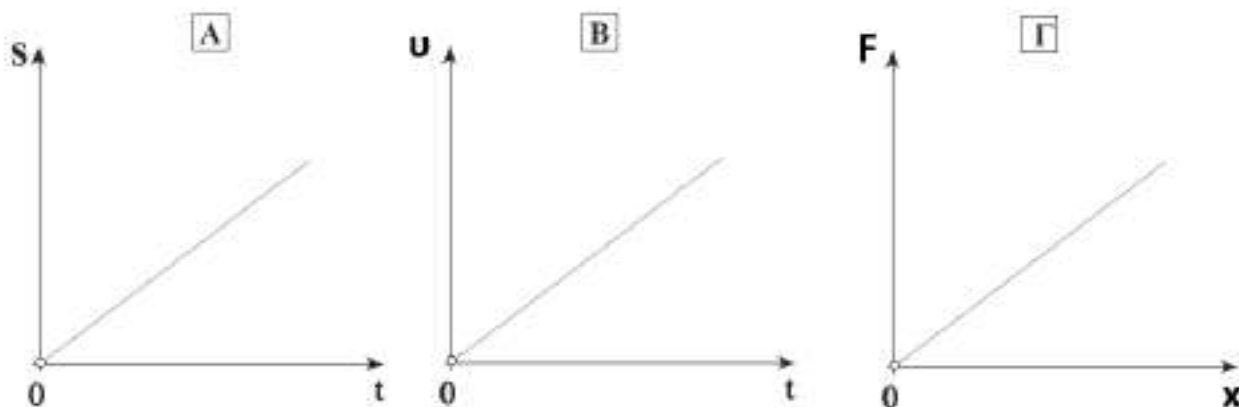
$$T = F \cdot \sin 30^\circ - ma$$

Στο σχήμα που ακολουθεί έχει σχεδιαστεί η τριβή:



ΘΕΜΑ 2^ο

2.1 Τα πιο κάτω διαγράμματα έχουν κοινή μορφή, αλλά αναπαριστούν διαφορετικό φυσικό μέγεθος στον κατακόρυφο άξονα. Στο (Α) παρουσιάζεται το διάστημα που διανύει ένα κινούμενο σώμα σε σχέση με το χρόνο. Στο (Β) περιγράφεται η ταχύτητα με την οποία κινείται άλλο σώμα σε σχέση με το χρόνο και στο (Γ) απεικονίζεται η γραφική παράσταση της δύναμης που δέχεται ένα τρίτο σώμα σε σχέση με τη μετατόπισή του.



2.1.A Το κάθε διάγραμμα είναι κατάλληλο για έναν από τους τέσσερις τρόπους υπολογισμού που περιγράφονται στις πιο κάτω φράσεις:

- 1) Μπορώ να υπολογίσω την ταχύτητα από την κλίση της ευθείας
- 2) Μπορώ να υπολογίσω την μετατόπιση από το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της ευθείας και του άξονα του χρόνου
- 3) Μπορώ να υπολογίσω την επιτάχυνση από το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της ευθείας και του άξονα του χρόνου
- 4) Αν είναι διάγραμμα δύναμης που ασκείται σε ελατήριο μπορώ να υπολογίσω τη σταθερά σκληρότητας του ελατηρίου από την κλίση της ευθείας.

Στο τετράδιό σας να αντιγράψετε και να συμπληρώσετε τον ακόλουθο πίνακα:

Γραφική παράσταση	Αριθμός πρότασης
A	
B	
Γ	

Μονάδες 6

2.1.B Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας.

Μονάδες 6

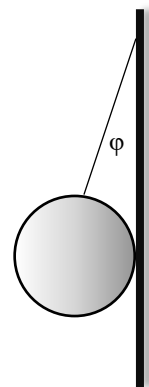
2.2 Λεία σφαίρα μάζας m ισορροπεί όπως στο σχήμα με το νήμα να σχηματίζει γωνία ϕ με τον κατακόρυφο τοίχο.

2.2.A Αν η δύναμη που ασκεί το νήμα στη σφαίρα είναι διπλάσια της δύναμης που ασκεί ο τοίχος στη σφαίρα, επιλέξτε ποια σχέση ισχύει για τη γωνία ϕ :

α) $\eta\mu\phi = 0,5$,

β) $\eta\mu\phi = 0,6$,

γ) $\eta\mu\phi = \sigma\upsilon\nu\phi$.



Μονάδες 4

2.2.B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Ενδεικτική Λύση

2.1 Σωστές απαντήσεις

A – 1

B – 2

Γ – 4

Διάγραμμα 1°

Η κλίση προκύπτει ως το πηλίκο της απόστασης διά του χρόνου (θεωρία).

$$v = \frac{S}{\Delta t}$$

Διάγραμμα 2°

Στην γραφική παράσταση της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο, το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της ευθείας και του άξονα του χρόνου είναι ίσο αριθμητικά με τη μετατόπιση (θεωρία).

$$\Delta x = \frac{1}{2} v \cdot t = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

Διάγραμμα 3°

Η σταθερά ενός ελατηρίου υπολογίζεται από την κλίση της ευθείας της γραφικής παράστασης της δύναμης που ασκείται σε ελατήριο σε συνάρτηση με την επιμήκυνση του.

$$k = \frac{F}{\Delta x}$$

2.2 Σωστή απάντηση: (α)

Οι δυνάμεις που δέχεται η σφαίρα είναι το βάρος της, η τάση του νήματος T και η δύναμη από τον τοίχο N.

Δεδομένου ότι η σφαίρα ισορροπεί, η συνολική δύναμη σε κάθε άξονα θα είναι μηδενική.

Στον κατακόρυφο άξονα:

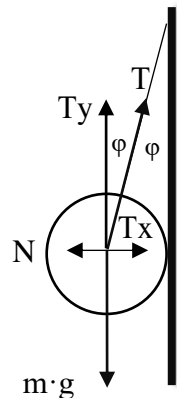
$$T_y = m \cdot g \quad \text{ή} \quad T \cdot \sin\varphi = m \cdot g \quad \text{ή} \quad T = \frac{m \cdot g}{\sin\varphi} \quad (1)$$

Στον οριζόντιο άξονα:

$$T_x = N \quad \text{ή} \quad T \cdot \eta\mu\varphi = N \quad (2)$$

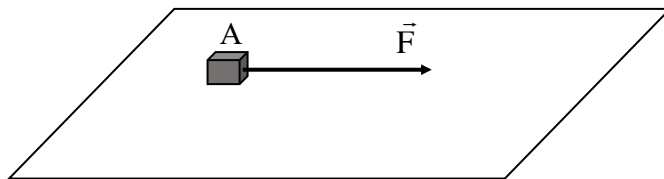
Σύμφωνα με την εκφώνηση $T = 2 \cdot N$ άρα από (1) και (2):

$$\frac{m \cdot g}{\sin\varphi} = 2 \cdot \frac{m \cdot g}{\sin\varphi} \cdot \eta\mu\varphi \quad \text{ή} \quad \eta\mu\varphi = 0,5.$$



ΘΕΜΑ 2^ο

2.1 Ξύλινος κύβος μάζας $0,4 \text{ kg}$ βρίσκεται ακίνητος πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ξεκινάει να ασκείται πάνω του σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F και ο κύβος ξεκινάει να ολισθαίνει. Δίνεται $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.



2.1.A Συμπληρώστε τον πιο κάτω πίνακα:

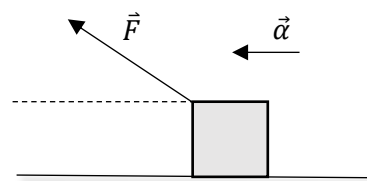
Μετατόπιση	Χρόνος κίνησης	Επιτάχυνση	Δύναμη F	Έργο δύναμης F	Τελική ταχύτητα
2 m	2 s				

Μονάδες 4

2.1.B Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Μονάδες 8

2.2 Σώμα αμελητέων διαστάσεων μετατοπίζεται κατά Δx πάνω σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο με σταθερή επιτάχυνση $\vec{a}$, λόγω σταθερής δύναμης που ασκούμε, κατά τρόπο ώστε ο φορέας της να σχηματίζει γωνία ϕ με το δάπεδο (βλ. σχ.). Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.



2.2.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση και, αφού αντιγράψετε το σχήμα της εκφώνησης στο τετράδιο σας, να το συμπληρώσετε με το διάνυσμα της τριβής ολίσθησης.

Το έργο της δύναμης της τριβής ολίσθησης που ασκεί το δάπεδο στο σώμα είναι:

- α) Θετικό και η απόλυτη τιμή του είναι $|(F \cdot \sin \phi - m \cdot a) \cdot \Delta x|$,
- β) Αρνητικό και η απόλυτη τιμή του είναι $|(F \cdot \sin \phi - m \cdot a) \cdot \Delta x|$,
- γ) Αρνητικό και η απόλυτη τιμή του είναι $|(F \cdot \eta \mu \phi - m \cdot a) \cdot \Delta x|$.

Μονάδες 4

2.2.B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Ενδεικτική Λύση

2.1 Σωστές απαντήσεις

Μετατόπιση	Χρόνος κίνησης	Επιτάχυνση	Δύναμη F	Έργο F	Τελική ταχύτητα
2 m	2 s	1 m/s ²	0,4 N	0,8 J	2 m/s

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2 \text{ ή } a = \frac{2 \cdot \Delta x}{\Delta t^2} = \frac{4 \text{ m}}{4 \text{ s}^2} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F = m \cdot a = 0,4 \cdot 1 \text{ N} = 0,4 \text{ N}$$

$$W = F \cdot \Delta x = 0,4 \cdot 2 \text{ J} = 0,8 \text{ J}$$

$$v = a \cdot \Delta t = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

2.2 Σωστή απάντηση: (β)

Το σώμα κινείται στον οριζόντιο άξονα με σταθερή επιτάχυνση οπότε σύμφωνα με τον 2^ο νόμο του Newton

$$F_{o\lambda} = ma \quad (1)$$

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα κατά τον οριζόντιο άξονα είναι η οριζόντια συνιστώσα F_x της δύναμης F και η τριβή T (η οποία έχει φορά αντίθετη σε αυτή της κίνησης του σώματος).

Άρα για τον οριζόντιο άξονα ισχύει ότι:

$$F_{o\lambda x} = F_x - T \quad (2)$$

Την οριζόντια συνιστώσα F_x την υπολογίζουμε με ανάλυση της F ως:

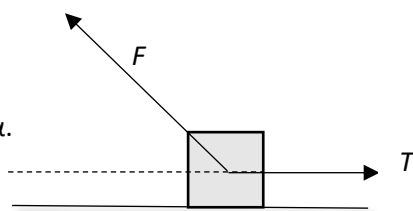
$$F_x = F \cdot \sin\varphi \quad (3)$$

Άρα, αν στη σχέση (2) αντικαταστήσουμε την (1) και την (3) προκύπτει

$$ma = F \cdot \sin\varphi - T$$

$$T = F \cdot \sin\varphi - m \cdot a$$

Η τριβή φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Οπότε το έργο της είναι:

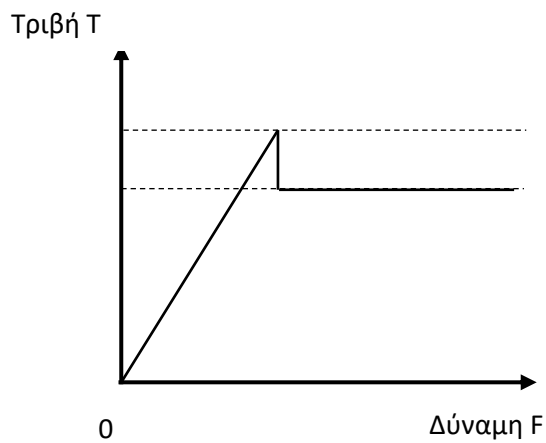
$$W_T = T \cdot \Delta x \cdot \sin 180^\circ = -(F \cdot \sin\varphi - ma) \cdot \Delta x$$

Δεδομένου ότι η κατεύθυνση της τριβής σχηματίζει γωνία 180° με την κατεύθυνση της μετατόπισης.

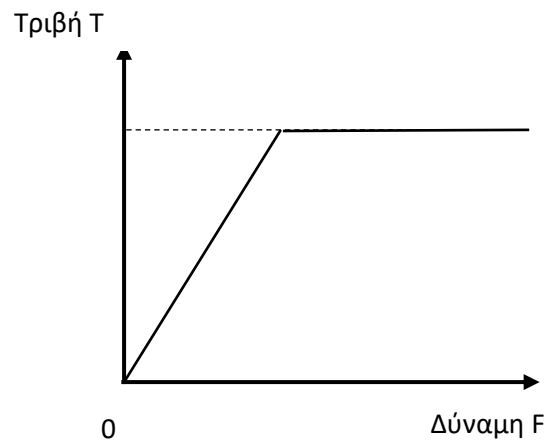
ΘΕΜΑ 2°

2.1 Σε σώμα μάζας m που αρχικά ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο ασκείται δύναμη $\vec{F}$ τέτοια ώστε να το θέσει σε ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση. Η επιφάνεια στην οποία ολισθαίνει το σώμα εμφανίζει τριβή και η αντίσταση του αέρα μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα.

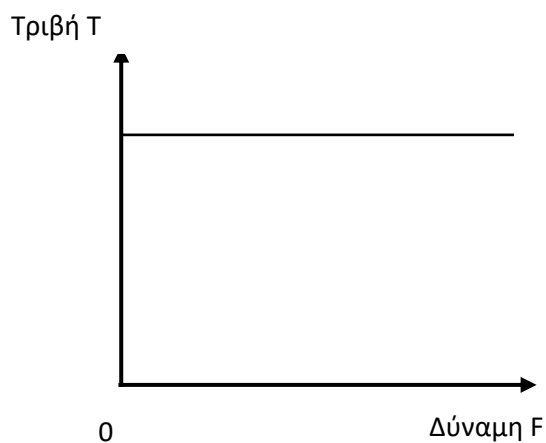
2.1.A Ποιο από τα πιο κάτω διαγράμματα αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση της τριβής ως προς την δύναμη $\vec{F}$;



(α)



(β)



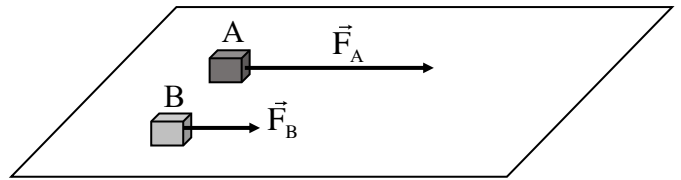
(γ)

Μονάδες 6

2.1.B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

2.2 Δυο κιβώτια Α και Β βρίσκονται δίπλα – δίπλα και ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ασκούνται και στα δύο σταθερές οριζόντιες δυνάμεις $\vec{F}_A$ και $\vec{F}_B$ με μέτρα $F_A = 3 \cdot F_B$,



όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα δυο κιβώτια αρχίζουν να κινούνται ευθύγραμμα στο οριζόντιο επίπεδο και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Τη χρονική στιγμή t_1 η ταχύτητα του κιβωτίου Α είναι διπλάσια από την ταχύτητα του κιβωτίου Β.

2.2.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Με βάση τα πιο πάνω δεδομένα, η σύγκριση των δύο μαζών οδηγεί στο συμπέρασμα ότι:

$$\alpha) m_A = m_B \quad , \quad \beta) m_A = \frac{2}{3} m_B \quad , \quad \gamma) m_B = \frac{2}{3} m_A$$

Μονάδες 4

2.2.B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

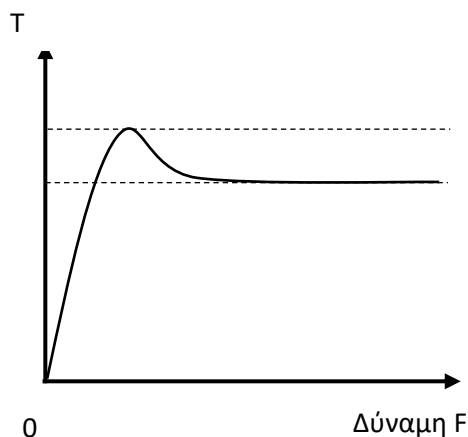
Ενδεικτική Λύση

2.1 Σωστή απάντηση: (α)

Αιτιολόγηση

Το σώμα δε θα κινηθεί απευθείας όταν ασκηθεί δύναμη F , λόγω στατικής τριβής. Θα πρέπει να αυξηθεί προοδευτικά η δύναμη F μέχρι να ξεπεράσει οριακά την μέγιστη στατική τριβή. Όταν συμβεί αυτό, το σώμα θα δέχεται πλέον την F και την τριβή ολίσθησης που είναι πάντα μικρότερη από την μέγιστη στατική τριβή (και σταθερή).

Σημείωση: Εάν παρατηρούσαμε ένα διάγραμμα της στατικής τριβής ως προς τη δύναμη F , βασισμένο σε πειραματικές τιμές από αντίστοιχες δοκιμές, δε θα βλέπαμε απότομες αλλαγές της τριβής, αλλά θα έμοιαζε περισσότερο με το ακόλουθο:



2.2 Σωστή απάντηση: (γ)

Τα κιβώτια κινούνται οριζόντια με σταθερή επιτάχυνση, οπότε, σύμφωνα με το 2^ο νόμο του Newton, προκύπτει:

$$F_A = m_A \cdot a_A \text{ και } F_B = m_B \cdot a_B$$

Άρα η σχέση που δίνεται:

$$F_A = 3 \cdot F_B$$

γίνεται:

$$m_A \cdot a_A = 3 \cdot m_B \cdot a_B \quad (1)$$

Τα δύο κιβώτια, στο ίδιο χρονικό διάστημα, έχουν αποκτήσει ταχύτητες για τις οποίες ισχύει $v_A = 2 \cdot v_B$

$$v_A = 2 \cdot v_B \text{ ή } a_A \cdot t_1 = 2 \cdot a_B \cdot t_1$$

$$a_A = 2 \cdot a_B$$

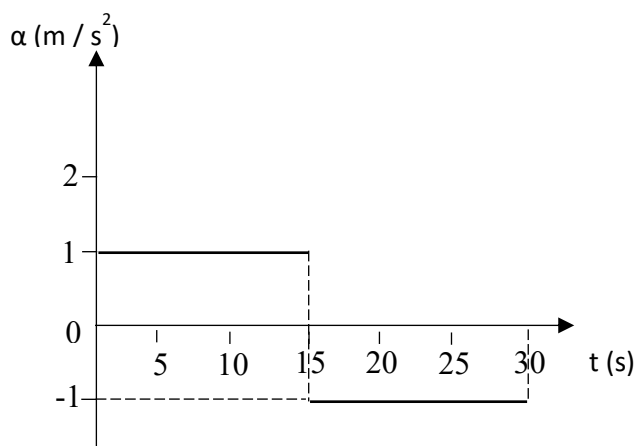
οπότε από την (1) προκύπτει η σχέση:

$$m_A \cdot 2 \cdot a_B = 3 \cdot m_B \cdot a_B \text{ ή } m_B = \frac{2}{3} m_A$$

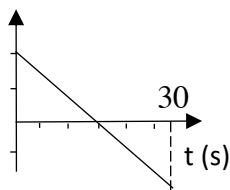
ΘΕΜΑ 2°

2.1 Στο διπλανό διάγραμμα βλέπουμε τη μεταβολή της επιτάχυνσης ενός σώματος ως προς τον χρόνο κίνησης.

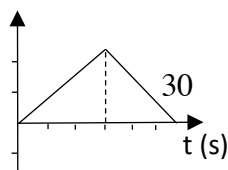
2.1.A Επιλέξτε ποιο από τα διαγράμματα παριστάνει την τιμή της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο:



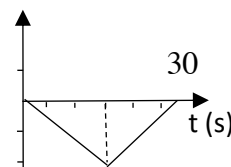
α) $υ (m/s)$



β) $υ (m/s)$



γ) $υ (m/s)$



Μονάδες 4

2.1.B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Ένας ανελκυστήρας μάζας $5 \cdot m$ μεταφέρει δύο άτομα μάζας m το κάθε ένα. Αρχικά, ο ανελκυστήρας ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα. Μετά από μια στάση σε έναν όροφο και αφότου κατέβει ο ένας επιβάτης, ο ανελκυστήρας συνεχίζει να ανεβαίνει, διατηρώντας σταθερή την τάση του (αβαρούς και άκαμπτου) συρματόσχοινου καθ' όλη τη διάρκεια της διαδρομής. Δίνεται $g = 10 \frac{m}{s^2}$ και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Θεωρήστε ότι οι μοναδικές δυνάμεις που δέχεται ο θάλαμος του ανελκυστήρα κατά την άνοδο είναι αυτές που ασκούνται από τη Γη και το συρματόσχοινο.

2.2.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Όταν ο ανελκυστήρας έχει πλέον έναν επιβάτη κινείται με επιτάχυνση μέτρου:

$$\alpha) \frac{5}{3} \frac{m}{s^2} , \quad \beta) \frac{8}{3} \frac{m}{s^2} , \quad \gamma) \frac{10}{3} \frac{m}{s^2}$$

Μονάδες 4

2.2.B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Ενδεικτική Λύση

2.1 Σωστή απάντηση: (β)

Από το εμβαδό του γραφήματος προκύπτει ότι στα πρώτα 15s της κίνησης η μεταβολή της ταχύτητας είναι θετική, δηλ. η τελική ταχύτητα είναι μεγαλύτερη της αρχικής, το οποίο ισχύει μόνο για το διάγραμμα β.

2.2 Σωστή απάντηση: (α)

Το δεδομένο ότι ο ανελκυστήρας αρχικά κινείται με σταθερή ταχύτητα –σύμφωνα με τον 1^ο νόμο του Newton– σημαίνει ότι η συνολική δύναμη που ασκείται σε αυτόν είναι μηδέν. Άρα η τάση του συρματόσχοινου είναι ίση με το συνολικό βάρος του συστήματος ανελκυστήρα-επιβατών.

Συνολική μάζα: $5 \cdot m + 2 \cdot m = 7 \cdot m$

Άρα $T = 7 \cdot m \cdot g = 7 \cdot m \cdot 10 \text{ (S.I.)} = 70 \cdot m \text{ (S.I.)}$

Όταν κατεβαίνει ο ένας επιβάτης, η μάζα του ανελκυστήρα με τον άλλο επιβάτη γίνεται $6 \cdot m$. Αφού η τάση του συρματόσχοινου παραμένει σταθερή, η συνισταμένη δύναμη στον άξονα γ θα είναι μη μηδενική και το σύστημα επιταχύνεται προς τα πάνω:

$$T - 6 \cdot m \cdot g = 6 \cdot m \cdot a$$

$$\frac{T - 6 \cdot m \cdot g}{6 \cdot m} = a$$

$$\frac{70 \cdot m - 60 \cdot m}{6 \cdot m} = a$$

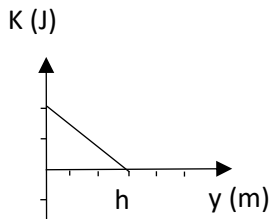
$$a = \frac{5}{3} \frac{m}{s^2}$$

ΘΕΜΑ 2°

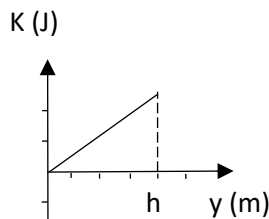
2.1 Ένας συμπαγής ομογενής κύβος αφήνεται να ολισθήσει προς τη βάση λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης ϕ ως προς το οριζόντιο δάπεδο. Γνωρίζουμε ότι το σημείο εκκίνησης απέχει ύψος h από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Επίσης η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

2.1.A Επιλέξτε ποιο από τα επόμενα τρία διαγράμματα είναι η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας του κύβου ως προς το ύψος του y από το οριζόντιο δάπεδο.

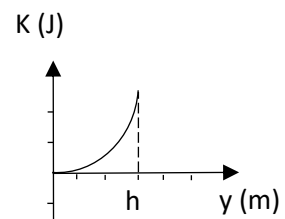
α)



β)



γ)



Μονάδες 4

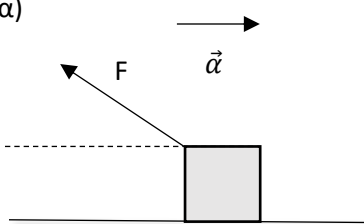
2.1.B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας .

Μονάδες 8

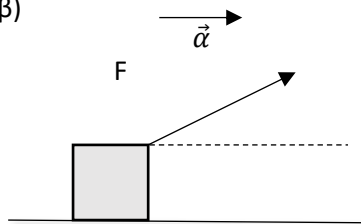
2.2. Σώμα αμελητέων διαστάσεων κινείται πάνω σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο με σταθερή (θετική) επιτάχυνση $\vec{a}$. Η κατεύθυνση της δύναμης που ασκούμε στο σώμα σχηματίζει γωνία ϕ με το δάπεδο. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Η δύναμη της τριβής ολίσθησης που ασκείται στο σώμα από το δάπεδο έχει μέτρο $F \cdot \sin \phi - m \cdot a$.

2.2.A Επιλέξτε ποιο από τα ακόλουθα σχήματα ανταποκρίνεται στα πιο πάνω δεδομένα:

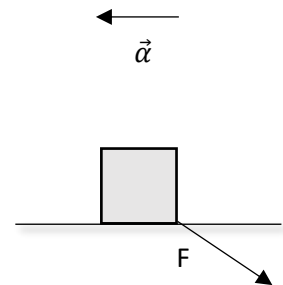
α)



β)



γ)



Μονάδες 4

2.2.B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Ενδεικτική Λύση

2.1 Σωστή απάντηση: (α)

Εφόσον ο κύβος κινείται μόνο υπό την επίδραση του βάρους, ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας:

$$E = K + U$$

Στην ανώτερη θέση του κεκλιμένου επιπέδου ο κύβος έχει τη μέγιστη βαρυτική δυναμική ενέργεια $m \cdot g \cdot h$

Ενώ σε μια τυχαία θέση y έχει κινητική και δυναμική:

$$E_y = K_y + U_y = K_y + m \cdot g \cdot y$$

Λόγω της Α.Δ.Μ.Ε.

$$K_y + m \cdot g \cdot y = m \cdot g \cdot h$$

$$K_y = m \cdot g \cdot h - m \cdot g \cdot y, \text{ όπου } 0 \leq y \leq h$$

Η κινητική ενέργεια μεταβάλλεται συναρτήσει του ύψους. Συνεπώς στο διάγραμμα (α) φαίνεται ότι ο κύβος έχει τη μέγιστη κινητική ενέργεια όταν είναι σε ύψος (0 m) και μηδενική κινητική ενέργεια στο μέγιστο ύψος (h), αφού ξεκινάει με μηδενική αρχική ταχύτητα.

2.2 Σωστή απάντηση: (β)

Το σώμα κινείται οριζόντια με σταθερή θετική επιτάχυνση (άρα το διάνυσμα της επιτάχυνσης είναι ομόρροπο της κίνησης και, με βάση τον 2^ο νόμο του Newton, έχει την ίδια φορά με τη δύναμη F) οπότε, σύμφωνα με τον 2^ο νόμο του Newton, ισχύει:

$$F_{ολ} = m \cdot a \quad (1)$$

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στον οριζόντιο άξονα είναι η οριζόντια συνιστώσα F_x της δύναμης F και η τριβή T (η οποία έχει φορά αντίθετη σε αυτή της κίνησης του σώματος). Άρα για τον οριζόντιο άξονα ισχύει ότι:

$$F_{ολx} = F_x - T \quad (2)$$

Την οριζόντια συνιστώσα F_x την υπολογίζουμε με ανάλυση της F ως:

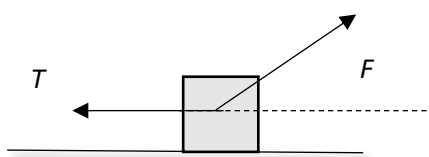
$$F_x = F \cdot \sin\varphi \quad (3)$$

Άρα, αν στη σχέση (2) αντικαταστήσουμε την (1) και την (3), προκύπτει

$$m \cdot a = F \cdot \sin\varphi - T$$

$$T = F \cdot \sin\varphi - m \cdot a$$

Στο σχήμα που ακολουθεί, απεικονίζεται η τριβή:



ΘΕΜΑ 2^ο

2.1 Ένα σώμα μικρών διαστάσεων και μάζας m βάλλεται κατακόρυφα προς τα κάτω, από ύψος h . Η τελική κινητική ενέργεια του σώματος είναι τετραπλάσια της αρχικής του. Θεωρείται ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα και ότι το σώμα έχει μηδενική βαρυτική δυναμική ενέργεια στο έδαφος.

2.1.A Η βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος είναι τριπλάσια από την αρχική κινητική του, όταν απέχει από το έδαφος:

$$\alpha) h/3 \quad , \quad \beta) h/2 \quad , \quad \gamma) h$$

Μονάδες 4

2.1.B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

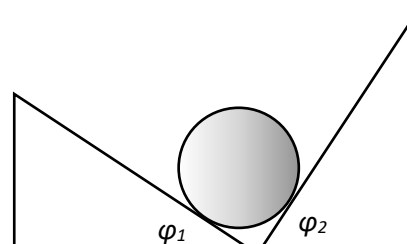
2.2 Λεία σφαίρα μάζας 100 kg ισορροπεί ακουμπώντας σε δύο αμετακίνητες σφήνες γωνιών βάσης $\varphi_1=30^\circ$ (Σφήνα 1) και $\varphi_2=60^\circ$ (Σφήνα 2), όπως στο σχήμα.

2.2.A Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Τα μέτρα των δυνάμεων που δέχεται η σφαίρα στα σημεία επαφής από τις σφήνες είναι:

$$\alpha) m \cdot g \cdot \sin 30^\circ, m \cdot g \cdot \sin 60^\circ,$$

$$\beta) m \cdot g \cdot \eta\mu 30^\circ, m \cdot g \cdot \eta\mu 60^\circ,$$

$$\gamma) m \cdot g \cdot \eta\mu 30^\circ, m \cdot g \cdot \sin 60^\circ.$$



Μονάδες 4

2.2.B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Ενδεικτική Λύση

2.1 Σωστή απάντηση: (γ)

Έστω σημείο Γ (που απέχει κατά γ από το έδαφος) της τροχιάς του σώματος, στο οποίο η δυναμική του ενέργεια είναι τριπλάσια της κινητικής. Για να προσδιορίσουμε το σημείο αυτό θα εκμεταλλευτούμε την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας. Επειδή δεν γνωρίζουμε τίποτε για την αρχική κινητική του ενέργεια, δεν μπορούμε να εφαρμόσουμε την Α.Δ.Μ.Ε. μεταξύ της αρχικής θέσης και της Γ. Αντίθετα, από την εκφώνηση μας δίνεται ότι

$$K_{\text{τελ}} = 4 \cdot K_{\text{αρχ}}$$

Εφαρμόζουμε λοιπόν την Α.Δ.Μ.Ε. μεταξύ της θέσης Γ και της τελικής:

$$E_{\text{ΜΗΧ}, \Gamma} = E_{\text{ΜΗΧτελ}}$$

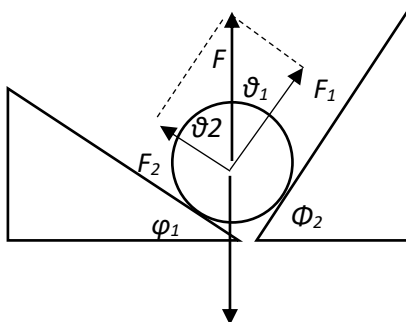
$$U_{\Gamma} + K_{\Gamma} = 0 + K_{\text{τελ}}$$

$$3K_{\text{αρχ}} + K_{\Gamma} = 4K_{\text{αρχ}}$$

$$K_{\Gamma} = K_{\text{αρχ}}$$

Δηλ. σε ύψος σε h – αρχική θέση.

2.2 Σωστή απάντηση: (α)



Επειδή η σφαίρα είναι λεία, οι δυνάμεις F_1 και F_2 , που ασκούν οι σφήνες σε αυτή, είναι κάθετες στην επιφάνειες επαφής και σχηματίζουν γωνίες με την κατακόρυφο έστω θ_1 και θ_2 αντίστοιχα.

Για να ισορροπεί η σφαίρα (1^{ος} Νόμος Newton), η συνισταμένη F των F_1 και F_2 θα πρέπει να έχει μέτρο ίσο με το βάρος $m \cdot g$ της σφαίρας. Δηλ. $F_1 = m \cdot g \cdot \sin\theta_1$ και $F_2 = m \cdot g \cdot \sin\theta_2$.

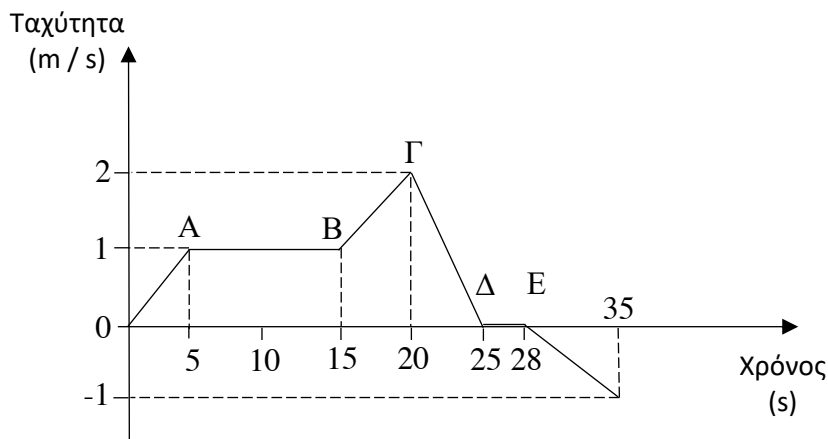
Οι θ_1 και ϕ_1 , ως οξείες γωνίες με κάθετες πλευρές είναι ίσες. Το ίδιο ισχύει και για τις θ_2 και ϕ_2 .

Άρα οι δύο δυνάμεις έχουν μέτρα: $F_1 = m \cdot g \cdot \sin 30^\circ$ και $F_2 = m \cdot g \cdot \sin 60^\circ$.

ΘΕΜΑ 2°

2.1 Το διπλανό διάγραμμα περιγράφει την τιμή της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο για σώμα που κινείται ευθύγραμμα.

2.1.A Επιλέξτε την απάντηση που θεωρείτε σωστή, από τις τρεις πιο κάτω επιλογές. Το έργο της συνολικής δύναμης που ασκείται στο σώμα είναι θετικό στο χρονικό διάστημα:



- α) $0\text{ s} - 15\text{ s}$, β) $5\text{ s} - 15\text{ s}$, γ) $20\text{ s} - 25\text{ s}$

Μονάδες 4

2.2.B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Ένα σώμα μικρών διαστάσεων και μάζας m βάλλεται κατακόρυφα προς τα κάτω, από ύψος h_1 . Η τελική κινητική ενέργεια του σώματος (οριακά πριν ακουμπήσει στο έδαφος) είναι διπλάσια της αρχικής του. Επαναλαμβάνουμε τη ρίψη αλλά αυτή τη φορά αφήνουμε το σώμα από ύψος h_2 χωρίς αρχική ταχύτητα και καταλήγει να έχει πάλι την ίδια τελική κινητική ενέργεια. Θεωρείται ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα και ότι το σώμα έχει μηδενική βαρυτική δυναμική ενέργεια στο έδαφος.

2.2.A Η σχέση που συνδέει τα ύψη h_1 και h_2 είναι:

- α) $2 \cdot h_1 = h_2$, β) $h_1 = 2 \cdot h_2$, γ) $h_2 = 4 \cdot h_1$

Μονάδες 4

2.2.B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Ενδεικτική Λύση

2.1 Σωστή απάντηση: (α)

Για κάθε ένα χρονικό διάστημα (από όσα δίνονται ως επιλογές) το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας μπορεί να μας δώσει το πρόσημο του έργου της συνολικής δύναμης.

Αν $K_{τελ} - K_{αρχ} > 0$ τότε και $W_{Fολ} > 0$

Στο χρονικό διάστημα $0 - 15$ s η ταχύτητα τη χρονική στιγμή $t = 15$ s είναι μεγαλύτερη από τη ταχύτητα για $t = 0$. Άρα $K_{τελ} - K_{αρχ} > 0$

Στις υπόλοιπες περιπτώσεις δεν ισχύει αυτό.

2.2 Σωστή απάντηση: (α)

1^η ρίψη: Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας στην ανώτερη θέση h_1 και στην κατώτερη θέση (ύψος 0 m, οριακά πριν χτυπήσει το σώμα στο έδαφος):

$$E_{ΜΗΧαρχ} = E_{ΜΗΧτελ} \text{ ή } K_{αρχ} + U = K_{τελ} \text{ ή } K_{αρχ} + U = 2 \cdot K_{αρχ}$$

$$\text{Οπότε: } U = K_{αρχ} = K \text{ ή } K = mgh_1$$

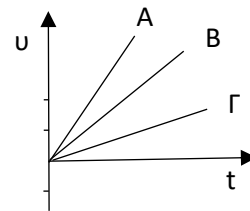
2^η ρίψη: Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας στην ανώτερη θέση h_2 και στην κατώτερη θέση (ύψος 0 m, οριακά πριν χτυπήσει το σώμα στο έδαφος):

$$E_{ΜΗΧαρχ,2} = E_{ΜΗΧτελ,2} \text{ ή } U_2 = K_{τελ} = 2 \cdot K \text{ ή } mgh_2 = 2 \cdot mgh_1$$

$$\text{Οπότε: } h_2 = 2 \cdot h_1$$

ΘΕΜΑ 2^ο

2.1 Τρία αρχικά ακίνητα σώματα Α, Β και Γ με διαφορετικές μάζες δέχονται την ίδια συνισταμένη δύναμη F και ξεκινούν να κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση. Το διάγραμμα παρουσιάζει τις μεταβολές των ταχυτήτων τους ως προς το χρόνο για το χρονικό διάστημα που το καθένα δέχεται δύναμη.



2.1.A Επιλέξτε ποια είναι η σωστή σχέση μαζών των σωμάτων:

α) $m_A = m_B = m_\Gamma$, β) $m_A < m_B < m_\Gamma$, γ) $m_A > m_B > m_\Gamma$

Μονάδες 4

2.1.B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

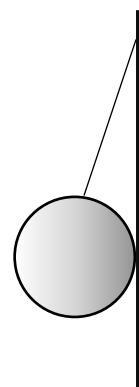
2.2 Λεία σφαίρα μάζας 3 kg ισορροπεί όπως στο σχήμα με το νήμα να σχηματίζει γωνία 30° με τον κατακόρυφο τοίχο. Δίνονται: $g = 10 \frac{m}{s^2}$, $\eta\mu 30^\circ = 0,5$ και $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

2.2.A Σε ένα απλό σχήμα να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που δέχεται η σφαίρα και να επιλέξετε εκείνη, από τις ακόλουθες τιμές, που αντιστοιχεί στο μέτρο της δύναμης που ασκεί ο τοίχος:

α) $10 \cdot \sqrt{3} \text{ N}$,

β) $20 \cdot \sqrt{3} \text{ N}$,

γ) $30 \cdot \sqrt{3} \text{ N}$.



Μονάδες 4

2.2.B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Ενδεικτική Λύση

2.1 Σωστή απάντηση: (β)

Από τον 2^{ος} νόμο Newton προκύπτει ότι, για σταθερή δύναμη, η επιτάχυνση είναι αντιστρόφως ανάλογη της μάζας:

$$a = \frac{F}{m} (1)$$

Στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση η κλίση της γραφικής παράστασης της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο δίνει την επιτάχυνση.

Με βάση το διάγραμμα ταχύτητας ως προς το χρόνο η ευθεία Α έχει μεγαλύτερη κλίση από τις άλλες δύο.

Άρα

$$a_A > a_B > a_\Gamma$$

Οπότε, με βάση την (1), έχουμε:

$$m_A < m_B < m_\Gamma$$

2.2 Σωστή απάντηση: (α)

Οι δυνάμεις που δέχεται η σφαίρα είναι το βάρος της mg , η τάση του νήματος T και η δύναμη από τον τοίχο N .

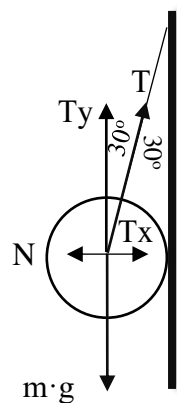
Δεδομένου ότι η σφαίρα ισορροπεί, η συνολική δύναμη σε κάθε άξονα θα είναι μηδενική.

Στον κατακόρυφο άξονα:

$$T_y = m \cdot g \quad \text{ή} \quad T \cdot \sin 30^\circ = m \cdot g \quad \text{ή} \quad T = 20 \cdot \sqrt{3} N$$

Στον οριζόντιο άξονα:

$$T_x = N \quad \text{ή} \quad T \cdot \cos 30^\circ = N \quad \text{ή} \quad N = 10 \cdot \sqrt{3} N$$



ΘΕΜΑ 2^ο

2.1. Ένας ανελκυστήρας μάζας 500 kg μεταφέρει δύο άτομα συνολικής μάζας 150 kg. Ο ανελκυστήρας ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα. Ζητούμενο είναι να υπολογίσουμε την τάση του (αβαρούς) συρματόσχοινου, το οποίο προσδένεται στον ανελκυστήρα. Δίνεται $g = 10 \frac{m}{s^2}$ και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Θεωρήστε ότι οι μοναδικές δυνάμεις που δέχεται ο θάλαμος του ανελκυστήρα κατά την άνοδο είναι αυτές που ασκούνται από τη Γη και το συρματόσχοινο.

2.1.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Με βάση τα πιο πάνω δεδομένα, η τάση του συρματόσχοινου έχει μέτρο που ισούται με:

- α) 3500 N , β) 5000 N , γ) 6500 N

Μονάδες 4

2.1.B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Ένας τσιμεντένιος κύβος βάρους 200 N ισορροπεί σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης 20° . Αντιστοιχίστε τις δυνάμεις τις αριστερής στήλης με μια από τις πιθανές απαντήσεις στη δεξιά στήλη.

2.2.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση για τα μέτρα των παρακάτω δυνάμεων.

- | | |
|--|--|
| α) Η κάθετη δύναμη επαφής που ασκεί το επίπεδο στον κύβο | i) 200 N |
| β) Στατική τριβή μεταξύ κύβου και επιπέδου | ii) $200 \cdot \eta \mu 20^\circ$ N |
| γ) Η δύναμη που ασκεί το επίπεδο στον κύβο | iii) $200 \cdot \sigma \nu \nu 20^\circ$ N |

Μονάδες 6

2.2.B Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας.

Μονάδες 7

Ενδεικτική Λύση

2.1 Σωστή απάντηση: (γ)

Το δεδομένο ότι ο ανελκυστήρας κινείται με σταθερή ταχύτητα –σύμφωνα με τον 1^ο νόμο του Newton– σημαίνει ότι η συνολική δύναμη που ασκείται σε αυτόν είναι μηδέν. Άρα η τάση του συρματόσχοινου είναι ίση με το συνολικό βάρος του συστήματος ανελκυστήρα-επιβατών.

Συνολική μάζα $(500 + 150) \text{ kg} = 650 \text{ kg}$

Άρα $T = m g = 650 \cdot 10 \text{ N} = 6500 \text{ N}$

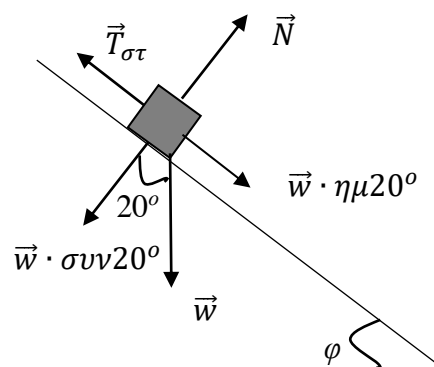
2.2 Σωστές απαντήσεις:

(α – iii),

(β – ii),

(γ – i)

Ο κύβος ισορροπεί οπότε σύμφωνα με τον 1^ο νόμο του Newton η συνολική δύναμη που του ασκείται είναι μηδέν. Αν αναλύσουμε τη δύναμη του βάρους, η παράλληλη προς το κεκλιμένο επίπεδο συνιστώσα του θα είναι αντίθετη της (στατικής) τριβής, ενώ η κάθετη στο κεκλιμένο επίπεδο θα είναι αντίθετη της κάθετης δύναμης επαφής $\vec{N}$ που ασκεί το επίπεδο στον κύβο.



Συνεπώς, η κάθετη δύναμη επαφής που ασκεί το επίπεδο στον κύβο είναι ίση με $m \cdot g \cdot \sin 20^\circ$.

Η στατική τριβή μεταξύ κύβου και επιπέδου είναι ίση με $m \cdot g \cdot \cos 20^\circ$.

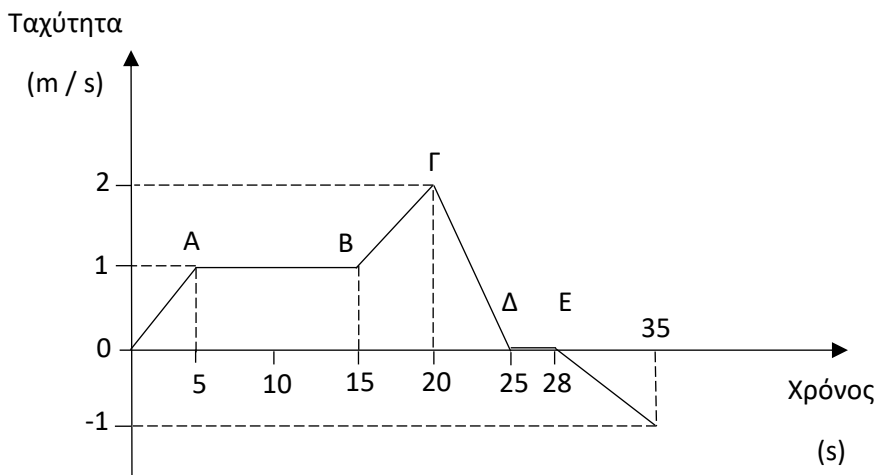
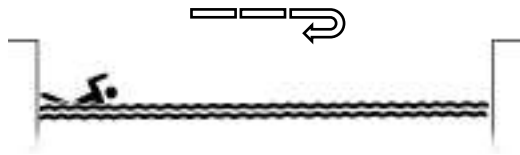
Η συνισταμένη των δύο αυτών δυνάμεων (αφού ο κύβος ισορροπεί) θα έχει το ίδιο μέτρο με το βάρος, δηλ. $m \cdot g$, αλλά αντίθετη φορά.

Θέμα 4°

Ο Αλέξανδρος μετά από πολύ καιρό επιστρέφει στο κολυμβητήριο για προπόνηση.

Αρχίζει να κάνει διαδρομές στην μήκους 25

μέτρων πισίνα της ομάδας του. Παράλληλα, ο προπονητής του καταγράφει τη διαδρομή του μέσα από το «έξυπνο» ρολόι που φοράει ο Αλέξανδρος. Μετά από ένα χρονικό διάστημα, μια εφαρμογή σχεδιάζει το πιο κάτω διάγραμμα που περιγράφει την τιμή της ταχύτητας του κολυμβητή σε συνάρτηση με το χρόνο για το δεδομένο χρονικό διάστημα. Με βάση το διάγραμμα αυτό ο προπονητής προσπαθεί να βγάλει συμπεράσματα για τη φυσική κατάσταση του κολυμβητή. Η μάζα του κολυμβητή είναι $m = 70 \text{ kg}$.



4.1 Να υπολογίσετε το διάστημα που διάνυσε ο κολυμβητής από τη χρονική στιγμή της εκκίνησης ($t = 0$), έως τη χρονική στιγμή ($t = 20\text{s}$) μετά την εκκίνηση του (σημείο A).

4.2 Να υπολογίσετε τη μετατόπισή του κολυμβητή από τη χρονική στιγμή ($t = 20$), έως τη χρονική στιγμή ($t = 35\text{s}$).

4.3 Να σχεδιάσετε το αντίστοιχο διάγραμμα της τιμής της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή της εκκίνησης ($t = 0$), έως τη χρονική στιγμή ($t = 35\text{s}$).

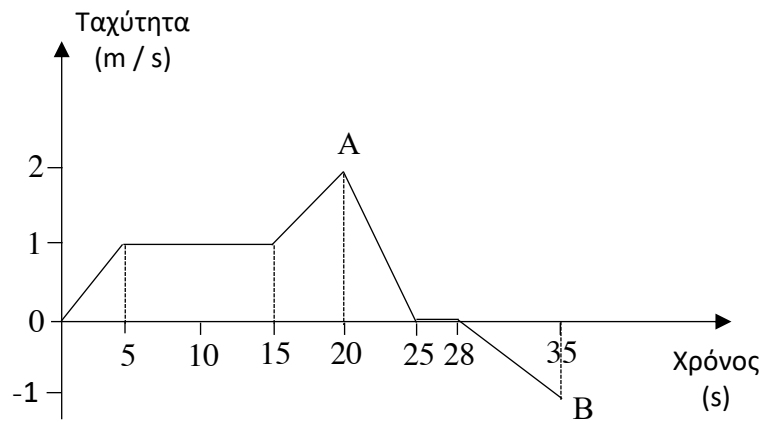
4.4 Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του κολυμβητή καθώς και τη μετατόπισή του από τη χρονική στιγμή της εκκίνησης ($t = 0$), έως τη χρονική στιγμή ($t = 35\text{s}$).

(Μονάδες 6+6+6+7)

Ενδεικτική Λύση

4.1 Το διάγραμμα μας δίνει τις εξής πληροφορίες:

Χρονικό Διάστημα	Είδος κίνησης
0 - 5 s	Ευθ. Ομαλά Επιταχυνόμενη
5 - 15 s	Ευθ. Ομαλή Κίνηση
15 - 20 s	Ευθ. Ομαλά Επιταχυνόμενη
20 - 25 s	Ευθ. Ομαλά Επιβραδυνόμενη
25 - 28 s	Ακινήσια
28 - 35 s	Ευθ. Ομαλά Επιταχυνόμενη



Άρα για το χρονικό διάστημα 0 – 5 s έχουμε:

$$v_1 = a_1 \cdot \Delta t_1 \text{ ή } a_1 = \frac{v_1}{\Delta t_1} \text{ ή } a_1 = \frac{1}{5} \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot \Delta t_1^2 \text{ ή } \Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} \cdot 5^2 m \text{ ή } \Delta x_1 = 2,5 m$$

(Μονάδες 2)

Για το χρονικό διάστημα 5 - 15 s:

$$\Delta x_2 = v_1 \cdot \Delta t_2 = 1 \cdot 10 = 10 m$$

(Μονάδες 2)

Και για το 15 – 20 s:

$$v_2 = v_1 + a_2 \cdot \Delta t_3 \text{ ή } a_2 = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t_3} \text{ ή } a_2 = \frac{2 - 1}{5} \frac{m}{s^2} \text{ ή } a_2 = \frac{1}{5} \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x_3 = v_1 \cdot \Delta t_3 + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot \Delta t_3^2 \text{ ή } \Delta x_3 = 1 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} \cdot 5^2 m \text{ ή } \Delta x_3 = 7,5 m$$

Άρα συνολικά διάνυσε $S = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| = 20 m$

(Μονάδες 2)

4.2 Για το χρονικό διάστημα 20 – 25 s έχουμε ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση:

$$v_3 = v_2 + a_3 \cdot \Delta t_4 \text{ ή } a_3 = \frac{v_3 - v_2}{\Delta t_4} \text{ ή } a_3 = \frac{0 - 2}{5} \frac{m}{s^2} \text{ ή } a_3 = -\frac{2}{5} \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x_4 = v_2 \cdot \Delta t_4 + \frac{1}{2} \cdot a_3 \cdot \Delta t_4^2 \text{ ή } \Delta x_4 = 2 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} \cdot 5^2 m \text{ ή } \Delta x_4 = 5 m$$

(Μονάδες 2)

Για το χρονικό διάστημα 25 – 28 s η ταχύτητα είναι μηδενική (ακινήσια)

(Μονάδες 2)

Για το χρονικό διάστημα 28 – 35 s αρνητική ταχύτητα, το σώμα επιταχύνεται με αντίθετη κατεύθυνση από την αρχική.

$$v_4 = a_4 \cdot \Delta t_5 \text{ ή } a_4 = \frac{v_4}{\Delta t_5} \text{ ή } a_4 = \frac{-1}{7} \frac{m}{s^2} \text{ ή } a_4 = -\frac{1}{7} \frac{m}{s^2}$$

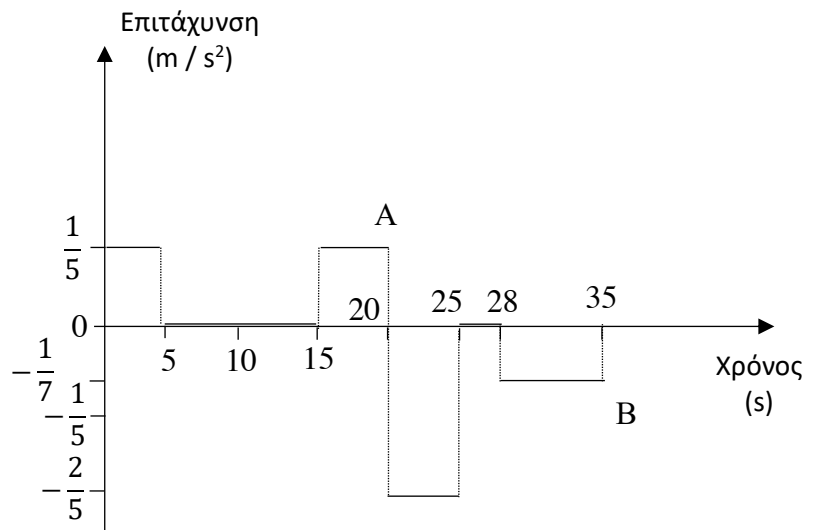
$$\Delta x_5 = \frac{1}{2} \cdot a_4 \cdot \Delta t_5^2 \text{ ή } \Delta x_5 = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{7} \cdot 7^2 m \text{ ή } \Delta x_5 = -3,5 m$$

Συνολική μετατόπιση από τη χρονική στιγμή ($t = 20$), έως τη χρονική στιγμή ($t = 35s$):

$$\Delta x_6 = \Delta x_4 + \Delta x_5 = 5 - 3,5 = 1,5 \text{ m}$$

(Μονάδες 2)

4.3 Για το διάγραμμα της επιτάχυνσης, με βάση τις τιμές που βρήκαμε στα προηγούμενα ερωτήματα, προκύπτει:



(Μονάδες 6)

4.4 Με βάση τις μετατοπίσεις που υπολογίσαμε στα προηγούμενα ερωτήματα:

Συνολική απόσταση που διάνυσε: $S_{ολ} = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| + |\Delta x_4| + |\Delta x_5| = 28,5 \text{ m}$ σε χρόνο 35 s .

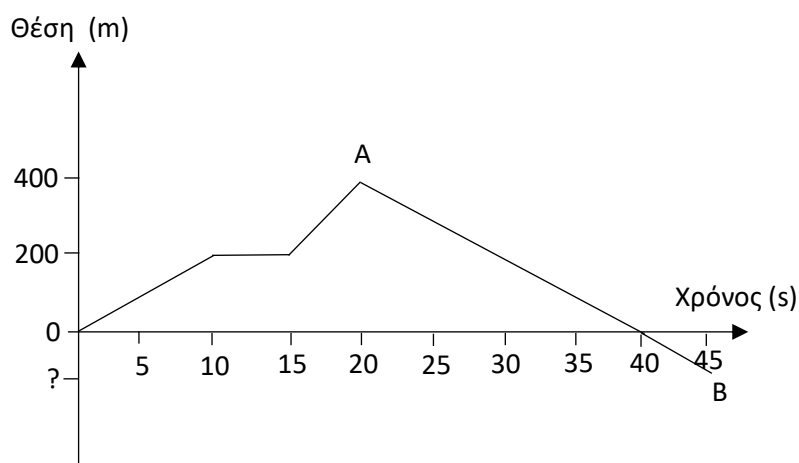
Οπότε: $v_{\mu} = \frac{S_{ολ}}{t_{ολ}} = \frac{28,5 \text{ m}}{35 \text{ s}} = 0,81 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ και απέχει $(20 + 1,5)\text{m} = 21,5 \text{ m}$ από την αφετηρία.

Οπότε η μετατόπιση $\Delta x_{0-35} = x_{35} - x_0 = (21,5 - 0)\text{m} = 21,5 \text{ m}$

(Μονάδες 7)

Θέμα 4^ο

Πομπός GPS στερεώνεται στο σώμα ενός παπαγάλου, ώστε να στέλνει διαρκώς την θέση του σε ερευνητές που τον παρακολουθούν. Ο παπαγάλος αφήνεται ελεύθερος και η πορεία του καταγράφεται στο πιο κάτω διάγραμμα, Θεωρούμε ότι το εργαστήριο από το οποίο ξεκινάει σε χρόνο $t = 0$ βρίσκεται στην θέση $x = 0$ και ότι το πτηνό κινείται πάνω σε μια νοητή ευθεία καθ' όλη τη διαδρομή του.



Καλείστε να βοηθήσετε τη μελέτη της κίνησης του πτηνού υπολογίζοντας:

4.1 τη μέση ταχύτητα του παπαγάλου από τη χρονική στιγμή της εκκίνησης μέχρι τη χρονική στιγμή $t = 20s$ (σημείο A του διαγράμματος),

4.2 τη στιγμιαία ταχύτητα του τη χρονική στιγμή $t = 20s$ μετά την εκκίνηση του,

4.3 τη θέση του πτηνού τη χρονική στιγμή $t = 45s$ (σημείο B του διαγράμματος)

και

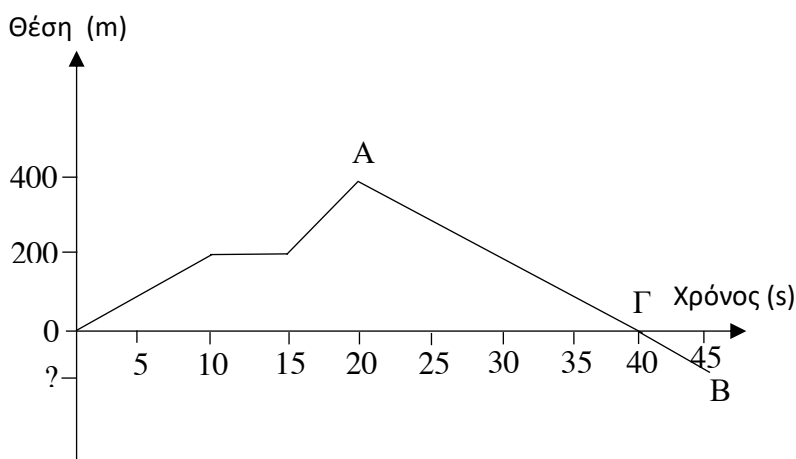
4.4 σχεδιάζοντας σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα της τιμής της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο.

(Μονάδες 6+6+7+6)

Ενδεικτική Λύση

4.1 Οι πληροφορίες που παίρνουμε από το διάγραμμα για την κίνηση του παπαγάλου σε μορφή πίνακα:

Χρονικό Διάστημα	Είδος κίνησης
0 - 10 s	Ευθ. Ομαλή Κίνηση
10 - 15 s	Ακινησία
15 - 20 s	Ευθ. Ομαλή Κίνηση
20 - 40 s	Ευθ. Ομαλή Κίνηση (επιστρέφει προς την αφετηρία)
40 - 45 s	Ευθ. Ομαλή Κίνηση (προσπερνάει την αφετηρία και συνεχίζει προς αντίθετη κατεύθυνση)



Άρα, για το χρονικό διάστημα 0 - 20 s

Ο παπαγάλος διανύει 400 m σε χρόνο 20 s οπότε:

$$v_{\mu} = \frac{400 \text{ m}}{20 \text{ s}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(Μονάδες 6)

4.2 Στο χρονικό διάστημα από 15 - 20 s ο παπαγάλος διανύει 200 m σε χρόνο 5 s με ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, άρα η ταχύτητα του τη χρονική στιγμή 20 s θα είναι :

$$v_{20} = \frac{\Delta x_{15 \rightarrow 20}}{\Delta t} = \frac{400 - 200}{5} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(Μονάδες 6)

4.3 Στο χρονικό διάστημα από 20 - 40 s ο παπαγάλος κινείται με κατεύθυνση προς το σημείο από όπου ξεκίνησε. Το κομμάτι της διαδρομής Α -> Β, κατά την διάρκεια του οποίου ο παπαγάλος έχει σταθερή ταχύτητα, παριστάνεται γραφικά με όλα τα σημεία να βρίσκονται πάνω στο ίδιο ευθύγραμμο τμήμα.

Άρα η ταχύτητα του v_{AB} θα υπολογιστεί από το διάστημα 20 - 40 s

$$v_{AB} = \frac{\Delta x_{20 \rightarrow 40}}{\Delta t} = \frac{-400}{20} \frac{\text{m}}{\text{s}} = -20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Τη χρονική στιγμή 40 s από την εκκίνηση του ο παπαγάλος επιστρέφει στη θέση εκκίνησης (θέση 0 m) και συνεχίζει με την ίδια σταθερή ταχύτητα v_{AB} και πέρα από το σημείο εκκίνησης.

Για το χρονικό διάστημα 40 - 45 s θα διανύσει απόσταση

$$S = |v_{AB}| \cdot \Delta t_{40-45} = 20 \cdot 5 \text{ m} = 100 \text{ m}$$

Επειδή κινείται σε μια ευθεία, θα βρίσκεται στη θέση $x_{\tau_{ελ}} = -100 \text{ m}$ στον άξονα της κίνησης του.

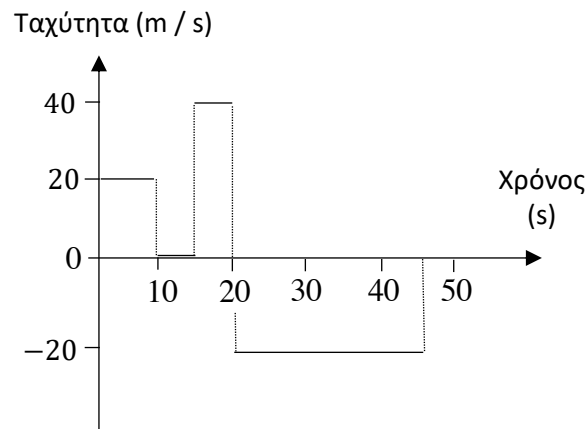
(Μονάδες 7)

4.4 Για να σχεδιάσουμε το διάγραμμα της ταχύτητας ως προς το χρόνο χρειάζεται να υπολογίσουμε την τιμή της για το χρονικό διάστημα 0 - 10 s

$$v_{0-10} = \frac{|\Delta x_{0 \rightarrow 10}|}{\Delta t_{0 \rightarrow 10}} = \frac{200}{10} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Και για το χρονικό διάστημα 15 - 20 s

$$v_{15-20} = \frac{|\Delta x_{15 \rightarrow 20}|}{\Delta t_{15 \rightarrow 20}} = \frac{200}{5} \frac{m}{s} = 40 \frac{m}{s}$$

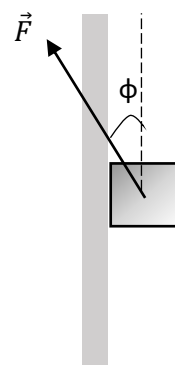


(Μονάδες 6)

Σημείωση: Εάν παρατηρούσαμε ένα διάγραμμα της ταχύτητας ως προς το χρόνο βασισμένο σε πραγματικές τιμές από αντίστοιχες παρατηρήσεις / κινήσεις πτηνών, δε θα βλέπαμε αυτές τις απότομες αλλαγές ταχύτητας και κατεύθυνσης. Θα ήταν διαρκώς μεταβαλλόμενο κατά τη διάρκεια της πτήσης, με επιταχύνσεις και επιβραδύνσεις κατά τη διάρκεια του πετάγματος και πριν/μετά τις στάσεις του. Για τις ανάγκες της άσκησης χρησιμοποιήθηκαν εξιδανικευμένα δεδομένα που επιτρέπουν την αναπαράσταση και επεξεργασία με γνώσεις της Α΄ τάξης ΕΠΑΛ.

Θέμα 4ο

Σώμα μάζας $m_A = 2 \text{ Kg}$ ολισθαίνει σε κατακόρυφο τοίχο με τον οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής $\mu = 0,5$. Στο σώμα ασκείται σταθερή δύναμη $\vec{F}$ που το διάνυσμα της σχηματίζει γωνία ϕ με τον κατακόρυφο άξονα κίνησης (βλ. σχ.). Θεωρήστε την αντίσταση του αέρα αμελητέα. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι: $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $\eta\mu\phi = 0,6$ και $\sigma\eta\nu\phi = 0,8$.



Να υπολογίσετε:

- 4.1 Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$, ώστε το σώμα να κινείται προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα.
- 4.2 Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$, ώστε το σώμα να κινείται προς τα πάνω με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.
- 4.3 Το έργο της δύναμης $\vec{F}$, όταν το σώμα κινείται προς τα πάνω με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ για μετατόπιση 20 m.
- 4.4 Υπολογίστε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος όταν το σώμα κινείται προς τα πάνω με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ για μετατόπιση 20 m.

(Μονάδες 6+7+6+6)

Ενδεικτική Λύση

4.1 Όταν το σώμα κινείται προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα σύμφωνα με τον 1^ο νόμο του Newton (για τον κατακόρυφο και τον οριζόντιο άξονα αντίστοιχα) ισχύει:

$$F_y - T - m \cdot g = 0 \quad (1)$$

$$F_x - N = 0 \text{ ή } F_x = N$$

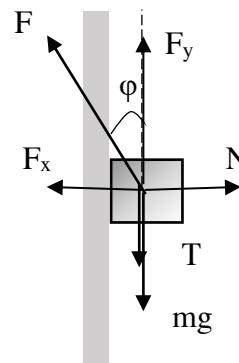
όπου $T = \mu \cdot Fx$

Άρα από την (1) προκύπτει:

$$F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - \mu \cdot F \cdot \eta\mu\varphi - m \cdot g = 0$$

$$F \cdot 0,8 - 0,5 \cdot F \cdot 0,6 - 2 \cdot 10N = 0$$

$$0,5 \cdot F = 20N \text{ ή } F = 40N$$



(Μονάδες 6)

4.2 Αν το σώμα κινείται προς τα πάνω, τότε η τριβή θα έχει κατεύθυνση προς τα κάτω και άρα από 1^ο και 2^ο νόμο Newton προκύπτει

$$-m \cdot g - T + F'y = m \cdot a \quad (2)$$

$$F'x - N = 0 \text{ ή } Fx = N$$

με θετική φορά στον κατακόρυφο άξονα, τη φορά της κίνησης του σώματος. Άρα:

$$-m \cdot g + F' \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - \mu \cdot F' \cdot \eta\mu\varphi = m \cdot \alpha$$

$$-2 \cdot 10N + F' \cdot 0,8 - 0,5 \cdot F' \cdot 0,6 = 2 \cdot 2N$$

$$22N = F' \cdot 0,5 \text{ ή } F' = 44N$$

(Μονάδες 7)

4.3 Το έργο της δύναμης F για μετατόπιση 20 m είναι:

$$W_F = F' \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 44 \cdot 20 \cdot 0,8J = 704J$$

(Μονάδες 6)

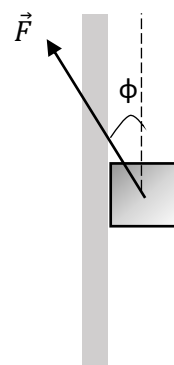
4.4 Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας για τη μετατόπιση $\Delta x = 20$ m θα ισούται με το έργο της συνολικής δύναμης στον κατακόρυφο άξονα.

$$\Delta K = F_{o\lambda} \cdot \Delta x = m \cdot a \cdot \Delta x = 2 \cdot 2 \cdot 20J = 80J$$

(Μονάδες 6)

Θέμα 4ο

Σώμα μάζας $m_A = 2 \text{ Kg}$ ολισθαίνει σε κατακόρυφο τοίχο με τον οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής $\mu = \frac{1}{3}$. Στο σώμα ασκείται σταθερή δύναμη $\vec{F}$ που το διάνυσμα της σχηματίζει γωνία ϕ με τον κατακόρυφο άξονα κίνησης (βλ. σχ.). Θεωρήστε την αντίσταση του αέρα αμελητέα. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι: $g = 10 \frac{m}{s^2}$, $\eta\mu\phi = 0,6$, $\sigma\eta\nu\phi = 0,8$, $\sigma\eta\nu(180^\circ - \phi) = -0,8$.



Να υπολογίσετε:

4.1 Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$, ώστε το σώμα να κινείται προς τα κάτω με σταθερή ταχύτητα.

4.2 Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$, ώστε το σώμα να κινείται προς τα κάτω με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $2 \frac{m}{s^2}$.

4.3 Το έργο της δύναμης $\vec{F}$, όταν το σώμα κινείται προς τα κάτω με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $2 \frac{m}{s^2}$ για μετατόπιση 20 m.

Αν το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ μηδενιζόταν,

4.4 Υπολογίστε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος για μετατόπιση του κατά 20 m.

(Μονάδες 6+7+6+6)

Ενδεικτική Λύση

4.1 Όταν το σώμα κινείται προς τα κάτω με σταθερή ταχύτητα σύμφωνα με τον 1^ο νόμο του Newton (για τον κατακόρυφο και τον οριζόντιο άξονα αντίστοιχα) ισχύει:

$$m \cdot g - F_y - T = 0 \quad (1)$$

$$F_x - N = 0 \text{ ή } F_x = N$$

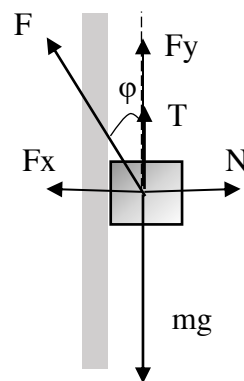
όπου $T = \mu \cdot F_x$, και έστω θετική φορά η φορά της κίνησης.

Άρα από την (1) προκύπτει:

$$F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi + \mu \cdot F \cdot \eta\mu\varphi = m \cdot g$$

$$F \cdot 0,8 + \frac{1}{3} \cdot F \cdot 0,6 = 2 \cdot 10 \text{ N ή } 1 \cdot F = 20 \text{ N ή } F = 20 \text{ N}$$

(Μονάδες 6)



4.2 Αν το σώμα κινείται προς τα κάτω με επιτάχυνση, από 1^ο και 2^ο νόμο Newton προκύπτει

$$m \cdot g - T - F'y = m \cdot a \quad (2)$$

$$F'x - N = 0 \text{ ή } Fx = N$$

λαμβάνοντας θετική φορά στον κατακόρυφο άξονα, τη φορά της κίνησης του σώματος. Άρα:

$$m \cdot g - F' \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - \mu \cdot F' \cdot \eta\mu\varphi = m \cdot a$$

$$2 \cdot 10 \text{ N} - F' \cdot 0,8 - \frac{1}{3} \cdot F' \cdot 0,6 = 2 \cdot 2 \text{ N ή } F' = 16 \text{ N}$$

(Μονάδες 7)

4.3 Το έργο της δύναμης F για μετατόπιση 20 m είναι:

$$W_F = F' \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \varphi) = -16 \cdot 20 \cdot 0,8 \text{ J} = -256 \text{ J}$$

(Μονάδες 6)

4.4 Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας για τη μετατόπιση $\Delta x = 20 \text{ m}$ θα ισούται με το έργο του βάρους.

Όταν παύσει να ασκείται η δύναμη F το σώμα κάνει ελεύθερη πτώση

$$\Delta K = F_{o\lambda} \cdot \Delta x = m \cdot g \cdot \Delta x = 2 \cdot 10 \cdot 20 \text{ J} = 400 \text{ J}$$

(Μονάδες 6)

Θέμα 4^ο

Σώμα μάζας $m = 10 \text{ kg}$ εκτοξεύεται τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$ με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $u_0 = 10 \text{ m/s}$ από θέση Ο οριζοντίου δαπέδου. Το σώμα ολισθαίνει με σταθερή ταχύτητα, ενώ δέχεται σταθερή οριζόντια δύναμη $F = 40 \text{ N}$ με κατεύθυνση ίδια με την αρχική του ταχύτητα. Δίνεται: $g = 10 \text{ m/s}^2$ και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

4.1 Ασκείται στο σώμα τριβή κατά τη διάρκεια της κίνησής του; Αν ναι, να υπολογίσετε το μέτρο της, αν όχι να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Τη χρονική στιγμή $t_A = 10 \text{ s}$ στο σώμα παύει να ασκείται η δύναμη F .

4.2 Σε ποια θέση, έστω Β, το σώμα θα ακινητοποιηθεί;

4.3 Σχεδιάστε το διάγραμμα του μέτρου της ταχύτητας του σώματος ως προς το χρόνο για όλο το διάστημα της κίνησής του.

4.4 Ποιο το έργο της τριβής ολίσθησης για όλο το διάστημα μετακίνησης του σώματος;

(Μονάδες 6+7+6+6)

Ενδεικτική Λύση

4.1 Το σώμα κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα, υπό την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης και με αρχική ταχύτητα. Η συνολική επιτάχυνση που δέχεται είναι μηδενική. Σύμφωνα με τον 1^ο νόμο Newton θα πρέπει να υπάρχει τριβή που να έχει μέτρο ίσο με την F και αντίθετη κατεύθυνση ώστε $F_{ολ} = 0 \text{ N}$. Οπότε:

$$F = T = 40 \text{ N}$$

(Μονάδες 6)

4.2 Μετά τη χρονική στιγμή $t_A = 10 \text{ s}$ το σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Με βάση το 2^ο νόμο Newton:

$$T = m \cdot \alpha \text{ ή } \alpha = \frac{T}{m} = \frac{40}{10} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(Μονάδες 2)

Ο χρόνος κίνησης μέχρι να ακινητοποιηθεί το σώμα θα είναι: $v_{τελ} = v_o - \alpha \cdot \Delta t_{AB}$

$$\Delta t_{AB} = \frac{v_o}{\alpha} = \frac{10}{4} \text{ s} = 2,5 \text{ s}$$

(Μονάδες 2)

Η συνολική μετατόπιση του σώματος από τη στιγμή που ξεκίνησε μέχρι να ακινητοποιηθεί θα είναι:

$$\Delta x = v_o \cdot \Delta t_A + v_o \cdot \Delta t_{AB} - \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \Delta t_{AB}^2$$

$$\Delta x = (10 \cdot 10 + 10 \cdot 2,5 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2,5^2) \text{ m}$$

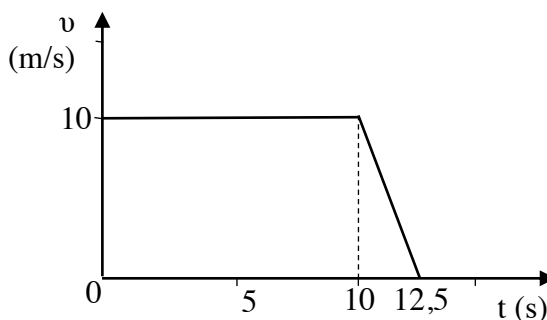
$$\Delta x = (100 + 25 - 12,5) \text{ m} = 112,5 \text{ m}$$

(Μονάδες 2)

Συνεπώς η θέση του σώματος στο σημείο B θα είναι $\Delta x = x_B - x_o \text{ ή } x_B = 112,5 \text{ m}$.

(Μονάδα 1)

4.3 Με βάση τα προηγούμενα αποτελέσματα το διάγραμμα θα έχει τη μορφή :



(Μονάδες 6)

4.4 Το έργο της τριβής ολίσθησης θα είναι:

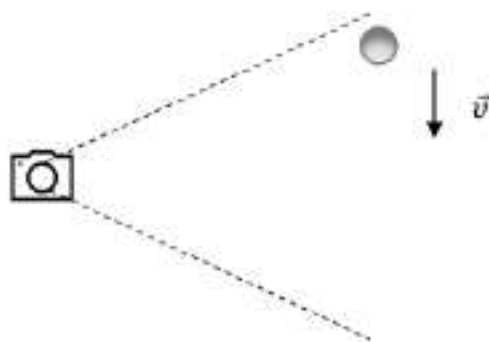
$$W_T = T \cdot \Delta x \cdot \sin 180^\circ = -40 \cdot 112,5 \text{ J} = -4500 \text{ J}$$

Η τριβή ολίσθησης ασκείται σε όλο το διάστημα που το σώμα κινείται και είναι αντίθετη στην κίνηση του, άρα, μέσω του έργου της, αφαιρεί ενέργεια από το σώμα.

(Μονάδες 6)

Θέμα 4^ο

Πειραματική διάταξη περιλαμβάνει μια σφαίρα μάζας $m = 500\text{g}$ που αφήνεται να πέσει από ύψος h (από το έδαφος), απέναντι από ακίνητη ψηφιακή φωτογραφική μηχανή που είναι προρυθμισμένη να παίρνει λήψεις ανά συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα $\Delta t = 0,1\text{ s}$. Στη συνέχεια, μελετώντας τις φωτογραφίες, μπορεί



κάποιος να υπολογίσει τα φυσικά μεγέθη που σχετίζονται με το φαινόμενο που εξελίχθηκε μπροστά από τη φωτογραφική μηχανή. Δίνεται: $g = 10\text{ m/s}^2$

4.1 Αν συγκρίνουμε την 1^η φωτογραφία (όπου $t = 0$, η στιγμή που αφήνεται η σφαίρα) και την 6^η φωτογραφία μετράμε ότι η σφαίρα έχει μετατοπιστεί κατά 1 m . Μπορούμε να επιβεβαιώσουμε αν η σφαίρα κάνει ελεύθερη πτώση ή όχι; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

4.2 Υπολογίστε πόσο επιπλέον θα έχει μετατοπιστεί η σφαίρα στην 7^η φωτογραφία.

4.3 Αν θεωρήσουμε ότι όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα είναι σταθερού μέτρου, να υπολογίσετε τα μέτρα τους.

4.4 Αν η σφαίρα φτάνει στο έδαφος ακριβώς τη στιγμή που η φωτογραφική μηχανή βγάζει την 11^η φωτογραφία, να υπολογίσετε την αρχική βαρυτική δυναμική ενέργεια της σφαίρας ως προς το έδαφος και την τελική κινητική της ενέργεια ακριβώς πριν ακουμπήσει στο έδαφος.

(Μονάδες 6+6+6+7)

Ενδεικτική Λύση

4.1 Τα χρονικά διαστήματα στα οποία η φωτογραφική μηχανή λάμβανε λήψεις όσο έπεφτε η σφαίρα φαίνονται στον πιο κάτω πίνακα:

Λήψεις	1 ^η	2 ^η	3 ^η	4 ^η	5 ^η	6 ^η	7 ^η	8 ^η	9 ^η	10 ^η	11 ^η
Χρόνος (s)	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0

Συνεπώς από την 1^η έως την 6^η λήψη έχουν μεσολαβήσει 0,5 s

Η σφαίρα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα, οπότε μπορούμε να υπολογίσουμε την επιτάχυνση της σφαίρας:

$$\Delta x = \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 \text{ ή } \alpha = \frac{2 \cdot \Delta x}{t^2} \text{ ή } \alpha = 8 \frac{m}{s^2}, \text{ άρα η σφαίρα δεν κάνει ελεύθερη πτώση.}$$

(Μονάδες 6)

4.2 Το σώμα από την 6^η φωτογραφία στην 7^η θα έχει μετακινηθεί κατά Δy

$$\Delta y = \frac{1}{2} \alpha \cdot t_7^2 - \frac{1}{2} \alpha \cdot t_6^2 = \left(\frac{1}{2} 8 \cdot 0,6^2 - \frac{1}{2} 8 \cdot 0,5^2 \right) m = 0,44 m$$

(Μονάδες 6)

4.3 Αν το σώμα έκανε ελεύθερη πτώση θα κινούνταν με την επιτάχυνση της βαρύτητας. Αυτό όμως δεν ισχύει συνεπώς πέρα από το βάρος ασκείται και η αντίσταση του αέρα. Σύμφωνα με το 2^ο νόμο του Newton:

$$m \cdot g - F_A = m \cdot \alpha$$

Το βάρος του σώματος είναι $m \cdot g = 5 N$, συνεπώς η αντίσταση του αέρα θα είναι: $F_A = m \cdot g - m \cdot \alpha$

$$\text{ή } F_A = (5 - 4) N = 1 N \quad (\text{η μάζα είναι } 500 \text{ g δηλαδή } 0,5 \text{ kg})$$

(Μονάδες 6)

4.4 Όταν η σφαίρα φτάνει στο έδαφος (11^η λήψη) έχει κινηθεί για χρονικό διάστημα 1 s. Και έχει μετατοπιστεί κατά Δz .

$$\Delta z = \frac{1}{2} \alpha \cdot t_{11}^2 = 4 m$$

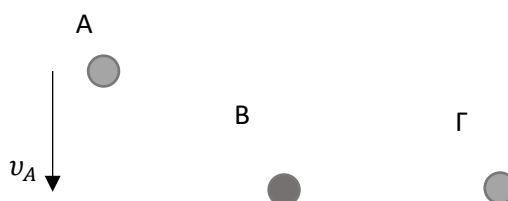
Συνεπώς η αρχική βαρυτική δυναμική ενέργεια της σφαίρας θα είναι: $E_{Δυν} = m \cdot g \cdot \Delta z = 20 J$

Και η τελική κινητική $K_{Τελ} - K_{Αρχ} = W_{Fολ}$ ή $K_{Τελ} - 0 = m \cdot \alpha \cdot \Delta z$ ή $K_{Τελ} = m \cdot \alpha \cdot \Delta z = 16 J$

(Μονάδες 7)

Θέμα 4^ο

Τρεις σφαίρες πέφτουν κατακόρυφα προς το έδαφος. Η σφαίρα Α έχει μάζα $m_A = 1 \text{ kg}$ και εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα $\vec{v}_A = 10 \text{ m/s}$ από ύψος 7,8 m. Η Β έχει μάζα $m_B = 3 \text{ kg}$ και αφήνεται να πέσει από ύψος 5 m ενώ η Γ έχει $m_\Gamma = 1 \text{ kg}$ και αφήνεται από το ίδιο ύψος από το οποίο αφήνεται η Β (όπως στο σχήμα). Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.



4.1 Οι τρεις σφαίρες ξεκινούν την κίνηση

τους ταυτόχρονα τη χρονική στιγμή $t = 0$. Ποια θα φτάσει πρώτη στο έδαφος και σε πόσο χρονικό διάστημα;

4.2 Πόση είναι η μέση ταχύτητα της σφαίρας Α και πόση της σφαίρας Γ;

4.3 Να αιτιολογήσετε ποια από τις τρεις σφαίρες θα έχει τη μεγαλύτερη ταχύτητα ακριβώς πριν ακουμπήσει στο έδαφος και να υπολογίσετε την τιμή της.

4.4 Να συγκρίνετε τις μηχανικές ενέργειες των τριών σφαιρών, θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το έδαφος.

(Μονάδες 6+6+6+7)

Ενδεικτική Λύση

4.1 Ας υπολογίσουμε το χρόνο πτώσης για κάθε σφαίρα.

Σφαίρα Α:

$$h_A = v_A \cdot t_A + \frac{1}{2} g \cdot t_A^2$$
$$5 \cdot t_A^2 + 10 \cdot t_A - 7,8 = 0$$

Προκύπτουν δύο λύσεις αποδεκτή η: $t_A = 0,6s$ (η αρνητική λύση απορρίπτεται).

(Μονάδες 2)

Σφαίρα Β:

$$h_B = \frac{1}{2} g \cdot t_B^2$$
$$t_B = \sqrt{\frac{2 h_B}{g}} = 1 s$$

(Μονάδα 2)

Σφαίρα Γ:

$$h_\Gamma = \frac{1}{2} g \cdot t_\Gamma^2$$
$$t_\Gamma = \sqrt{\frac{2 h_\Gamma}{g}} = 1 s$$

Δηλαδή πρώτη φτάνει η σφαίρα Α.

(Μονάδα 2)

4.2 Υπολογισμός μέσης ταχύτητας για Α και Γ:

Σφαίρα Α:

$$v_{\mu A} = \frac{h_A}{t_A} = \frac{7,8 m}{0,6s} = 13 \frac{m}{s}$$

(Μονάδες 3)

Σφαίρα Γ:

$$v_{\mu \Gamma} = \frac{h_\Gamma}{t_\Gamma} = \frac{5 m}{1 s} = 5 \frac{m}{s}$$

(Μονάδες 3)

4.3 Οι ταχύτητες που θα έχουν οι σφαίρες όταν φτάνουν στο έδαφος και οι κινητικές τους ενέργειες θα είναι:

Σφαίρα Α:

$$v'_A = v_A + g \cdot t_A = (10 + 6) \frac{m}{s} = 16 \frac{m}{s}$$

Σφαίρα Β:

$$v'_B = g \cdot t_B = (10 \cdot 1) \frac{m}{s} = 10 \frac{m}{s}$$
$$v'_\Gamma = g \cdot t_\Gamma = (10 \cdot 1) \frac{m}{s} = 10 \frac{m}{s}$$

Μεγαλύτερη ταχύτητα θα έχει το σώμα Α.

(Μονάδες 6)

4.4 Γνωρίζουμε ότι κατά την κίνηση σε βαρυτικό πεδίο η μηχανική ενέργεια διατηρείται. Φτάνοντας στο έδαφος, η ενέργεια κάθε σφαίρας είναι εξ ολοκλήρου κινητική. Οι κινητικές ενέργειες που θα έχουν οι σφαίρες όταν φτάνουν στο έδαφος θα είναι:

Σφαίρα Α:

$$K_A = \frac{1}{2} m_A \cdot v_A'^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 16^2 J = 128 J$$

Σφαίρα Β:

$$K_B = \frac{1}{2} m_B \cdot v_B'^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 10^2 J = 150 J$$

Σφαίρα Γ:

$$K_\Gamma = \frac{1}{2} m_\Gamma \cdot v_\Gamma'^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10^2 J = 50 J$$

Συνεπώς:

$$E_{M\eta\chi A} = K_A = 128 J$$

$$E_{M\eta\chi B} = K_B = 150 J$$

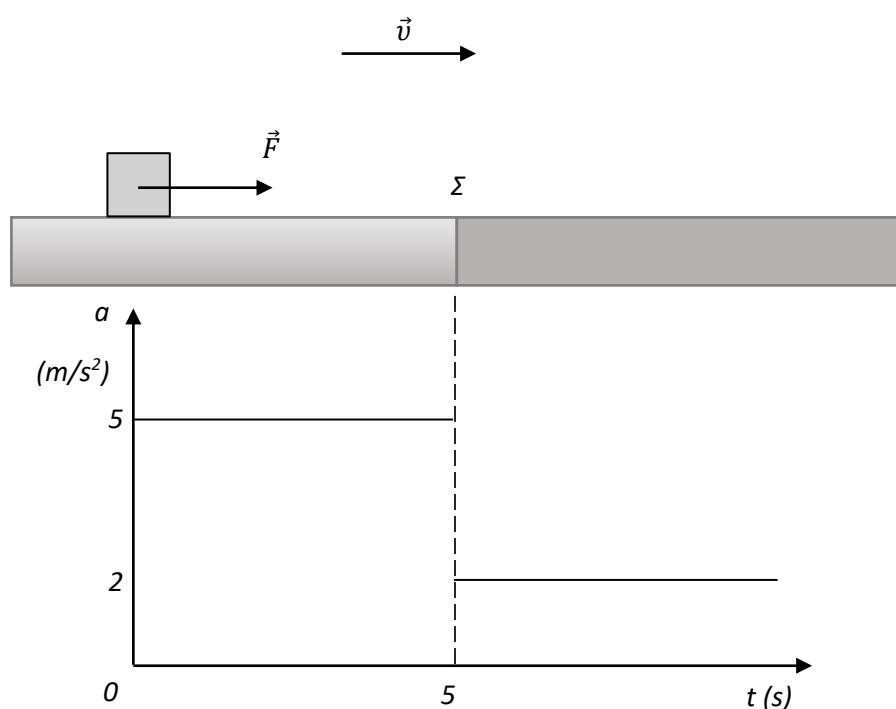
$$E_{M\eta\chi \Gamma} = K_\Gamma = 50 J$$

Άρα

$$E_{M\eta\chi B} > E_{M\eta\chi A} > E_{M\eta\chi \Gamma}$$

(Μονάδες 7)

Θέμα 4^ο



Συμπαγής και ομογενής κύβος, μάζας $m = 2 \text{ kg}$, ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Το επίπεδο χωρίζεται σε δύο περιοχές (επιφάνειες) διαφορετικής υφής οι οποίες είναι τοποθετημένες όπως στο σχήμα (σημείο Σ = σημείο αλλαγής υφής). Τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$ ασκείται πάνω στον κύβο σταθερή δύναμη $\vec{F}$ παράλληλη προς το επίπεδο. Η μεταβολή του μέτρου της επιτάχυνσης του κύβου ως προς το χρόνο παριστάνεται στο διάγραμμα. Δίνεται : $g = 10 \text{ m/s}^2$

4.1 Με βάση το διάγραμμα να διερευνήσετε αν ασκείται τριβή από το δάπεδο στον κύβο για την περιοχή που ξεκινάει μετά το σημείο Σ . Σε καταφατική περίπτωση, υπολογίστε τον αντίστοιχο συντελεστή τριβής (θεωρήστε ότι στατική τριβή και τριβή ολίσθησης είναι ίσες). Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του κύβου και της επιφάνειας που τελειώνει στο σημείο Σ είναι $\mu = 0,2$. Το διάγραμμα δείχνει τη χρονική στιγμή που ο κύβος αλλάζει επιφάνεια (διακεκομμένη γραμμή $t = 5 \text{ s}$).

4.2 Να υπολογίσετε την τιμή της ταχύτητας του κύβου τη χρονική στιγμή που διέρχεται από το σημείο Σ .

4.3 Πόση απόσταση διανύει ο κύβος για το χρονικό διάστημα από 0 s μέχρι 10 s ;

4.4 Ποια η στιγμιαία ταχύτητα του κύβου τη χρονική στιγμή $t = 10 \text{ s}$;

(Μονάδες 6+6+7+6)

Ενδεικτική Λύση

4.1 Το διάγραμμα χωρίζεται σε δύο μέρη. Μέχρι τη χρονική στιγμή 5 s ο κύβος έχει επιτάχυνση $5 \frac{m}{s^2}$, άρα σύμφωνα με τον 2^ο νόμο Newton:

$$F - T = m \cdot \alpha$$

$$F - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot \alpha$$

$$F = m \cdot \alpha + \mu \cdot m \cdot g$$

$$F = (2 \cdot 5 + 0,2 \cdot 2 \cdot 10)N = 14 \text{ N}$$

Μετά το σημείο Σ ο κύβος έχει επιτάχυνση $\alpha' = 2 \frac{m}{s^2}$, άρα σύμφωνα με τον 2^ο νόμο Newton:

$$F - T' = m \cdot \alpha'$$

$$T' = F - m \cdot \alpha'$$

$$T' = (14 - 2 \cdot 2)N = 10 \text{ N}$$

Και από τον ορισμό της τριβής:

$$T' = \mu' \cdot m \cdot g$$

$$\mu' = \frac{T'}{m \cdot g} = 0,5$$

(Μονάδες 6)

4.2 Ο χρόνος που χρειάζεται ο κύβος για να φτάσει στο σημείο Σ (στο τέλος της πρώτης επιφάνειας) είναι 5 s. Η ταχύτητα του τότε θα είναι τότε:

$$v_5 = \alpha \cdot t_5 = 25 \frac{m}{s}$$

(Μονάδες 6)

4.3 Το διάστημα που διανύει ο κύβος για το χρονικό διάστημα από 0 s μέχρι 10 s (για τις δύο επιφάνειες) είναι:

$$S_A + S_B = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t_{0-5}^2 + v_5 \cdot t_{5-10} + \frac{1}{2} \alpha' \cdot t_{5-10}^2 = \left(\frac{1}{2} 5 \cdot 5^2 + 25 \cdot 5 + \frac{1}{2} 2 \cdot 5^2 \right) m = 212,5 \text{ m}$$

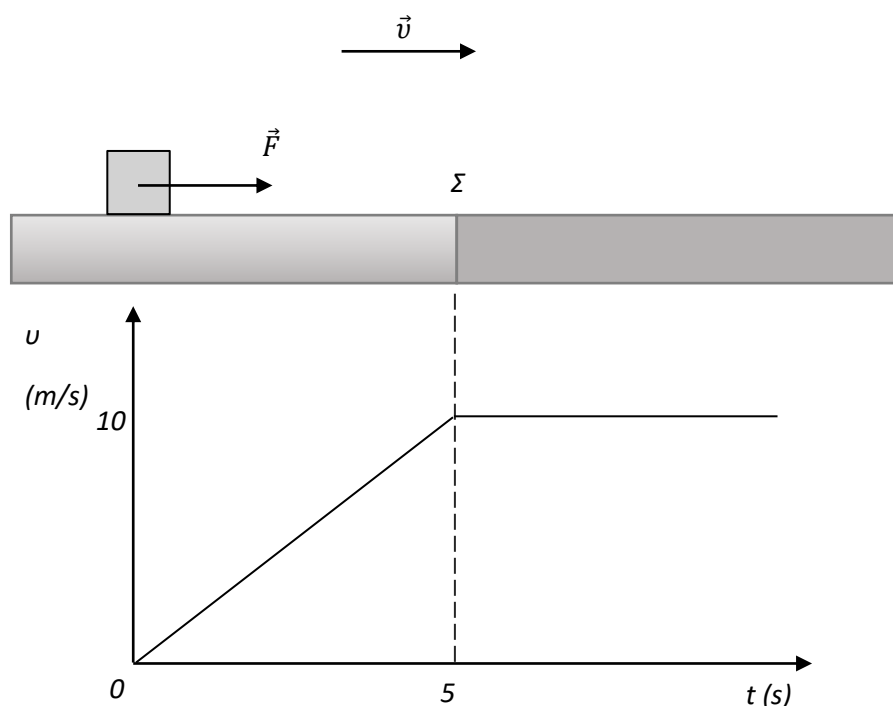
(Μονάδες 7)

4.4 Η στιγμιαία ταχύτητα του σώματος της χρονική στιγμή $t = 10 \text{ s}$ θα είναι:

$$v_{10} = v_5 + \alpha' \cdot \Delta t = (25 + 2 \cdot 5) \frac{m}{s} = 35 \frac{m}{s}$$

(Μονάδες 6)

Θέμα 4°



Συμπαγής και ομογενής κύβος, μάζας $m = 2$ kg, ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Το επίπεδο χωρίζεται σε δύο περιοχές (επιφάνειες) διαφορετικής υφής, οι οποίες είναι τοποθετημένες όπως στο σχήμα (σημείο Σ = σημείο αλλαγής επιφάνειας). Τη χρονική στιγμή $t = 0$ s ασκείται στον κύβο σταθερή δύναμη $F = 6$ N, παράλληλη προς το επίπεδο. Η τιμή της ταχύτητας του κύβου ως προς το χρόνο παριστάνεται στο διάγραμμα. Δίνεται : $g = 10$ m/s².

4.1 Με βάση το διάγραμμα, να διερευνήσετε αν ασκείται τριβή από το δάπεδο στον κύβο σε κάθε μία από τις διαφορετικές επιφάνειες του επιπέδου. Σε καταφατική περίπτωση, να υπολογίσετε τον αντίστοιχο συντελεστή τριβής (θεωρήστε ότι στατική τριβή και τριβή ολίσθησης είναι ίσες). Το διάγραμμα δείχνει τη χρονική στιγμή που ο κύβος αλλάζει επιφάνεια (διακεκομμένη γραμμή $t = 5$ s).

4.2 Σχεδιάστε το διάγραμμα της επιτάχυνσης που έχει το σώμα για τα χρονικά διαστήματα που περιλαμβάνει το δοσμένο διάγραμμα.

4.3 Πόση απόσταση διανύει ο κύβος στο χρονικό διάστημα των πρώτων 10 s;

4.4 Αν τη χρονική στιγμή $t' = 10$ s παύει να ασκείται η δύναμη F , τότε θα ακινητοποιηθεί ο κύβος;

(Μονάδες 6+6+6+7)

Ενδεικτική Λύση

4.1 Το διάγραμμα χωρίζεται σε δύο μέρη. Μέχρι τη χρονική στιγμή 5 s ο κύβος κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με μέτρο επιτάχυνσης που προκύπτει από την κλίση της ευθείας του διαγράμματος της ταχύτητας ως προς το χρόνο.

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 2 \frac{m}{s^2}$$

(Μονάδες 2)

Αν ασκούσαν μόνο η δύναμη F στο οριζόντιο επίπεδο (από το 2^ο νόμο Newton) $F = m \cdot \alpha$ θα πρόκυπτε επιτάχυνση $3 \frac{m}{s^2}$. Άρα υπάρχει τριβή, οπότε:

$$\begin{aligned} F - T &= m \cdot \alpha \\ T &= F - m \cdot \alpha = 2 \text{ N} \end{aligned}$$

(Μονάδα 1)

Από τον ορισμό της τριβής, ο συντελεστής τριβής για την πρώτη επιφάνεια είναι $\mu_A = \frac{T}{m \cdot g} = 0,1$

(Μονάδα 1)

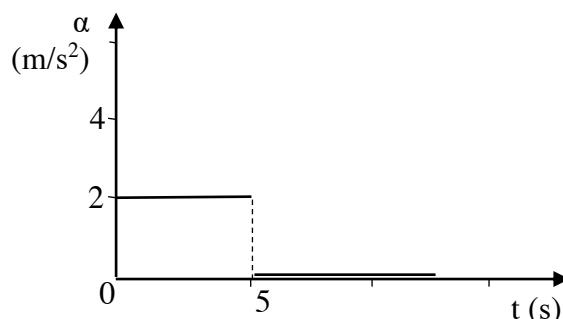
Μετά τη χρονική στιγμή 5s ο κύβος κινείται με σταθερή ταχύτητα (από το 1^ο νόμο Newton): $F = T' = 6 \text{ N}$

(Μονάδα 1)

Από τον ορισμό της τριβής, ο συντελεστής τριβής για τη δεύτερη επιφάνεια είναι $\mu_B = \frac{T'}{m \cdot g} = 0,3$

(Μονάδα 1)

4.2 Με βάση τα προηγούμενα αποτελέσματα, το διάγραμμα της επιτάχυνσης ως προς το χρόνο θα έχει τη μορφή:



(Μονάδες 6)

4.3 Το διάστημα που διανύει ο κύβος (στις δύο επιφάνειες) για χρόνο 10 s είναι:

$$S_A + S_B = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_A^2 + v \cdot t_B = \left(\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2 + 10 \cdot 5 \right) m = 75 \text{ m}$$

(Μονάδες 6)

4.4 Μετά τη χρονική στιγμή 10 s ο κύβος θα ολισθαίνει σε επιφάνεια με τριβή και θα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

$$T' = m \cdot \alpha' \text{ ή } \alpha' = \frac{T'}{m} = 3 \frac{m}{s^2}, \text{ με αρχική ταχύτητα } 10 \text{ m/s.}$$

(Μονάδα 2)

$$v'_B = v_B - \alpha' \cdot \Delta t_F$$

$$\frac{v_B}{a'} = \Delta t_r$$

$$\Delta t_r = 3,33 \text{ s}$$

Άρα ο κύβος θα ακινητοποιηθεί τη χρονική στιγμή 13,33 s .

(Μονάδες 5)

Θέμα 4°

Σώμα μάζας $m = 2 \text{ kg}$ ξεκινάει να ολισθαίνει από την ηρεμία τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$ από θέση Ο οριζοντίου δαπέδου, ενώ δέχεται σταθερή οριζόντια δύναμη $F = 20 \text{ N}$. Τη χρονική στιγμή $t_A = 10 \text{ s}$, που το σώμα κινείται με στιγμιαία ταχύτητα 20 m/s , παύει να ασκείται η δύναμη F . Δίνεται: $g = 10 \text{ m/s}^2$ και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

4.1 Ασκείται στο σώμα τριβή κατά τη διάρκεια της κίνησής του; Αν ναι, να υπολογίσετε το μέτρο της, αν όχι να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

4.2 Σε ποια θέση, έστω Β, το σώμα θα ακινητοποιηθεί;

4.3 Σχεδιάστε το διάγραμμα του μέτρου της ταχύτητας του σώματος ως προς το χρόνο για όλο το διάστημα της κίνησής του.

4.4 Ποια η μέση ταχύτητα του σώματος για όλο το χρονικό διάστημα της κίνησής του;

(Μονάδες 6+7+6+6)

Ενδεικτική Λύση

4.1 Το σώμα κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση, χωρίς αρχική ταχύτητα. Η συνολική επιτάχυνση που έχει στα πρώτα 10s είναι:

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20}{10} \frac{m}{s^2} = 2 \frac{m}{s^2}$$

Αν ασκούσαν μόνο η F στον οριζόντιο άξονα θα έπρεπε να έχει επιτάχυνση $\alpha' = \frac{F}{m} = \frac{20}{2} \frac{m}{s^2} = 10 \frac{m}{s^2}$

Άρα υπάρχει τριβή ολίσθησης. Σύμφωνα με τον 2^ο νόμο Newton:

$$F - T = m \cdot \alpha \text{ ή } T = F - m \cdot a = (20 - 2 \cdot 2)N = 16 N$$

(Μονάδες 6)

4.2 Μετά τη χρονική στιγμή $t_A = 10$ s το σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, δεχόμενο μόνο την τριβή. Με βάση το 2^ο νόμο Newton:

$$T = m \cdot \alpha'' \text{ ή } \alpha'' = \frac{T}{m} = \frac{16}{2} \frac{m}{s^2} = 8 \frac{m}{s^2}$$

(Μονάδες 2)

Ο χρόνος κίνησης μέχρι να μείνει ακίνητο το σώμα θα είναι: $v_{τελ} = v_A - \alpha'' \cdot \Delta t_{AB}$

$$\Delta t_{AB} = \frac{v_A}{\alpha''} = \frac{20}{8} s = 2,5 s$$

(Μονάδες 2)

Η συνολική μετατόπιση του σώματος από τη στιγμή που ξεκίνησε μέχρι να ακινητοποιηθεί θα είναι:

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \Delta t_A^2 + v_A \cdot \Delta t_{AB} - \frac{1}{2} \alpha'' \cdot \Delta t_{AB}^2$$

$$\Delta x = (0,5 \cdot 2 \cdot 100 + 20 \cdot 2,5 - \frac{1}{2} 8 \cdot 2,5^2) m$$

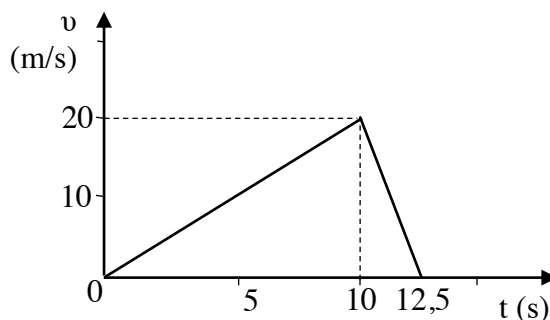
$$\Delta x = (100 + 50 - 25) m = 125 m$$

(Μονάδες 2)

Συνεπώς, η θέση του σώματος στο σημείο B θα είναι $\Delta x = x_B - x_0$ ή $x_B = 125 m$.

(Μονάδα 1)

4.3 Με βάση τα προηγούμενα αποτελέσματα το διάγραμμα θα έχει τη μορφή:



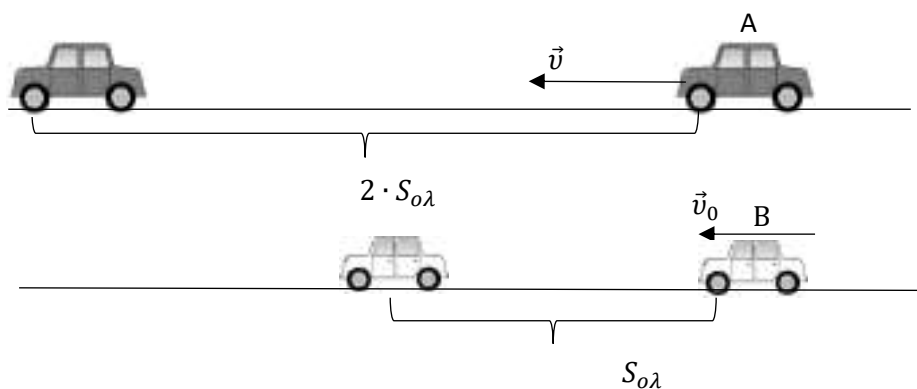
(Μονάδες 6)

4.4 Η μέση ταχύτητα του σώματος θα είναι: $v_\mu = \frac{S}{\Delta t} = \frac{125}{12,5} = 10 \frac{m}{s}$, όπου $S = |\Delta x|$

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 2

2.1. Το αυτοκίνητο A της εικόνας κινείται ευθύγραμμα, με σταθερή ταχύτητα μέτρου v_A . Το αυτοκίνητο B της εικόνας κινείται ευθύγραμμα, με σταθερή ταχύτητα μέτρου v_B . Το σύστημα πέδησης των δύο (2) αυτοκινήτων μπορεί να αναπτύξει την ίδια μέγιστη επιβράδυνση.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν το ελάχιστο διάστημα που απαιτείται για την ακινητοποίηση των αυτοκινήτων A και B είναι $2 \cdot S_{ολ}$ και $S_{ολ}$ αντίστοιχα, τότε:

$$\alpha) v_A = 2 \cdot v_B \quad , \quad \beta) v_A = \sqrt{2} \cdot v_B \quad , \quad \gamma) v_A = \frac{v_B}{2}$$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2.

Το σημείο εφαρμογής σταθερής δύναμης $\vec{F}$ μετατοπίζεται κατά $\Delta\vec{x}$.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ είναι ελάχιστο όταν η κατεύθυνση της δύναμης $\vec{F}$ και η κατεύθυνση της μετατόπισης $\Delta\vec{x}$ σχηματίζουν γωνία:

$$\alpha) \varphi = 0^\circ \quad , \quad \beta) \varphi = 60^\circ \quad , \quad \gamma) \varphi = 90^\circ.$$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

A) β)

Μονάδες 4

B) Το ελάχιστο διάστημα $S_{ολ}$ που απαιτείται για την ακινητοποίηση ενός αυτοκινήτου είναι:

$S_{ολ} = \frac{v_0^2}{2 \cdot \alpha}$, όπου α το μέτρο της μέγιστης επιβράδυνσης, που μπορεί να αναπτύξει το σύστημα πέδησης του αυτοκινήτου. Για το αυτοκίνητο A ισχύει: $2 \cdot S_{ολ} = \frac{v_A^2}{2 \cdot \alpha}$ [1], ενώ για

το αυτοκίνητο B ισχύει: $S_{ολ} = \frac{v_B^2}{2 \cdot \alpha}$ [2]. Διαιρώντας κατά μέλη τις εξισώσεις [1] και [2]

προκύπτει: $2 = \frac{v_A^2}{v_B^2}$, $v_A^2 = 2 \cdot v_B^2$, $v_A = \sqrt{2} \cdot v_B$.

Μονάδες 8

2.2.

A) γ)

Μονάδες 4

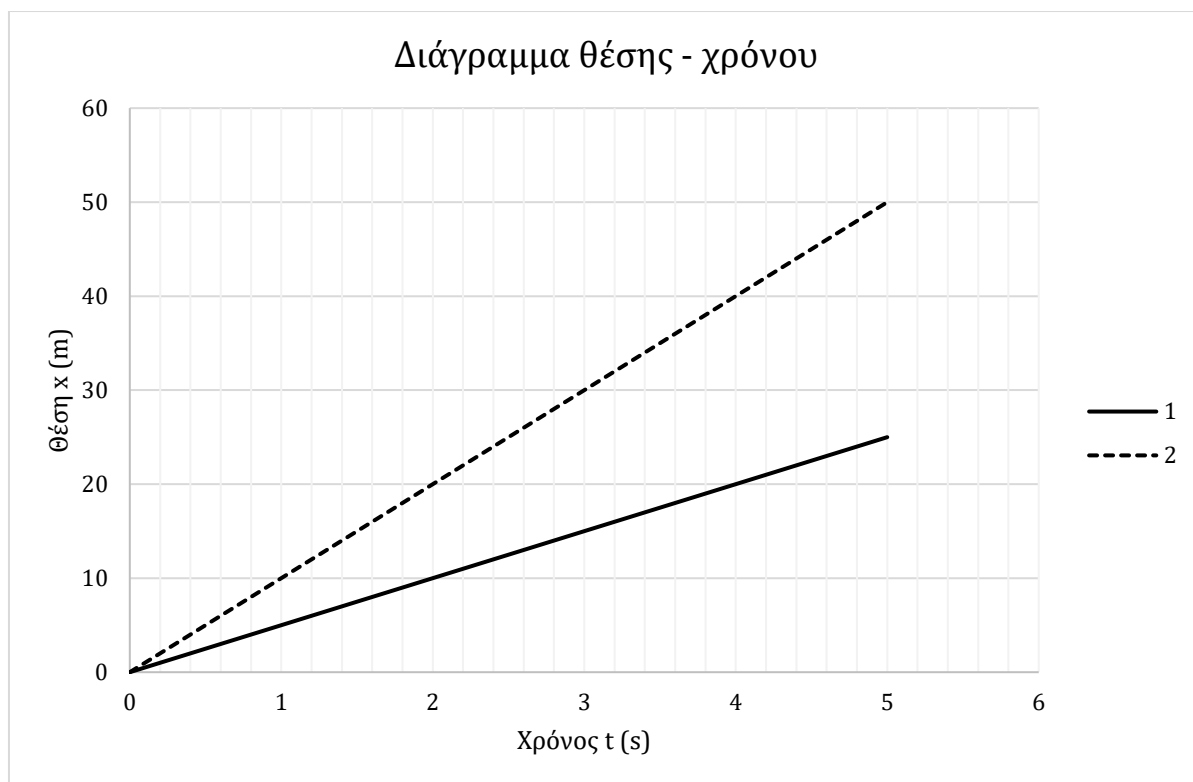
B)

Ισχύει: $W = F \cdot \Delta x \cdot \sin\varphi$, όπου F και Δx τα μέτρα (θετικές ποσότητες) της δύναμης $\vec{F}$ και της μετατόπισης $\Delta\vec{x}$. Ισχύουν επίσης: $\sin 0^\circ = 1$, $\sin 60^\circ = 0,5$ και $\sin 90^\circ = 0$. Έτσι, όταν $\varphi = 0^\circ$, $W = F \cdot \Delta x$, όταν $\varphi = 60^\circ$, $W = 0,5 \cdot F \cdot \Delta x$ και όταν $\varphi = 90^\circ$, $W = 0$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.



Δύο σημειακά κινητά A και B κινούνται ευθύγραμμα. Το διάγραμμα θέσης – χρόνου 1 αντιστοιχεί στο σημειακό κινητό A και το 2 στο B.

A. Για τα μέτρα v_A και v_B των ταχυτήτων $\vec{v}_A$ και $\vec{v}_B$ των σημειακών κινητών A και B αντίστοιχα ισχύει:

$$\alpha) v_A > v_B \quad , \quad \beta) v_A = v_B \quad , \quad \gamma) v_A < v_B$$

Μονάδες 4

B. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σημειακό αντικείμενο A, μάζας m , κινείται ευθύγραμμα με την επίδραση σταθερής συνισταμένης δύναμης $\Sigma \vec{F}$. Σημειακό αντικείμενο B, μάζας m , κινείται ευθύγραμμα με την επίδραση σταθερής συνισταμένης δύναμης $2 \cdot \Sigma \vec{F}$.

A. Αν $\Delta \vec{v}_A$ και $\Delta \vec{v}_B$ είναι οι μεταβολές των ταχυτήτων των σημειακών αντικειμένων Α και Β αντίστοιχα, σε χρονικό διάστημα Δt , τότε:

$$\alpha) \Delta \vec{v}_A = \Delta \vec{v}_B, \quad \beta) \Delta \vec{v}_A = 2 \cdot \Delta \vec{v}_B, \quad \gamma) \Delta \vec{v}_A = \frac{\Delta \vec{v}_B}{2}$$

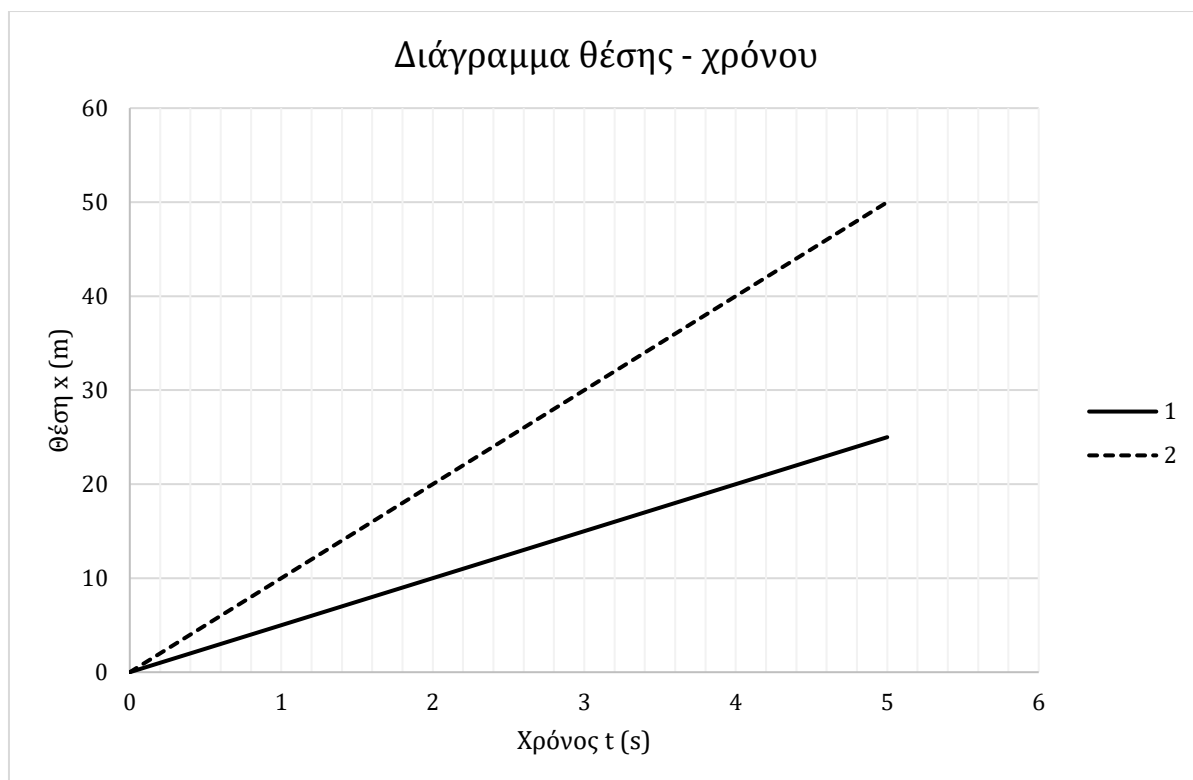
Μονάδες 4

B. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.



A. α)

Μονάδες 4

B. Κάθε χρονική στιγμή ισχύει: $x_B > x_A$. Για τις αρχικές θέσεις των σημειακών αντικειμένων A και B ισχύει: $x_{0B} = x_{0A} = 0$. Έτσι, για να ισχύει $x_B > x_A$ θα πρέπει το σημειακό κινητό B να κινείται με μεγαλύτερη ταχύτητα από το σημειακό κινητό A, αφού: $x = x_0 + v \cdot t$.

Μονάδες 8

2.2. γ)

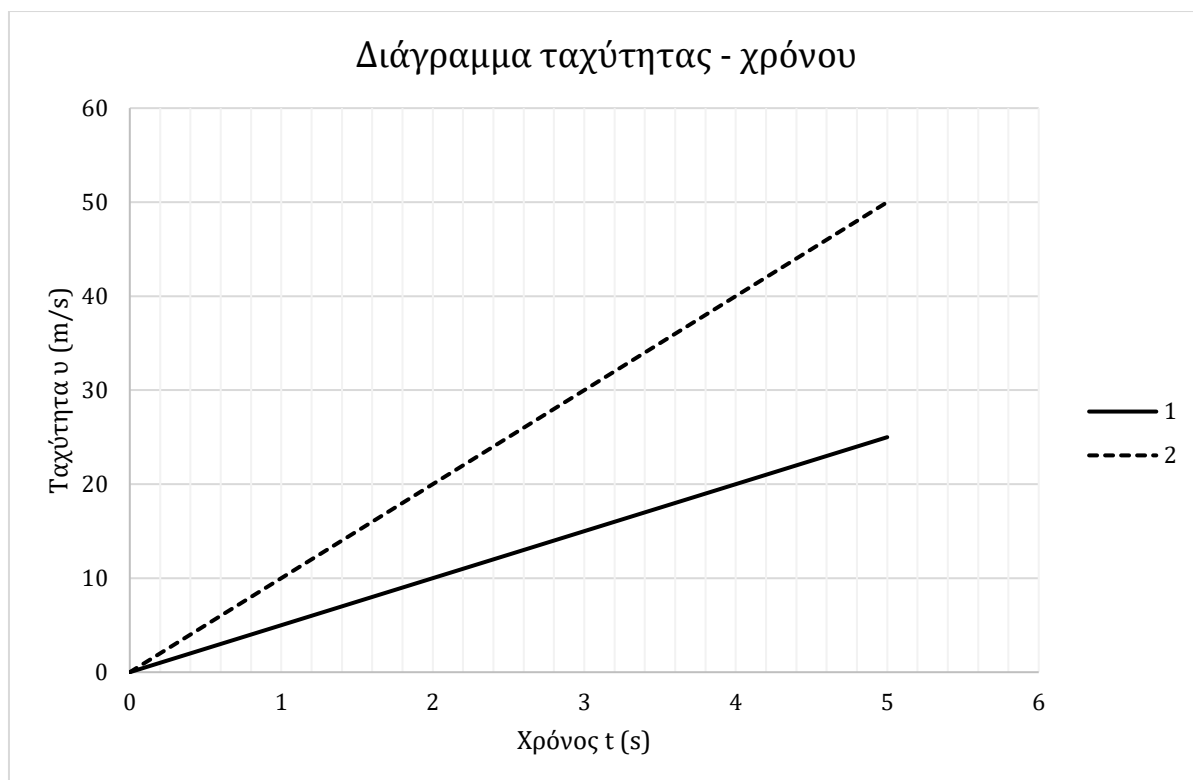
Μονάδες 4

B. Ισχύει:
$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \vec{v}_A = \vec{a}_A \cdot \Delta t = \frac{\Sigma \vec{F}}{m} \cdot \Delta t \\ \Delta \vec{v}_B = \vec{a}_B \cdot \Delta t = \frac{2 \cdot \Sigma \vec{F}}{m} \cdot \Delta t = 2 \cdot \frac{\Sigma \vec{F}}{m} \cdot \Delta t \end{array} \right\}, \Delta \vec{v}_B = 2 \cdot \Delta \vec{v}_A.$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.



Δύο σημειακά κινητά A και B κινούνται ευθύγραμμα. Το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου 1 αντιστοιχεί στο σημειακό κινητό A και το 2 στο B.

A. Για τα μέτρα α_A και α_B των επιταχύνσεων $\vec{a}_A$ και $\vec{a}_B$ των σημειακών κινητών A και B αντίστοιχα ισχύει:

$$\alpha) \alpha_A > \alpha_B \quad , \quad \beta) \alpha_A = \alpha_B \quad , \quad \gamma) \alpha_A < \alpha_B$$

Μονάδες 4

B. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σημειακό αντικείμενο A, μάζας m , κινείται ευθύγραμμα με την επίδραση σταθερής συνισταμένης δύναμης $\Sigma \vec{F}$. Σημειακό αντικείμενο B, μάζας $2 \cdot m$, κινείται ευθύγραμμα με την επίδραση σταθερής συνισταμένης δύναμης $\Sigma \vec{F}$.

A. Αν $\Delta \vec{v}_A$ και $\Delta \vec{v}_B$ είναι οι μεταβολές των ταχυτήτων των σημειακών αντικειμένων Α και Β αντίστοιχα, σε χρονικό διάστημα Δt , τότε:

$$\alpha) \Delta \vec{v}_A = \Delta \vec{v}_B \quad , \quad \beta) \Delta \vec{v}_A = 2 \cdot \Delta \vec{v}_B \quad , \quad \gamma) \Delta \vec{v}_A = \frac{\Delta \vec{v}_B}{2}$$

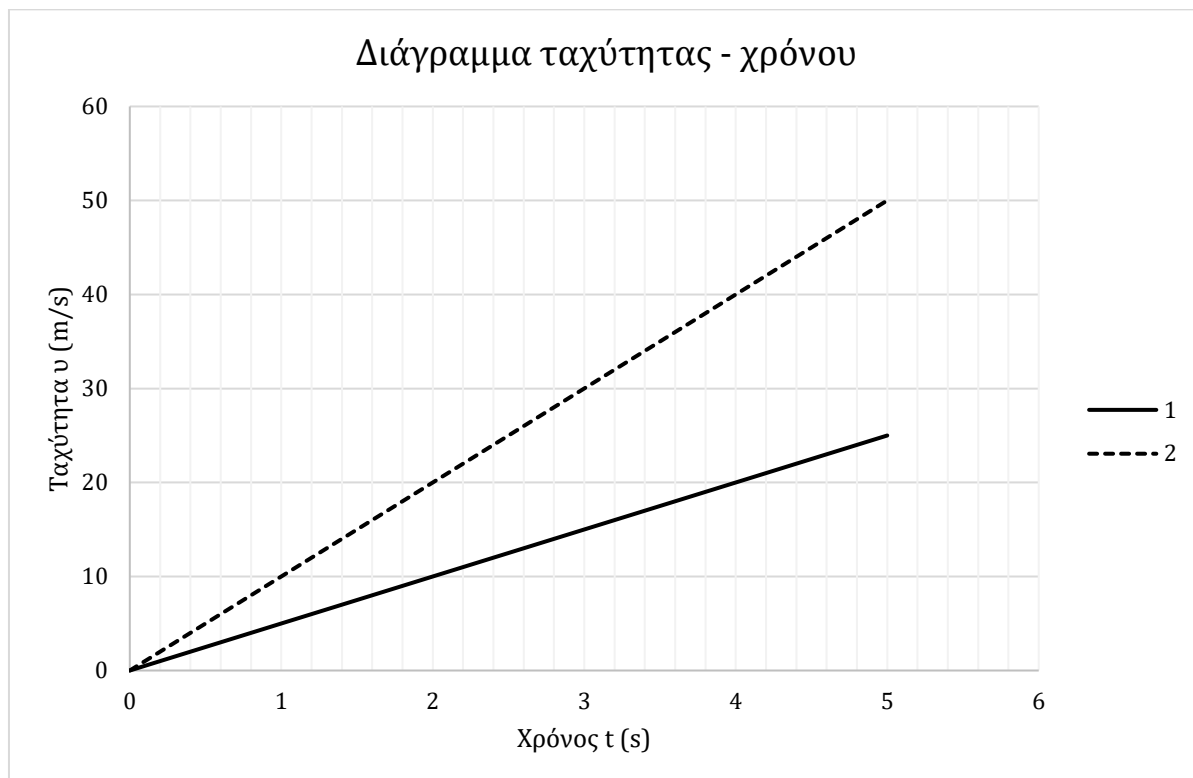
Μονάδες 4

B. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.



A. γ)

Μονάδες 4

B. Κάθε χρονική στιγμή ισχύει: $v_B > v_A$. Για τις αρχικές ταχύτητες των σημειακών αντικειμένων A και B ισχύει: $v_{0B} = v_{0A} = 0$. Έτσι, για να ισχύει $v_B > v_A$ θα πρέπει το σημειακό κινητό B να κινείται με μεγαλύτερη επιτάχυνση από το σημειακό κινητό A, αφού:

$$v = v_0 + a \cdot t.$$

Μονάδες 8

2.2. β)

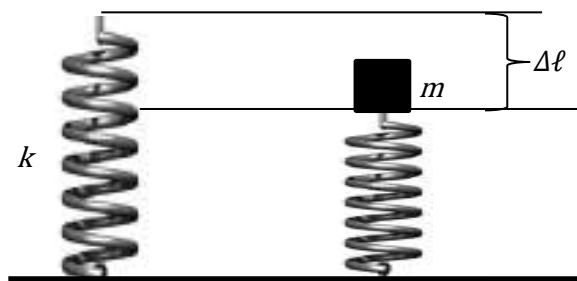
Μονάδες 4

B. Ισχύει:
$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \vec{v}_A = \vec{a}_A \cdot \Delta t = \frac{\Sigma \vec{F}}{m} \cdot \Delta t \\ \Delta \vec{v}_B = \vec{a}_B \cdot \Delta t = \frac{\Sigma \vec{F}}{2 \cdot m} \cdot \Delta t = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Sigma \vec{F}}{m} \cdot \Delta t \end{array} \right\}, \Delta \vec{v}_A = 2 \cdot \Delta \vec{v}_B.$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο, σταθεράς k , έχει το κατώτερο άκρο του ακλόνητα στερεωμένο. Δένουμε στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου σώμα μάζας m και το σύστημα ισορροπεί σε νέα θέση, στην οποία το ελατήριο εμφανίζει συσπίρωση κατά $\Delta\ell$, σε σχέση με το φυσικό του μήκος.



A. Αν στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου συνδέσουμε σώμα μάζας $4 \cdot m$, το σύστημα ισορροπεί σε νέα θέση, στην οποία το ελατήριο εμφανίζει συσπίρωση κατά $\Delta\ell'$, σε σχέση με το φυσικό του μήκος, για την οποία ισχύει:.

α) $\Delta\ell' = \Delta\ell$,

β) $\Delta\ell' = 4 \cdot \Delta\ell$,

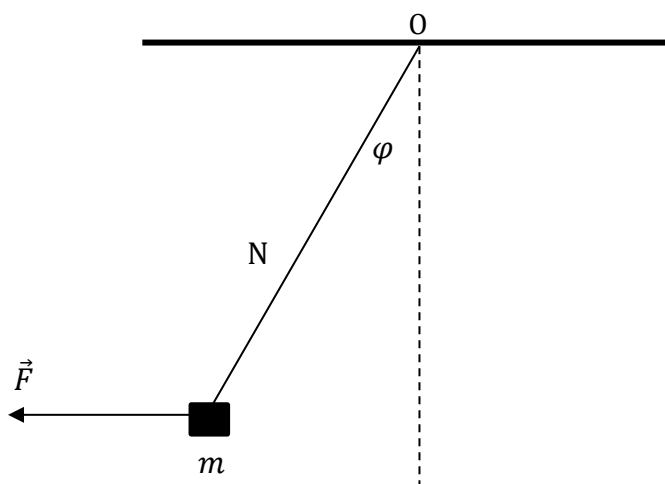
γ) $\Delta\ell' = \frac{\Delta\ell}{4}$

Μονάδες 4

B. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2.



Ένα σώμα μάζας m ισορροπεί δεμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού νήματος N (το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο ακλόνητα σε σημείο O), με την επίδραση οριζόντιας, σταθερής δύναμης $\vec{F}$, όπως στο σχήμα. Το νήμα N σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία φ .

A. Για τα μέτρα του βάρους του σώματος $\vec{w}$ και της τάσης του νήματος $\vec{T}$ ισχύει:

α) $w = T$

β) $w < T$

γ) $w > T$

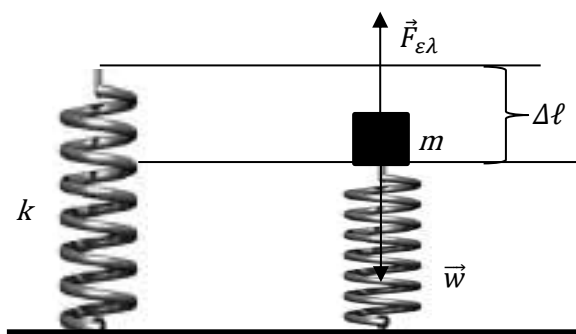
Μονάδες 4

B. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.



A. β)

Μονάδες 4

B. Στη θέση ισορροπίας του συστήματος ιδανικό ελατήριο – σώμα μάζας m ισχύει:

$$\sum F = 0, F_{ελ} = w, k \cdot \Delta\ell = m \cdot g, \Delta\ell = \frac{m \cdot g}{k} [1]$$

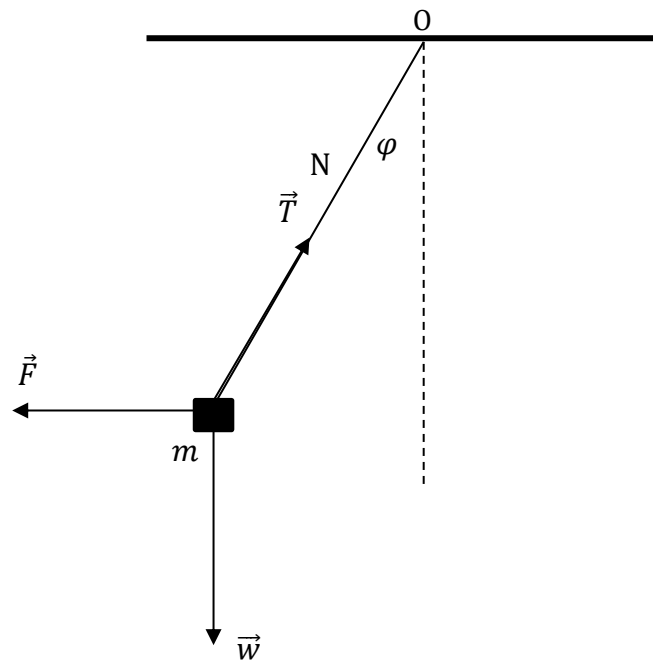
Στη θέση ισορροπίας του συστήματος ιδανικό ελατήριο – σώμα μάζας $4 \cdot m$ ισχύει:

$$\sum F = 0, F'_{ελ} = w, k \cdot \Delta\ell' = 4 \cdot m \cdot g, \Delta\ell' = \frac{4 \cdot m \cdot g}{k} [2]$$

Από τις εξισώσεις [1] και [2] προκύπτει: $\Delta\ell' = 4 \cdot \Delta\ell$.

Μονάδες 8

2.2.



A. β)

Μονάδες 4

B. Από την ισορροπία του συστήματος σώμα – ιδανικό νήμα N ισχύει:

$$\sum F = 0, T = \sqrt{w^2 + F^2}, T > w$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα σώμα κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους του.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Για το άθροισμα της μεταβολής της κινητικής ενέργειας ΔK και της μεταβολής της γήινης βαρυτικής δυναμικής ενέργειας ΔU του σώματος, στη διάρκεια αυτής της κίνησης, ισχύει:

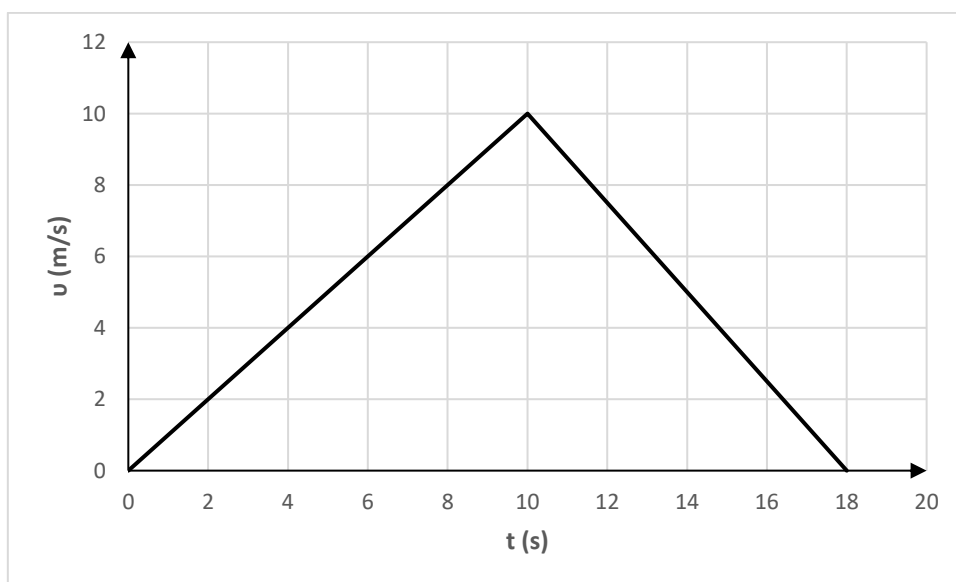
$$\alpha) \Delta K + \Delta U = 1 \quad , \quad \beta) \Delta K + \Delta U = 0 \quad , \quad \gamma) \Delta K + \Delta U = -1$$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σώμα κινείται ευθύγραμμα και το μέτρο u της ταχύτητάς του μεταβάλλεται χρονικά όπως στο διάγραμμα.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σώματος έχουν την ίδια κατεύθυνση στο χρονικό διάστημα:

$$\alpha) (0, 10 \text{ s}) \quad \beta) (10 \text{ s}, 18 \text{ s})$$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

A) β)

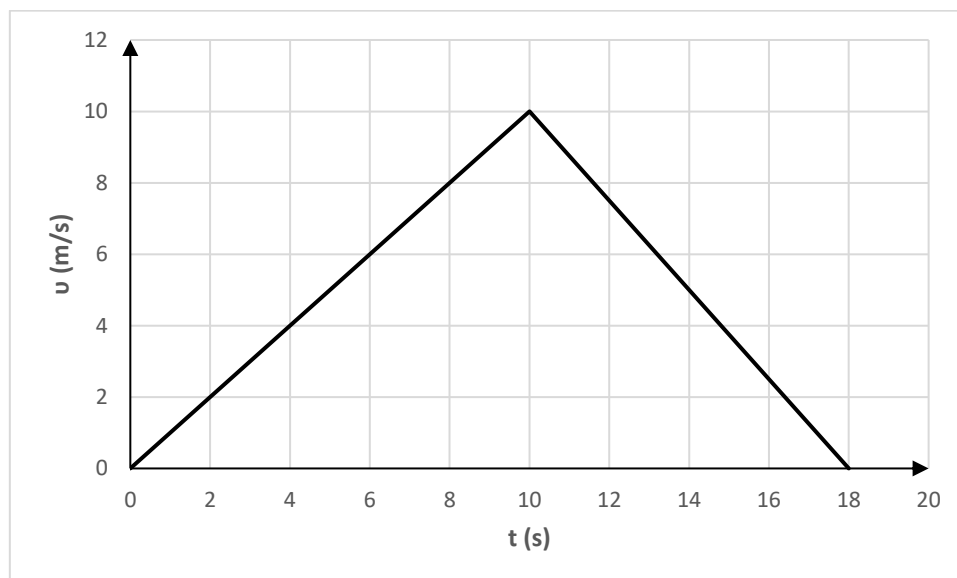
Μονάδες 4

B) Επειδή το σώμα κινείται με την επίδραση του γήινου βάρους του και μόνο, η μηχανική του ενέργεια διατηρείται σταθερή:

$$E_{αρχ} = E_{τελ}, K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ}, K_{αρχ} - K_{τελ} = U_{τελ} - U_{αρχ}, -\Delta K = \Delta U, \Delta K + \Delta U = 0.$$

Μονάδες 8

2.2.



A) α)

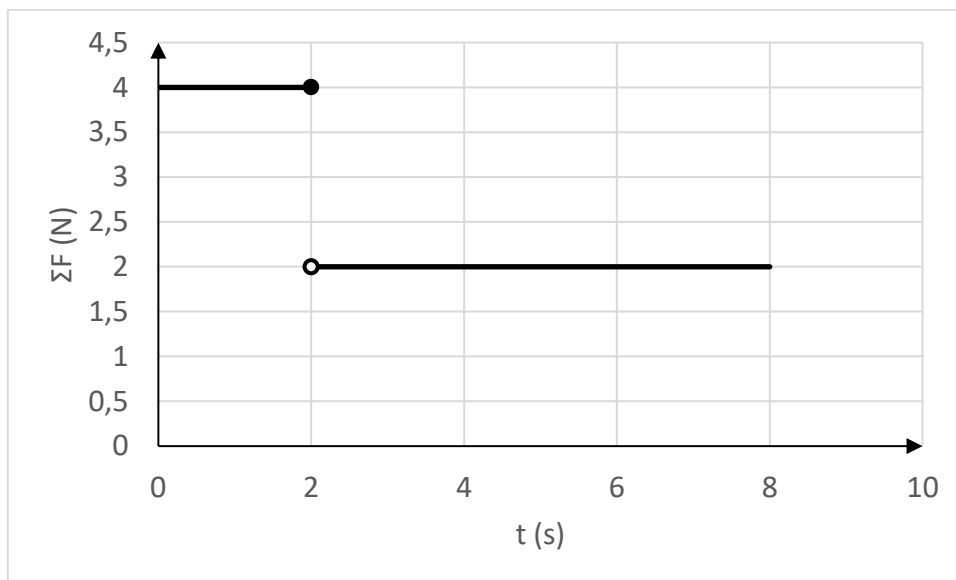
Μονάδες 4

B) Στο χρονικό διάστημα $(0\text{ s}, 10\text{ s})$ το μέτρο της ταχύτητας του κινητού αυξάνεται (επιταχυνόμενη κίνηση) και συνεπώς η ταχύτητα και η επιτάχυνση έχουν την ίδια κατεύθυνση. Στο χρονικό διάστημα $(10\text{ s}, 18\text{ s})$ το μέτρο της ταχύτητας του κινητού ελαττώνεται (επιβραδυνόμενη κίνηση) και συνεπώς η ταχύτητα και η επιτάχυνση έχουν αντίθετη κατεύθυνση.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Σημειακό αντικείμενο μάζας $m = 1 \text{ Kg}$ είναι ακίνητο σε οριζόντιο, ακλόνητο, μεγάλου μήκους διάδρομο, στη θέση $x_0 = 0$. Από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, το σημειακό αντικείμενο δέχεται την επίδραση συνισταμένης δύναμης, που μεταβάλλεται με το χρόνο όπως στο διάγραμμα που ακολουθεί:



4.1. Να υπολογίσετε:

A. την ταχύτητα $\vec{v}_1$ και τη θέση $\vec{x}_1$ του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 2 \text{ s}$.

Μονάδες 4

B. την ταχύτητα $\vec{v}_2$ και τη θέση $\vec{x}_2$ του σώματος τη χρονική στιγμή $t_2 = 8 \text{ s}$.

Μονάδες 4

Γ. την μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 8 \text{ s}$.

Μονάδες 4

Δ. το έργο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο σώμα από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 8 \text{ s}$.

Μονάδες 4

4.2. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις:

A. ταχύτητας - χρόνου ($v - t$) και

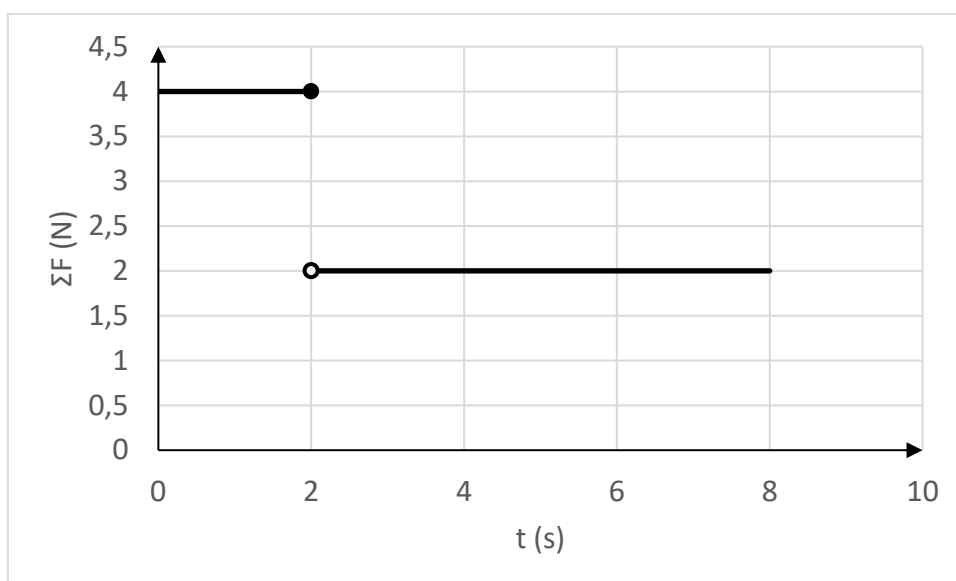
Μονάδες 4

B. θέσης - χρόνου ($x - t$)

Μονάδες 5

από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 8 \text{ s}$.

ΘΕΜΑ 4



4.1.

A. Από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 2$ s:

$$\Sigma F_1 = 4 \text{ N}, m \cdot a_1 = 4 \text{ N}, a_1 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. (\text{Μονάδες } 2)$$

Ισχύουν:

$$v_1 = v_0 + a_1 \cdot t_1 = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} (\text{Μονάδα } 1)$$

και

$$x_1 = x_0 + v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2, x_1 = 8 \text{ m}. (\text{Μονάδα } 1)$$

Μονάδες 4

B. Από τη χρονική στιγμή $t_1 = 2$ s μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 8$ s:

$$\Sigma F_2 = 2 \text{ N}, a_2 = \frac{\Sigma F_2}{m} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. (\text{Μονάδες } 2)$$

$$\text{Ισχύουν: } v_2 = v_1 + a_2 \cdot (t_2 - t_1) = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} (\text{Μονάδα } 1)$$

και

$$x_2 = x_1 + v_1 \cdot (t_2 - t_1) + \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot (t_2 - t_1)^2, x_2 = 92 \text{ m}. (\text{Μονάδα } 1)$$

Μονάδες 4

$$\Gamma. \Delta K_{0,2} = K_2 - K_0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2, \Delta K_{0,2} = 200 \text{ J}.$$

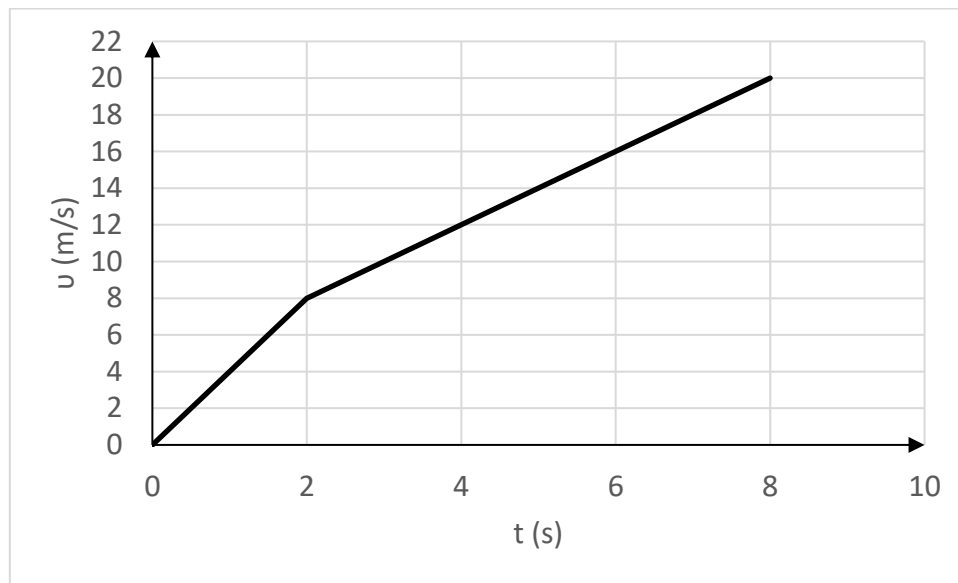
Μονάδες 4

$$\Delta. \text{ Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας: } \Delta K_{0,2} = W_{\Sigma \vec{F}_{0,2}}, W_{\Sigma \vec{F}_{0,3}} = 200 \text{ J}.$$

Μονάδες 4

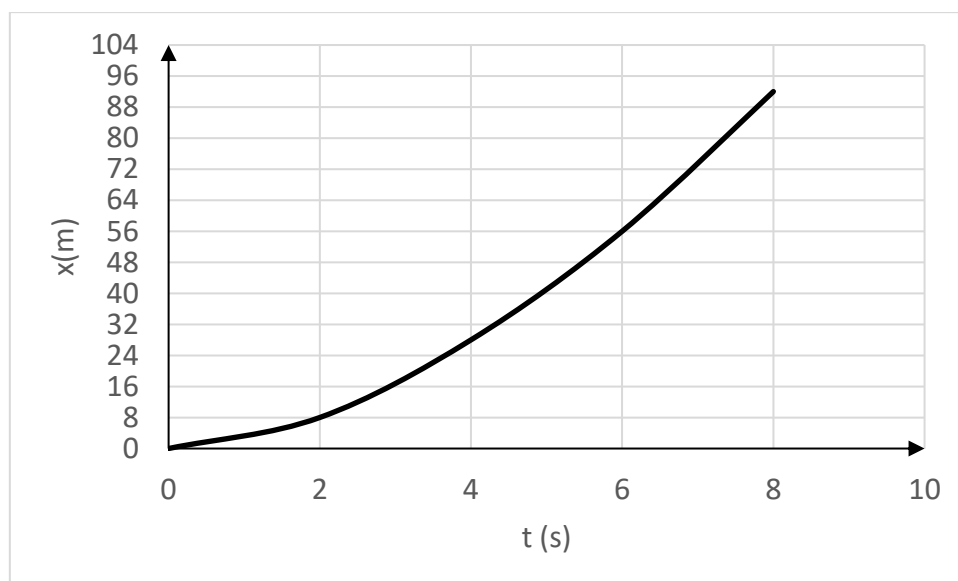
4.2.

A.



Μονάδες 4

B. Θέσης – χρόνου ($x - t$)

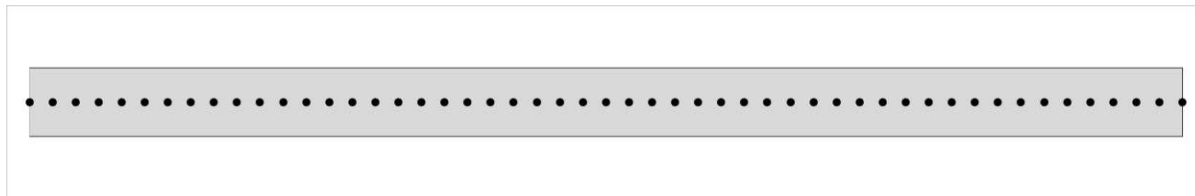


Σημείωση: Η γραφική παράσταση στο χρονικό διάστημα 0-2s είναι τμήμα παραβολής που διέρχεται από την αρχή των αξόνων. Η γραφική παράσταση στο χρονικό διάστημα 2s-8s είναι τμήμα **διαφορετικής** παραβολής, η οποία έχει κοινό σημείο με την πρώτη για $t=2s$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

Σώμα (αμελητέων διαστάσεων) μάζας $m = 1 \text{ kg}$ κινείται σε οριζόντιο δρόμο με τον οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ}$. Η χαρτοταινία στην οποία καταγράφεται η κίνησή του δίνεται στην Εικόνα:



4.1. Αν το σώμα, κατά τη διάρκεια της κίνησής του, δέχεται σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F_1 = 5 \text{ N}$, να υπολογίσετε τον συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ}$ σώματος - δρόμου.

Μονάδες 7

Ο ηλεκτρονικός χρονομετρητής ταινίας που χρησιμοποιείται έχει συχνότητα 50 Hz , δηλαδή καταγράφει στην χαρτοταινία πενήντα (50) κουκίδες κάθε δευτερόλεπτο.

4.2. Πόσο χρονικό διάστημα απαιτείται ώστε να καταγραφούν στην χαρτοταινία τέσσερεις (4) διαδοχικές κουκίδες;

Μονάδες 6

4.3. Αν και η απόσταση της πρώτης ($1^{η}$) κουκίδας από την πέμπτη ($5^{η}$) κουκίδα είναι $d = 5 \text{ cm}$, να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος.

Μονάδες 6

4.4. Πόση είναι η απόσταση της δωδέκατης ($12^{η}$) και της δέκατης έκτης ($16^{η}$) κουκίδας;

Μονάδες 6

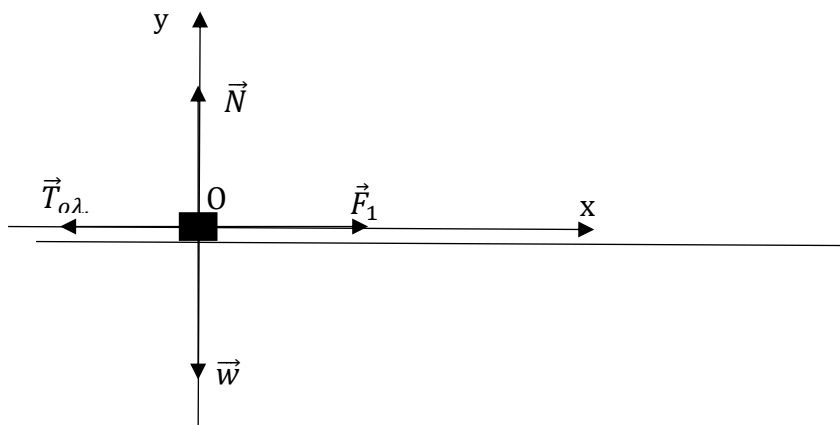
Η επιτάχυνση της βαρύτητας να θεωρηθεί σταθερή, με μέτρο $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

ΘΕΜΑ 4

4.1.

Σχεδιάζουμε το σημειακό αντικείμενο σε μία τυχαία θέση της κίνησής του. Οι δυνάμεις που δέχεται είναι το γήινο βάρος του $\vec{w}$, η κάθετη στο δρόμο αντίδραση $\vec{N}$, η δύναμη $\vec{F}_1$ και η τριβή ολίσθησης $\vec{T}_{ολ.}$ (Μονάδα 1).

Με κέντρο το σημειακό αντικείμενο, επιλέγουμε ορθογώνιο σύστημα αξόνων xOy. Άξονας Ox είναι ο άξονας της κίνησης. Στον άξονα Oy δεν υπάρχει κίνηση, οπότε, σύμφωνα με τον 1^ο νόμο του Newton: $\sum \vec{F}_y = \vec{0}$, $N = w$, $N = m \cdot g$, $N = 10 \text{ N}$ (Μονάδες 2), όπου w και N είναι τα μέτρα των δυνάμεων $\vec{w}$ και $\vec{N}$ αντίστοιχα.



Από την χαρτοταινία, διαπιστώνουμε ότι το σημειακό αντικείμενο κινείται με σταθερή ταχύτητα. Από τον 1^ο νόμο του Newton:

$$\sum \vec{F}_x = \vec{0}, F_1 = T, F_1 = \mu_{ολ.} \cdot N, \mu_{ολ.} = \frac{F_1}{N}, \mu_{ολ.} = 0,5 \text{ (Μονάδες 2)}.$$

Μονάδες 7

$$4.2. f = \frac{\Delta N}{\Delta t}, \Delta t = \frac{\Delta N}{f} = \frac{4}{50} \text{ s} = 0,08 \text{ s}$$

Μονάδες 6

$$4.3. v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{0,05 \text{ m}}{0,08 \text{ s}} = \frac{5}{8} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

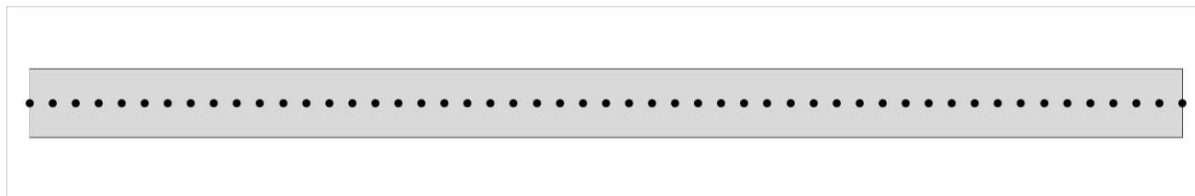
Μονάδες 6

4.4. Επειδή η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή, η απόσταση της δωδέκατης (12^{ης}) και της δέκατης έκτης (16^{ης}) κουκίδας είναι $d = 0,05 \text{ m}$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Σώμα (αμελητέων διαστάσεων) μάζας $m = 1 \text{ kg}$ κινείται σε οριζόντιο δρόμο με τον οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ}$. Η χαρτοταινία στην οποία καταγράφεται η κίνησή του δίνεται στην επόμενη εικόνα.

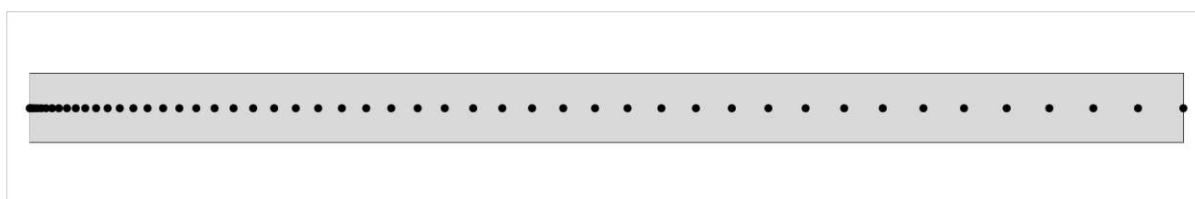


4.1. Αν το σώμα, κατά τη διάρκεια της κίνησής του, δέχεται σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F_1 = 5 \text{ N}$, να υπολογίσετε τον συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ}$ σώματος - δρόμου.

Μονάδες 7

Το ίδιο σώμα βρίσκεται ακίνητο στη θέση $x = 0$ του ίδιου οριζόντιου δρόμου. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ στο σώμα ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F_2 οπότε το σώμα αρχίζει να κινείται.

Η χαρτοταινία, στην οποία καταγράφεται η κίνησή του, δίνεται τώρα στην εικόνα:



και η μετατόπισή του, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 5 \text{ s}$ έχει μέτρο $\Delta x_1 = 25 \text{ m}$.

4.2. Να υπολογίσετε:

A. τη σταθερή επιτάχυνση με την οποία κινείται το σώμα.

Μονάδες 6

B. το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_2$.

Μονάδες 6

Γ. το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}_1$ του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 5 \text{ s}$.

Μονάδες 6

Η επιτάχυνση της βαρύτητας να θεωρηθεί σταθερή, με μέτρο $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

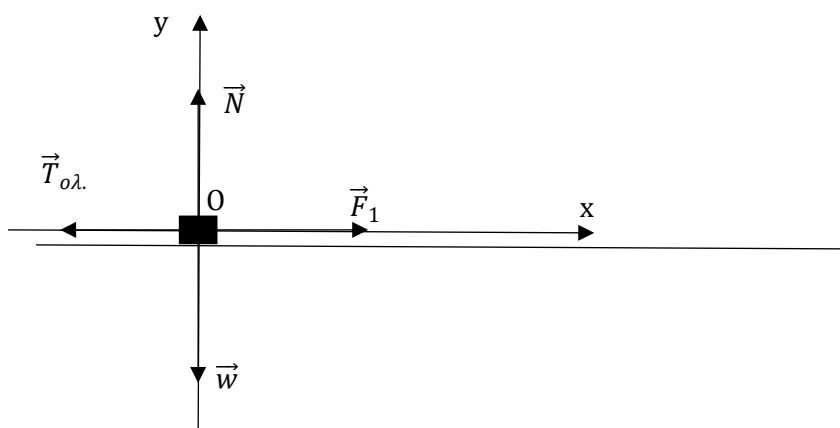
ΘΕΜΑ 4

4.1.

Σχεδιάζουμε το σημειακό αντικείμενο σε μία τυχαία θέση της κίνησής του. Οι δυνάμεις που δέχεται είναι το γήινο βάρος του $\vec{w}$, η κάθετη στο δρόμο αντίδραση $\vec{N}$, η δύναμη $\vec{F}_1$ και η τριβή ολίσθησης $\vec{T}_{ολ.}$ (Μονάδα 1). Με κέντρο το σημειακό αντικείμενο, επιλέγουμε ορθογώνιο σύστημα αξόνων xOy . Άξονας Ox είναι ο άξονας της κίνησης. Στον άξονα Oy δεν υπάρχει κίνηση, οπότε, σύμφωνα με τον 1^ο νόμο του Newton:

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0}, N = w, N = m \cdot g, N = 10 \text{ N (Μονάδες 2)}$$

όπου w και N είναι τα μέτρα των δυνάμεων $\vec{w}$ και $\vec{N}$ αντίστοιχα.



Από την χαρτοταινία, διαπιστώνουμε ότι το σημειακό αντικείμενο κινείται με σταθερή ταχύτητα. Από τον 1^ο νόμο του Newton:

$$\sum \vec{F}_x = \vec{0}, F_1 = T, F_1 = \mu_{ολ.} \cdot N, \mu_{ολ.} = \frac{F_1}{N}, \mu_{ολ.} = 0,5 \text{ (Μονάδες 4).}$$

Μονάδες 7

4.2.

A.

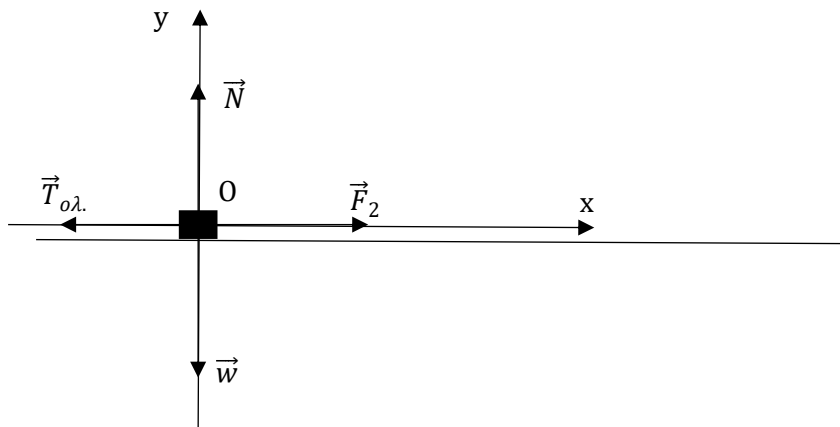
Σχεδιάζουμε το σημειακό αντικείμενο σε μία τυχαία θέση της κίνησής του. Οι δυνάμεις που δέχεται είναι το γήινο βάρος του $\vec{w}$, η κάθετη στο δρόμο αντίδραση $\vec{N}$, η δύναμη $\vec{F}_2$ και η τριβή ολίσθησης $\vec{T}_{ολ.}$ (Μονάδα 1).

Με κέντρο το σημειακό αντικείμενο, επιλέγουμε ορθογώνιο σύστημα αξόνων xOy. Άξονας Ox είναι ο άξονας της κίνησης. Στον άξονα Oy δεν υπάρχει κίνηση, οπότε, σύμφωνα με τον 1^ο νόμο του Newton:

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0}, N = w, N = m \cdot g, N = 10 \text{ N}.$$

Για το μέτρο της τριβής ολίσθησης, από τον νόμο της τριβής ολίσθησης, ισχύει:

$$T_{ολ.} = \mu_{ολ.} \cdot N, T_{ολ.} = 5 \text{ N}.$$



Από την χαρτοταινία, διαπιστώνουμε ότι το σημειακό αντικείμενο δεν κινείται με σταθερή ταχύτητα (Μονάδες 3).

Το μέτρο της μετατόπισης του σώματος, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 5 \text{ s}$, δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2, a = \frac{2 \cdot \Delta x_1}{t_1^2}, a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ (Μονάδες 3)}.$$

Μονάδες 6

Β. Από τον Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής:

$$\sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}, F_2 - T_{ολ.} = m \cdot a, F_2 = m \cdot a + T_{ολ.}, F_2 = 7 \text{ N}$$

Μονάδες 6

Γ. Για το μέτρο v_1 της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 5 \text{ s}$ ισχύει:

$$v_1 = a \cdot t_1, v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Σώμα μάζας $m = 1\text{ kg}$ εκτοξεύεται, τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, με οριζόντια αρχική ταχύτητα μέτρου $v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ κατά μήκος οριζόντιου και ακλόνητου δαπέδου, πολύ μεγάλης έκτασης, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ} = 0,5$.

4.1. Να υπολογίσετε:

A. το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}_1$ του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 1\text{ s}$.

Μονάδες 8

B. το μέτρο της μετατόπισης $\Delta\vec{x}_1$ του σώματος από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 1\text{ s}$.

Μονάδες 4

Γ. το έργο της τριβής ολίσθησης $\vec{T}_{ολ}$ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 1\text{ s}$.

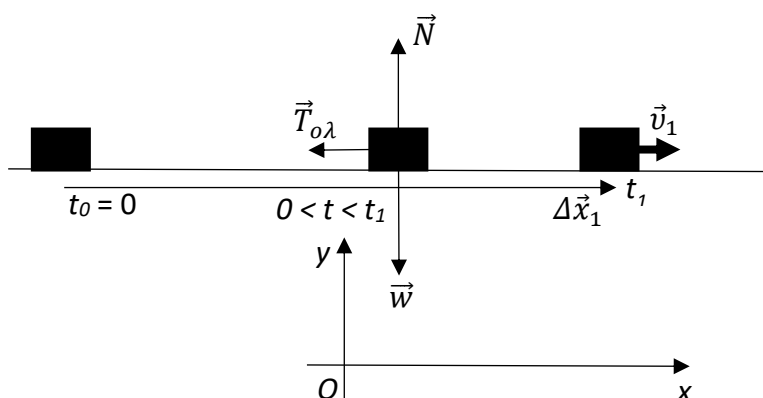
Μονάδες 8

4.2. Να επιβεβαιώσετε την ισχύ της αρχής διατήρησης της ενέργειας κατά την κίνηση του σώματος από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 1\text{ s}$.

Μονάδες 5

Η επιτάχυνση της βαρύτητας να θεωρηθεί σταθερή, με μέτρο $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

ΘΕΜΑ 4



4.1.

A. Την τυχαία χρονική στιγμή $0 < t < t_1$ στο σώμα ασκείται το γήινο βάρος του $\vec{w}$ και η δύναμη από το δάπεδο, η οποία αναλύεται στην $\vec{N}$ και στην τριβή ολίσθησης $\vec{T}_{o\lambda}$. Το σώμα δεν κινείται στον άξονα Oy , οπότε σύμφωνα με τον 1^ο νόμο του Newton: $\sum \vec{F}_y = \vec{0}$, $N = w$, $N = m \cdot g$, $N = 10 \text{ N}$. (Μονάδες 2)

Από τον νόμο της τριβής ολίσθησης: $T_{o\lambda} = \mu_{o\lambda} \cdot N$, $T_{o\lambda} = 5 \text{ N}$. (Μονάδες 2) Από τον Θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής, ισχύει:

$$\sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}, \quad -T_{o\lambda} = m \cdot \alpha, \quad \alpha = \frac{-T_{o\lambda}}{m}, \quad \alpha = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \text{ (Μονάδες 2)}$$

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 1 \text{ s}$ ισχύει: $v_1 = v_0 + \alpha_1 \cdot t_1$, $v_1 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. (Μονάδες 2)

Μονάδες 8

B. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 1 \text{ s}$ ισχύει: $\Delta x_1 = v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2 = 7,5 \text{ m}$

Μονάδες 4

Γ. Για το έργο της τριβής ολίσθησης $\vec{T}_{o\lambda}$ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 1 \text{ s}$ ισχύει:

$$W_{\vec{T}_{o\lambda}} = -T_{o\lambda} \cdot \Delta x_1 = -37,5 \text{ J}.$$

Μονάδες 8

4.2. Από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 1 \text{ s}$ η μηχανική ενέργεια του σώματος ελαττώνεται κατά $37,5 \text{ J}$, αφού

$$\Delta E = E_1 - E_0 = K_1 - K_0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = -37,5 \text{ J}.$$

$$Q = \left| W_{\vec{T}_{o\lambda}} \right| = T_{o\lambda} \cdot \Delta x_1, Q = 37,5 \text{ J. (Μονάδες 2)}$$

Η ισχύς της αρχής διατήρησης της ενέργειας επαληθεύεται, αφού: $\Delta E = Q$. (Μονάδες 3)

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

Σώμα μάζας $m = 1 \text{ kg}$ εκτοξεύεται από τη βάση ακλόνητου, πλάγιου, δαπέδου, πολύ μεγάλης έκτασης, προς την κορυφή του, με αρχική ταχύτητα μέτρου $v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Η γωνία που σχηματίζει το πλάγιο δάπεδο με τον ορίζοντα είναι $\varphi = 30^\circ$. Το σώμα παρουσιάζει με το δάπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ} = \frac{\sqrt{3}}{5}$.

4.1. Να υπολογίσετε:

A. την επιτάχυνση με την οποία κινείται το σώμα.

(Μονάδες 5)

B. το χρονικό διάστημα που απαιτείται για τη στιγμιαία ακινητοποίηση του σώματος.

(Μονάδες 5)

Γ. τη μετατόπιση του σώματος μέχρι τη στιγμιαία ακινητοποίησή του.

(Μονάδες 5)

Δ. τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μέχρι τη στιγμιαία ακινητοποίησή του.

(Μονάδες 5)

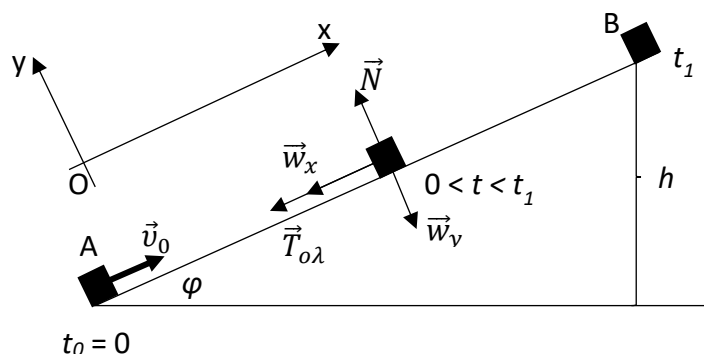
Ε. τη θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον του σώματος μέχρι τη στιγμιαία ακινητοποίησή του.

(Μονάδες 5)

Η επιτάχυνση της βαρύτητας να θεωρηθεί σταθερή, με μέτρο $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Δίνονται:

$$\eta\mu(30^\circ) = \frac{1}{2} \text{ και } \sigma\upsilon\nu(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

ΘΕΜΑ 4



4.1.

A. Κατά την κίνηση του σώματος από το σημείο A στο σημείο B, στον άξονα Oy, από τον 1^ο νόμο του Newton, ισχύει:

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0}, N = w_y, N = m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi, N = 5\sqrt{3} \text{ N. (Μονάδα 1).}$$

Από τον νόμο της τριβής ολίσθησης: $T_{ολ} = \mu_{ολ} \cdot N, T_{ολ} = 3 \text{ N. (Μονάδα 1)}$

Ισχύει επίσης: $w_x = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = 5 \text{ N. (Μονάδα 1)}$

Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής:

$$\sum F_x = m \cdot a, -w_x - T_{ολ} = m \cdot a, a = \frac{-w_x - T_{ολ}}{m} = -8 \frac{m}{s^2}. \text{ (Μονάδες 2)}$$

Μονάδες 5

B. Ισχύει: $v_1 = v_0 + a \cdot t_1, t_1 = \frac{v_1 - v_0}{a}, t_1 = 1,25 \text{ s.}$

Μονάδες 5

Γ. Ισχύει: $(AB) = v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 = 6,25 \text{ m.}$

Μονάδες 5

Δ. Ισχύει: $\Delta K = K_1 - K_0 = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = -50 \text{ J.}$

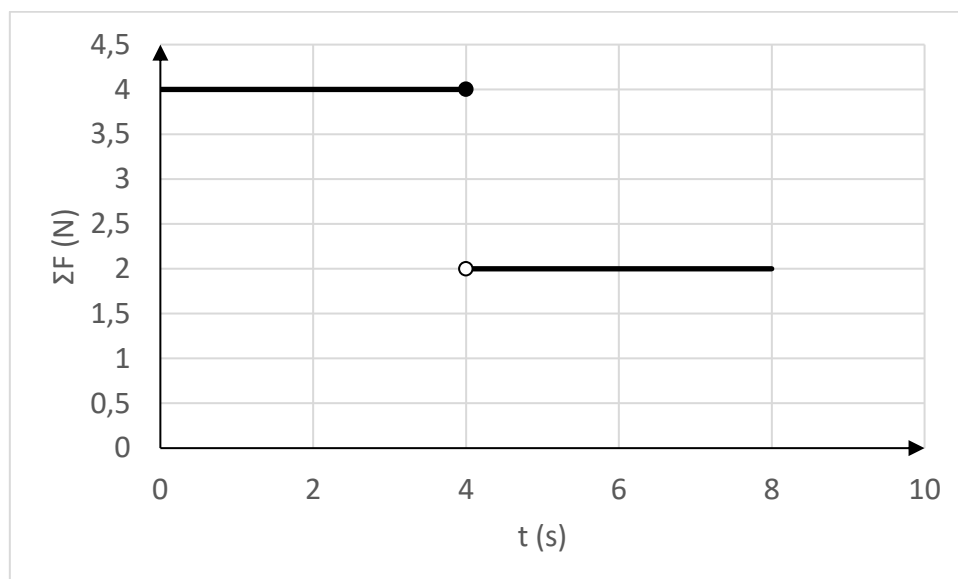
Μονάδες 5

Ε. Ισχύει: $Q = \left| W_{\vec{T}_{o\lambda}} \right| = T_{o\lambda} \cdot (AB) = 18,75 \text{ J}.$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

Σημειακό αντικείμενο μάζας $m = 1 \text{ Kg}$ είναι ακίνητο σε οριζόντιο, ακλόνητο, μεγάλου μήκους διάδρομο, στη θέση $x_0 = 0$. Από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, το σημειακό αντικείμενο δέχεται την επίδραση συνισταμένης δύναμης, που μεταβάλλεται με το χρόνο όπως στο διάγραμμα που ακολουθεί:



4.1. Να υπολογίσετε:

A. την ταχύτητα $\vec{v}_1$ και τη θέση $\vec{x}_1$ του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 4 \text{ s}$.

Μονάδες 4

B. την ταχύτητα $\vec{v}_2$ και τη θέση $\vec{x}_2$ του σώματος τη χρονική στιγμή $t_2 = 8 \text{ s}$.

Μονάδες 4

Γ. την μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 8 \text{ s}$.

Μονάδες 4

Δ. το έργο της συνισταμένης δύναμης που ασκούνται στο σώμα από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 8 \text{ s}$.

Μονάδες 4

4.2. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις:

A. ταχύτητας - χρόνου ($v - t$) και

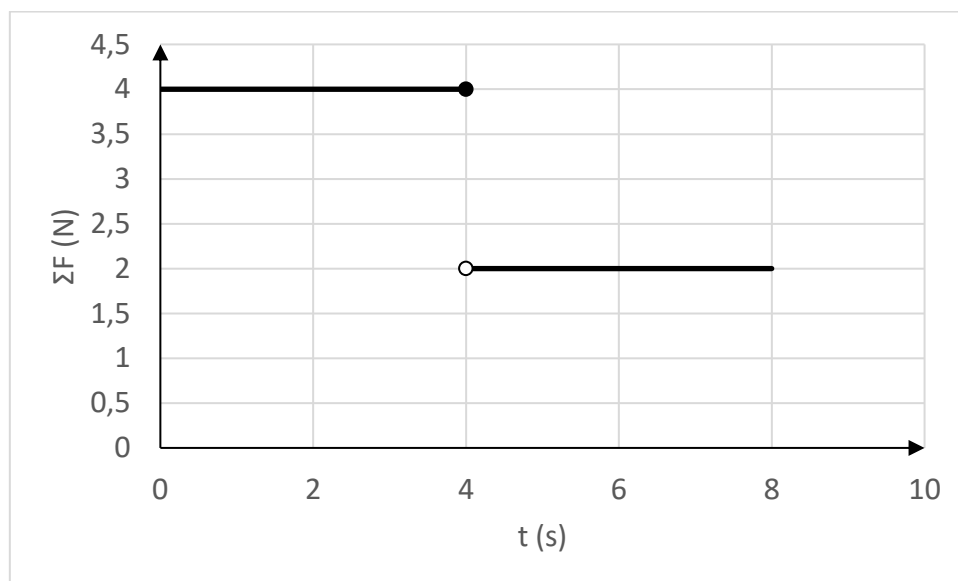
Μονάδες 4

B. θέσης - χρόνου ($x - t$)

Μονάδες 5

από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 8 \text{ s}$.

ΘΕΜΑ 4



4.1.

A. Από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 4$ s:

$$\Sigma F_1 = 4 \text{ N}, m \cdot a_1 = 4 \text{ N}, a_1 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. (\text{Μονάδα } 1)$$

Ισχύουν:

$$v_1 = v_0 + a_1 \cdot t_1 = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}} (\text{Μονάδα } 1)$$

και

$$x_1 = x_0 + v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2, x_1 = 32 \text{ m}. (\text{Μονάδες } 2)$$

Μονάδες 4

B. Από τη χρονική στιγμή $t_1 = 4$ s μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 8$ s: $\Sigma F_2 = 2$ N. Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής: $a_2 = \frac{\Sigma F_2}{m} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ (Μονάδα 1)

$$\text{Ισχύουν: } v_2 = v_1 + a_2 \cdot (t_2 - t_1) = 24 \frac{\text{m}}{\text{s}} (\text{Μονάδα } 1)$$

και

$$x_2 = x_1 + v_1 \cdot (t_2 - t_1) + \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot (t_2 - t_1)^2, x_2 = 112 \text{ m}. (\text{Μονάδες } 2)$$

Μονάδες 4

$$\Gamma. \Delta K_{0,2} = K_2 - K_0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2, \Delta K_{0,2} = 576 \text{ J}.$$

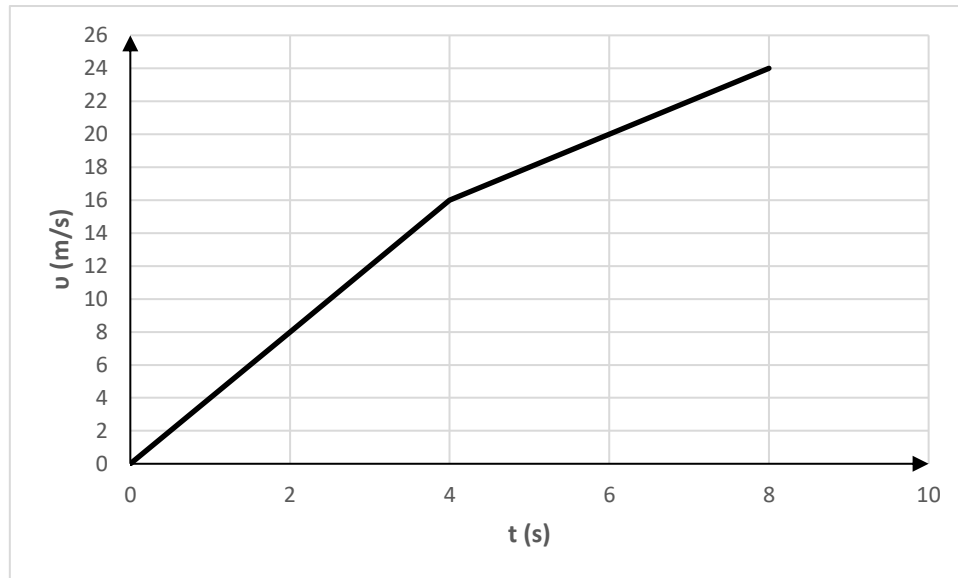
Μονάδες 4

$$\Delta. \text{ Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας: } \Delta K_{0,2} = W_{\Sigma \vec{F}_{0,2}}, W_{\Sigma \vec{F}_{0,2}} = 576 \text{ J}.$$

Μονάδες 4

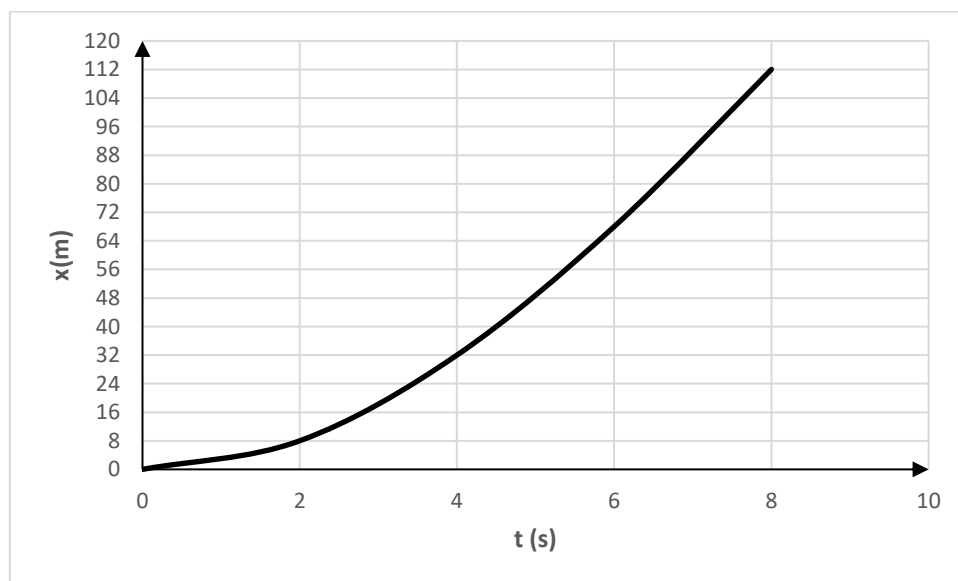
4.2.

A.



Μονάδες 4

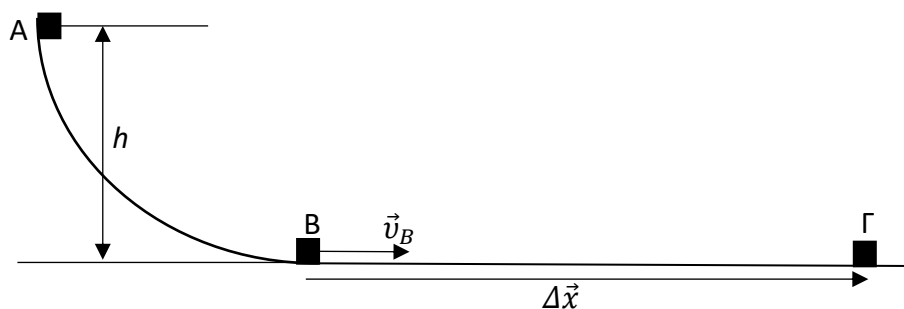
B.



Μονάδες 5

Η γραφική παράσταση στο χρονικό διάστημα $(4\text{ s}, 8\text{ s})$ είναι τμήμα διαφορετικής παραβολής, η οποία έχει κοινό σημείο με την πρώτη για $t = 4\text{ s}$.

ΘΕΜΑ 4



Ο διάδρομος του σχήματος είναι ακλόνητος και πολύ μεγάλου μήκους. Το καμπυλόγραμμο τμήμα του AB είναι λείο, ενώ το ευθύγραμμο τμήμα του είναι τραχύ. Η υψομετρική διαφορά των σημείων A και B είναι $h = 5 \text{ m}$. Σώμα, μάζας $m = 1 \text{ kg}$, ελευθερώνεται από το σημείο A και κινείται μένοντας διαρκώς σε επαφή με τον διάδρομο. Το σώμα με το οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ} = 0,5$.

4.1. Να υπολογίσετε:

A. το μέτρο της ταχύτητας v_B του σώματος στο σημείο B.

Μονάδες 6

B. το μέτρο της μέγιστης μετατόπισης Δx του σώματος στο οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου.

Μονάδες 6

Γ. το χρονικό διάστημα της κίνησης του σώματος στο οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου.

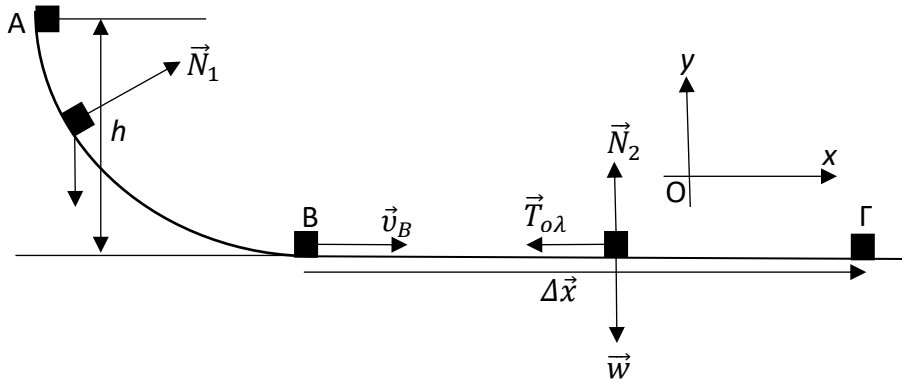
Μονάδες 6

4.2. Να συγκρίνετε την μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος κατά την κίνησή του στο καμπυλόγραμμο τμήμα του διαδρόμου με την αντίστοιχη στο ευθύγραμμο.

Μονάδες 7

Η επιτάχυνση της βαρύτητας να θεωρηθεί σταθερή, με μέτρο $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

ΘΕΜΑ 4



4.1.

A. Το καμπυλόγραμμο τμήμα του διαδρόμου είναι λείο και το έργο της δύναμης $\vec{N}_1$ είναι μηδέν, επειδή κάθε χρονική στιγμή είναι κάθετη στη στοιχειώδη μετατόπιση. Συνεπώς η μηχανική ενέργεια του σώματος, κατά την κίνησή του σ' αυτό το τμήμα του διαδρόμου, παραμένει σταθερή. Έτσι:

$$E_A = E_B, K_A + U_A = K_B + U_B, m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2, v_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot h},$$

$$v_B = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Μονάδες 6

B. Κατά την κίνηση του σώματος στο οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου, στον άξονα Ογ, από τον 1^ο νόμο του Newton, ισχύει: $\sum \vec{F}_y = \vec{0}, N_2 = w, N_2 = m \cdot g$ [1]. (Μονάδες 1)

Από τον νόμο της τριβής ολίσθησης: $T_{ol} = \mu_{ol} \cdot N, T_{ol} = \mu_{ol} \cdot m \cdot g$ [2]. (Μονάδες 1)

Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας, για την κίνηση του σώματος από το σημείο Β έως το Γ και λαμβάνοντας υπόψη τις εξισώσεις [1] και [2], προκύπτει:

$$\Delta K = W_{\vec{T}_{ol}}, K_\Gamma - K_B = -T_{ol} \cdot \Delta x, -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 = -\mu_{ol} \cdot m \cdot g \cdot \Delta x,$$

$$\Delta x = \frac{v_B^2}{2 \cdot \mu_{ol} \cdot g}, \Delta x = 10 \text{ m. (Μονάδες 4)}$$

Μονάδες 6

Γ. Κατά την κίνηση του σώματος στο ευθύγραμμο τμήμα του διαδρόμου:

$$\alpha = \frac{\sum F_x}{m} = -\frac{\mu_{ol} \cdot m \cdot g}{m} = -\mu_{ol} \cdot g = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \text{ (Μονάδες 3)}$$

Από την εξίσωση της ταχύτητας: $v_I = v_B + \alpha \cdot \Delta t$, $\Delta t = \frac{v_I - v_B}{\alpha}$, $\Delta t = 2 \text{ s}$. (Μονάδες 3)

Μονάδες 6

4.2. Για το καμπυλόγραμμο τμήμα του διαδρόμου ισχύει:

$$\Delta K_1 = K_B - K_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 = 50 \text{ J} . (\text{Μονάδες 3})$$

Για το ευθύγραμμο τμήμα του διαδρόμου ισχύει:

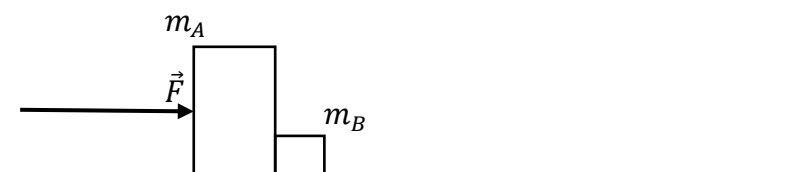
$$\Delta K_2 = K_I - K_B = - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 = - 50 \text{ J} . (\text{Μονάδες 3})$$

Έτσι: $\Delta K_1 = - \Delta K_2$. (Μονάδα 1)

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Δύο σώματα Α και Β, με μάζες $m_A = 4 \text{ kg}$ και $m_B = 1 \text{ kg}$ αντίστοιχα, είναι σε επαφή και ακίνητα πάνω σε ακλόνητο, τραχύ, οριζόντιο δάπεδο, όπως στην εικόνα. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ασκείται στο σώμα Α σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, που έχει μέτρο $F = 20 \text{ N}$ και την ίδια χρονική στιγμή αρχίζει η κίνηση του συστήματος των σωμάτων Α και Β. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης σωμάτων - δαπέδου είναι: $\mu_{ολ} = 0,2$. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο: $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.



4.1. Να υπολογίσετε την σταθερή επιτάχυνση με την οποία κινείται το σύστημα των σωμάτων Α και Β.

Μονάδες 10

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της σταθερής δύναμης που ασκεί το σώμα Α στο σώμα Β κατά τη διάρκεια αυτής της κίνησης.

Μονάδες 5

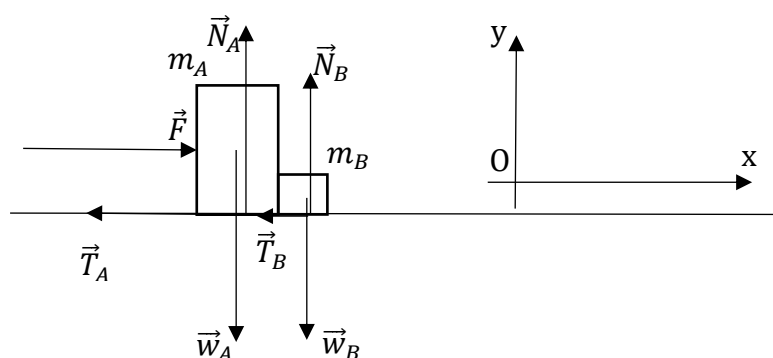
4.3. Πόση είναι η ισχύς της δύναμης $\vec{F}$ τη χρονική στιγμή $t_1 = 10 \text{ s}$.

Μονάδες 5

4.4. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή που αρχίζει η κίνηση του συστήματος των σωμάτων Α και Β μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 10 \text{ s}$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4



4.1. Αν θεωρήσουμε τα σώματα Α και Β ως σύστημα σωμάτων, οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα είναι οι εικονιζόμενες. (Μονάδες 3) Στον άξονα Ογ δεν υπάρχει κίνηση και συνεπώς, σύμφωνα με τον 1^ο νόμο του Newton:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Σώμα Α: } \sum F_y = 0, N_A = W_A, N_A = m_A \cdot g, N_A = 40 \text{ N} \\ \text{Σώμα Β: } \sum F_y = 0, N_B = W_B, N_B = m_B \cdot g, N_B = 10 \text{ N} \end{array} \right\} \text{ (Μονάδες 2)}$$

$$\text{Για την τριβή ολίσθησης ισχύει: } \left\{ \begin{array}{l} \text{Σώμα Α: } T_{o\lambda A} = \mu_{o\lambda} \cdot N_A = 8 \text{ N} \\ \text{Σώμα Β: } T_{o\lambda B} = \mu_{o\lambda} \cdot N_B = 2 \text{ N} \end{array} \right\} \text{ (Μονάδες 2)}$$

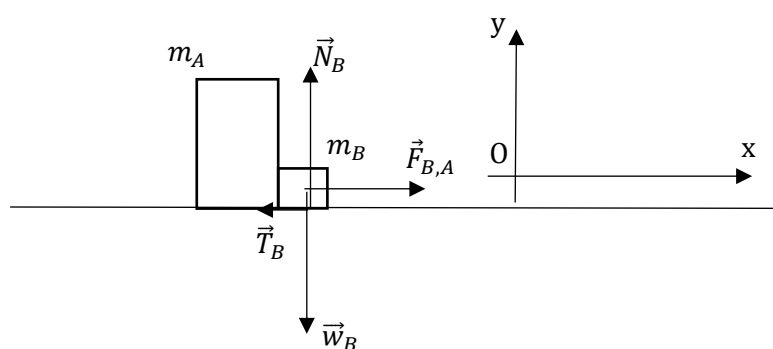
Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σύστημα των σωμάτων Α και Β:

$$\sum F_x = (m_A + m_B) \cdot a, a = \frac{F - T_{o\lambda A} - T_{o\lambda B}}{m_A + m_B}, a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ (Μονάδες 3)}$$

Μονάδες 10

4.2. Το σώμα Β κινείται με επιτάχυνση ίση με την επιτάχυνση του συστήματος:

$$a_B = a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ (Μονάδες 2)}$$



Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Β είναι οι εικονιζόμενες. (Μονάδα 1) $\vec{F}_{B,A}$ είναι η δύναμη επαφής που ασκείται στο σώμα Β από το σώμα Α. Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σώμα Β ισχύει:

$$\sum F_{Bx} = m_B \cdot a_B, F_{B,A} - T_{o\lambda B} = m_B \cdot a, F_{B,A} = T_{o\lambda B} + m_B \cdot a, F_{B,A} = 4 \text{ N.}$$

(Μονάδες 2)

Μονάδες 5

4.3. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 10 \text{ s}$ το σύστημα των σωμάτων Α και Β έχει ταχύτητα:
 $v_1 = a \cdot t_1 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. (Μονάδες 2)

Η ισχύς της δύναμης $\vec{F}$ τη χρονική στιγμή $t_1 = 10 \text{ s}$ είναι: $P_1 = F \cdot v_1 = 400 \text{ W}$. (Μονάδες 3)

Μονάδες 5

4.4. Από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 10 \text{ s}$ το σύστημα των σωμάτων Α και Β μετατοπίζεται κατά: $\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2, \Delta x_1 = 100 \text{ m}$. (Μονάδες 2)

Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 10 \text{ s}$ είναι:
 $W_{\vec{F}} = F \cdot \Delta x_1 = 2000 \text{ J}$. (Μονάδες 3)

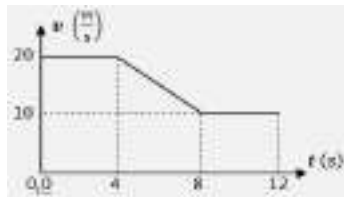
Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

Στην καρότσα ενός φορτηγού, το οποίο κινείται σε οριζόντιο δρόμο, βρίσκεται ένα μεγάλο κιβώτιο μάζας $m = 200 \text{ kg}$, χωρίς να είναι δεμένο ή στερεωμένο με οποιοδήποτε τρόπο πάνω σε αυτή.



Το φορτηγό αρχικά κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου $v_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, αλλά ο οδηγός του αναγκάστηκε να φρενάρει, με αποτέλεσμα το μέτρο της ταχύτητάς του να μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με τη γραφική παράσταση του διαγράμματος, ενώ κινείται πάντα ευθύγραμμα.



Στη διάρκεια του φρεναρίσματος, το κιβώτιο δεν ολίσθησε πάνω στην καρότσα, εξαιτίας της τριβής που δημιουργήθηκε μεταξύ τους.

Να υπολογίσετε:

4.1 το μέτρο της επιβράδυνσης του οχήματος, στη διάρκεια του φρεναρίσματος.

Μονάδες 6

4.2 το μέτρο της τριβής που δημιουργήθηκε μεταξύ κιβωτίου και καρότσας του φορτηγού, η οποία εμπόδισε την ολίσθησή του πάνω της.

Μονάδες 6

4.3 το μέτρο της μετατόπισης του φορτηγού κατά τη διάρκεια του φρεναρίσματος.

Μονάδες 6

4.4 το έργο της τριβής που ασκήθηκε στο κιβώτιο από την καρότσα του φορτηγού, στη διάρκεια του φρεναρίσματος.

Μονάδες 7

Δυνάμεις που οφείλονται στον ατμοσφαιρικό αέρα, μπορούν να αγνοηθούν.

ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

4.1 Από τη γραφική παράσταση ταχύτητας-χρόνου φαίνεται ότι το φρενάρισμα του οχήματος διαρκεί από τη χρονική στιγμή $t_1 = 4$ s, μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 8$ s και η αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης είναι σταθερή και υπολογίζεται:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(10 - 20) \frac{\text{m}}{\text{s}}}{(8 - 4) \text{ s}} = -2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Φυσικά είναι επιβράδυνση και το μέτρο της είναι: $|a| = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

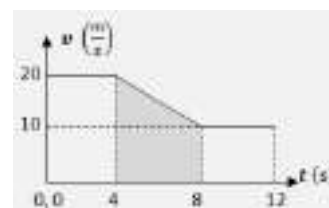
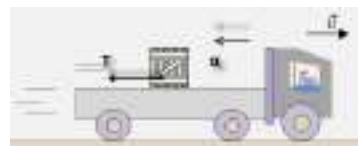
4.2 Η τάση του κιβωτίου είναι να συνεχίσει να κινείται με την αρχική ταχύτητα, ολισθαίνοντας προς τα εμπρός σε σχέση με την καρότσα και έτσι δέχεται από αυτή τριβή προς τα πίσω, η οποία εμποδίζει αυτή την ολίσθηση. Είναι στατική τριβή, με κατεύθυνση αντίθετη από αυτή της κίνησης του κιβωτίου. Εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το κιβώτιο, με θετική την φορά της κίνησης του οχήματος, έχουμε:

$$\Sigma F = m \cdot a$$

$$\text{ή} \quad -T = m \cdot a = 200 \cdot (-2,5) \text{ N}$$

$$\text{και τελικά} \quad T = 500 \text{ N}$$

4.3 Μπορούμε να υπολογίσουμε το μέτρο της μετατόπισης του οχήματος στη διάρκεια του φρεναρίσματος, ως εμβαδόν του σκιασμένου σχήματος στο διάγραμμα, το οποίο δημιουργείται από την γραφική παράσταση ταχύτητας-χρόνου και τον άξονα χρόνων, για την αντίστοιχη χρονική διάρκεια:



$$\Delta x = E_{\text{τραπεζίου}} = \frac{(20 + 10) \cdot 4}{2} \text{ m} = 60 \text{ m}$$

4.4 Το έργο της τριβής που ασκείται στο κιβώτιο, κατά την διάρκεια του φρεναρίσματος υπολογίζεται:

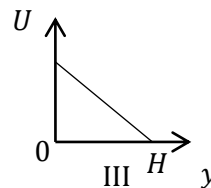
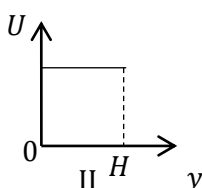
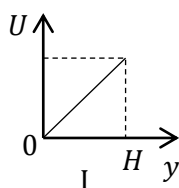
$$W_T = -T \cdot \Delta x = -500 \cdot 60 \text{ J} = -3 \cdot 10^4 \text{ J}$$

ΘΕΜΑ 2

2.1. Πέτρα μικρών διαστάσεων εκτοξεύεται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα επάνω. Δίνεται ότι ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας θεωρείται αυτό του εδάφους, ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα και ότι το μέγιστο ύψος που φτάνει η πέτρα είναι H .

2.1.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η γραφική παράσταση της δυναμικής ενέργειας U της πέτρας σε συνάρτηση με την απόσταση της y από το έδαφος κατά την κίνησή της, είναι η:



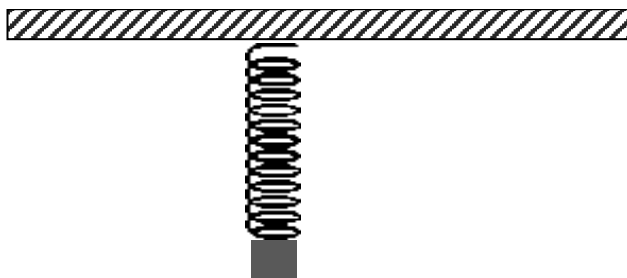
α) I , β) II , γ) III

Μονάδες 4

2.1.B Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

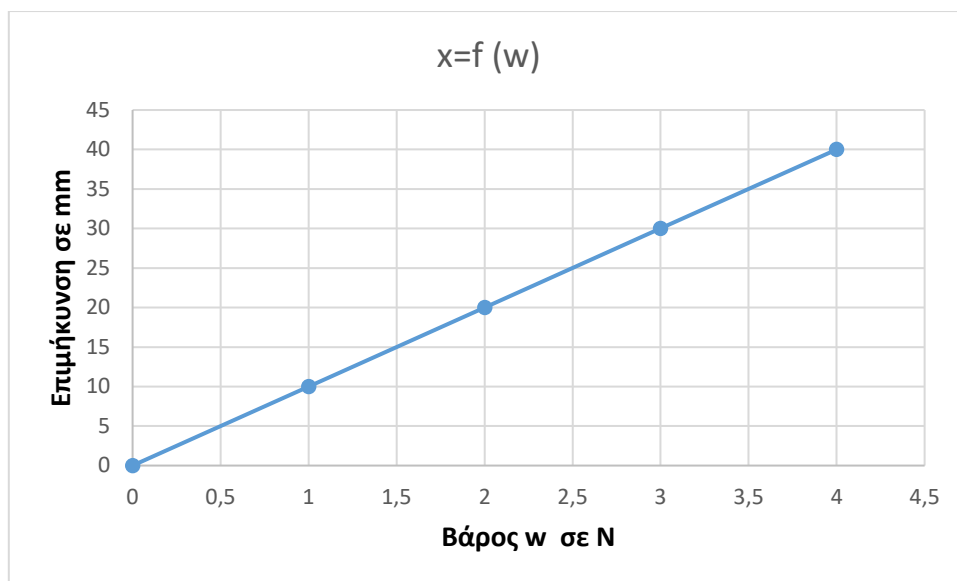
2.2 Για τις ανάγκες μίας εργαστηριακής άσκησης χρησιμοποιείται η πειραματική διάταξη του σχήματος. Στο κάτω άκρο του ελατηρίου προστίθενται διαδοχικά βαρίδια και το σύστημα αφήνεται να ισορροπήσει. Σε κάθε δοκιμή μετريέται τόσο η επιμήκυνση x του ελατηρίου όσο και το συνολικό βάρος που την προκάλεσε. Τα αποτελέσματα των μετρήσεων απεικονίζονται στο πίνακα τιμών, με βάση τις οποίες κατασκευάστηκε η γραφική παράσταση του βάρους $\vec{w}$ ως συνάρτηση της επιμήκυνσης του ελατηρίου.



Πειραματική διάταξη

x (mm)	w (N)
0	0
10	1
20	2
30	3
40	4

Πίνακας Τιμών



Γραφική Παράσταση

2.2.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η πειραματική τιμή της σταθεράς του ελατηρίου k είναι ίση με:

α) 1N/m , **β)** 10N/m , **γ)** 100N/m

Μονάδες 4

2.2.B Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

2.1

2.1.A Σωστή η απάντηση (α).

2.1.B Ενδεικτική Αιτιολόγηση

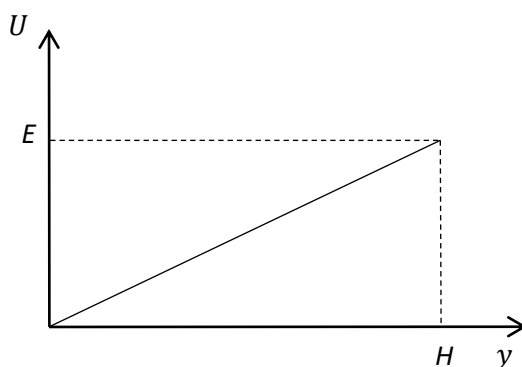
Η δυναμική ενέργεια ως προς το έδαφος δίδεται από την παρακάτω συνάρτηση:

$$U = m \cdot g \cdot y, \text{ για } 0 \leq y \leq H$$

όπου H το μέγιστο ύψος που φτάνει η πέτρα.

Μονάδες 4

Με βάση την παραπάνω συνάρτηση κατασκευάζουμε τη γραφική παράσταση $U = f(y)$:



Μονάδες 4

2.2

2.2.A Σωστή η απάντηση (γ).

2.2.B Ενδεικτική Αιτιολόγηση

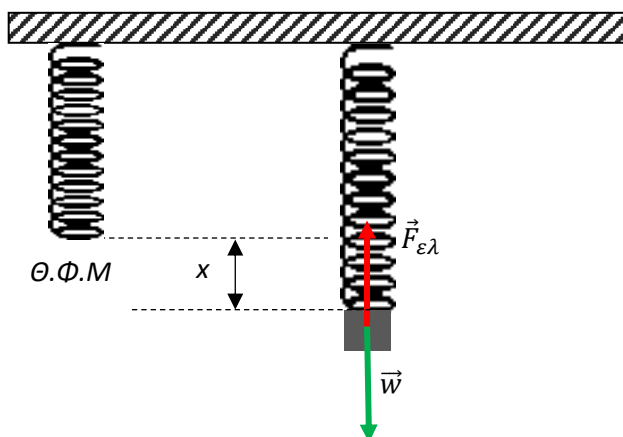
Λόγω της ισορροπίας σε κάθε δοκιμή, στον κατακόρυφο άξονα ισχύει ο 1^{ος} νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_x = 0 \text{ ή } \vec{F}_{ελ} + \vec{w} = 0$$

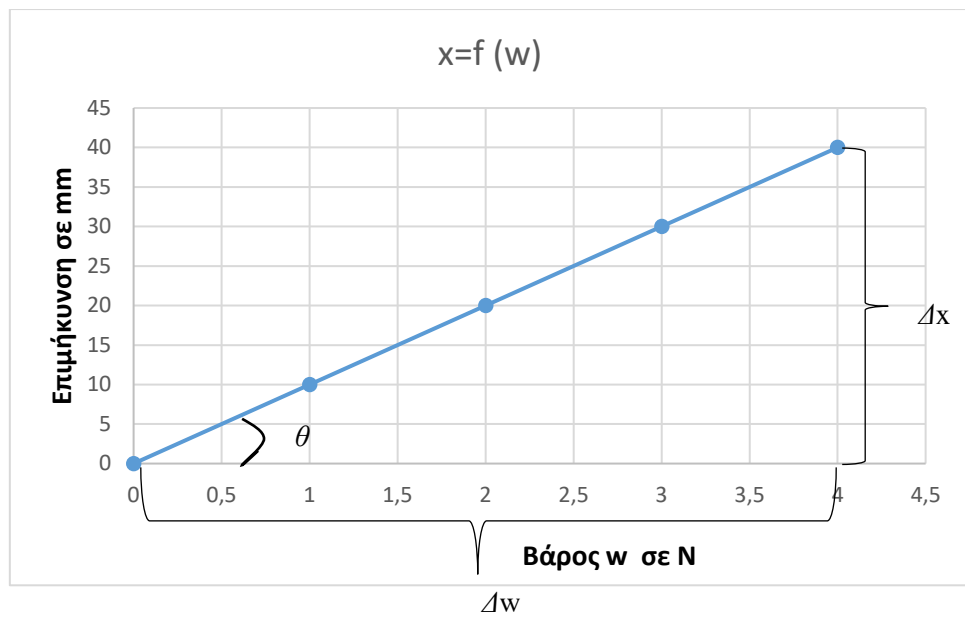
Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του βάρους:

$$w - F_{ελ} = 0 \text{ ή } w = k \cdot x \quad (1)$$

όπου x η επιμήκυνση του ελατηρίου σε σχέση με τη θέση φυσικού μήκους (ΘΦΜ)



Μονάδες 3



Η κλίση K της καμπύλης στη γραφική παράσταση $x = f(w)$ είναι:

$$K = \varepsilon \varphi \theta = \frac{\Delta x}{\Delta w} = \frac{40}{4} \text{ mm/N} = 10 \text{ mm/N} = 0,01 \text{ m/N} \quad (2)$$

Μονάδες 3

Από τις (1) και (2) προκύπτει:

$$K = \frac{1}{k} \text{ ή } k = \frac{1}{K} \text{ ή } k = \frac{1}{0,01} \frac{\text{m}}{\text{N}} = 100 \text{ N/m}$$

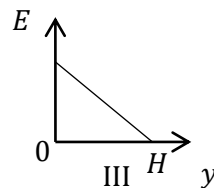
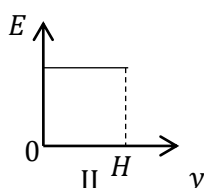
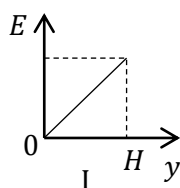
Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 2

2.1 Πέτρα μικρών διαστάσεων εκτοξεύεται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα επάνω. Δίνεται ότι ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας θεωρείται αυτό του εδάφους, ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα και ότι το μέγιστο ύψος που φτάνει η πέτρα είναι H .

2.1.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η γραφική παράσταση της μηχανικής (ολικής) ενέργειας E της πέτρας σε συνάρτηση με την απόσταση της y από το έδαφος κατά την κίνησή της, είναι η:



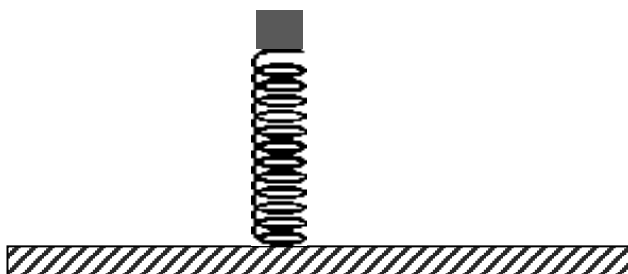
α) I , β) II , γ) III

Μονάδες 4

2.1.B Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

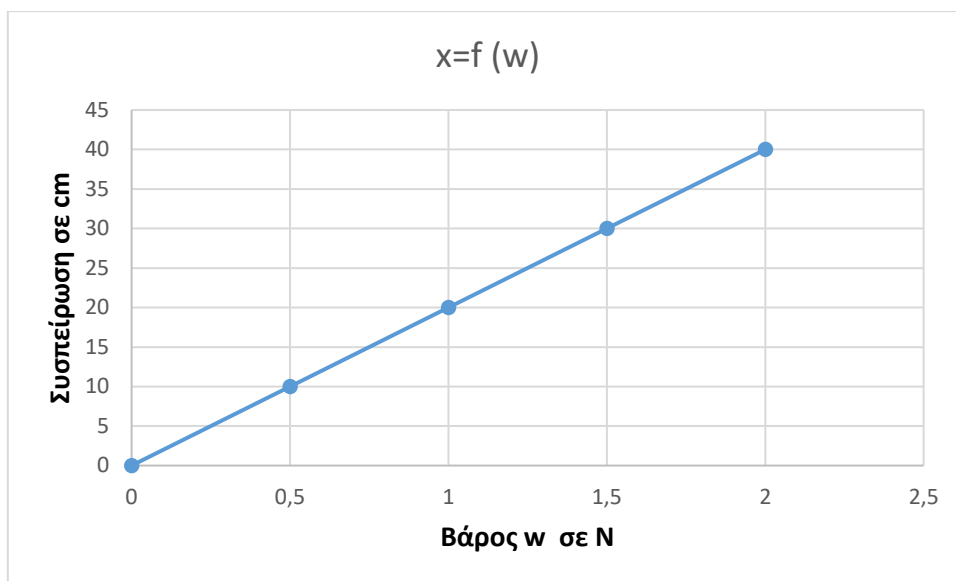
2.2 Για τις ανάγκες μίας εργαστηριακής άσκησης χρησιμοποιείται η πειραματική διάταξη του σχήματος. Στο πάνω άκρο του ελατηρίου προστίθενται διαδοχικά βαρίδια και το σύστημα αφήνεται να ισορροπήσει. Σε κάθε δοκιμή μετριέται τόσο η συσπίρωση x του ελατηρίου όσο και το συνολικό βάρος που την προκάλεσε. Τα αποτελέσματα των μετρήσεων απεικονίζονται στο πίνακα τιμών με βάση τις οποίες κατασκευάστηκε η γραφική παράσταση του βάρους $\vec{w}$ ως συνάρτησης της επιμήκυνσης του ελατηρίου.



Πειραματική διάταξη

x (cm)	w (N)
0	0
10	0,5
20	1
30	1,5
40	2

Πίνακας Τιμών



Γραφική Παράσταση

2.2.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η πειραματική τιμή της σταθεράς του ελατηρίου k είναι ίση με:

α) 500N/m , **β)** 50N/m , **γ)** 5N/m

Μονάδες 4

2.2.B Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

2.1

2.1.A Σωστή η απάντηση (β).

2.1.B Ενδεικτική Αιτιολόγηση

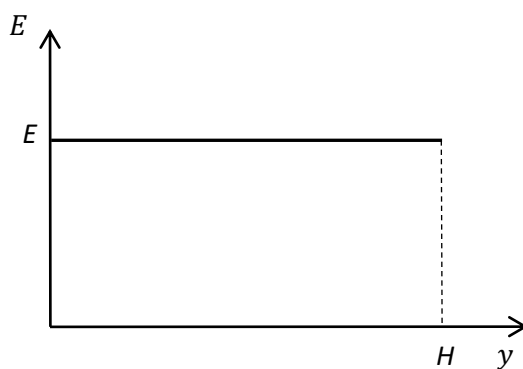
Η μηχανική ενέργεια E της πέτρας παραμένει σταθερή (διατηρείται) σε όλη τη διάρκεια της κίνησης της. Για την E ισχύει:

$$E = K + U = U_{\max} = m \cdot g \cdot H, \text{ για } 0 \leq y \leq H$$

όπου H το μέγιστο ύψος που φτάνει η πέτρα.

Μονάδες 4

Με βάση την παραπάνω συνάρτηση κατασκευάζουμε τη γραφική παράσταση $E = f(y)$:



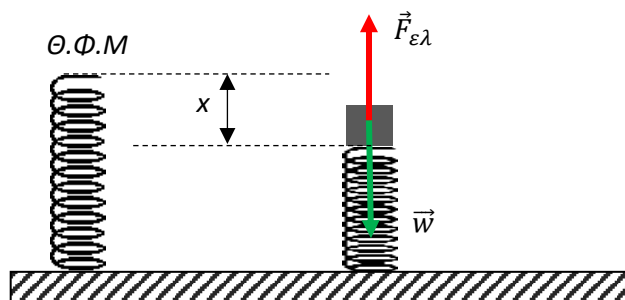
Μονάδες 4

2.2

2.2.A Σωστή η απάντηση (γ).

2.2.B Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Λόγω της ισορροπίας σε κάθε δοκιμή, στον κατακόρυφο άξονα ισχύει ο 1^{ος} νόμος του Newton, οπότε:



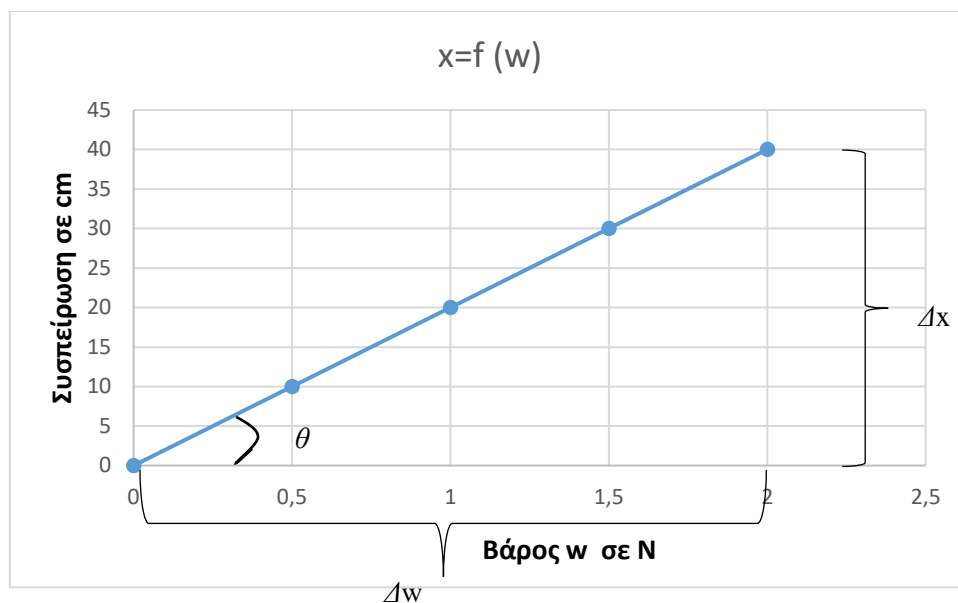
$$\sum \vec{F}_x = 0 \text{ ή } \vec{F}_{\varepsilon\lambda} + \vec{w} = 0$$

Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του βάρους:

$$w - F_{\varepsilon\lambda} = 0 \text{ ή } w = k \cdot x \text{ (1)},$$

όπου x η συσπίρωση του ελατηρίου σε σχέση με τη θέση φυσικού μήκους (ΘΦΜ)

Μονάδες 3



Η κλίση K της καμπύλης στη γραφική παράσταση $x = f(w)$ είναι:

$$K = \varepsilon\varphi\theta = \frac{\Delta x}{\Delta w} = \frac{40}{2} \text{ cm/N} = 0,2 \text{ m/N} = 0,2 \text{ m/N (2)}$$

Μονάδες 3

Από τις (1) και (2) προκύπτει:

$$K = \frac{1}{k} \text{ ή } k = \frac{1}{K} \text{ ή } k = \frac{1}{0,2 \text{ N}} = 5 \text{ N/m}$$

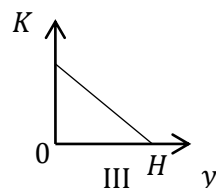
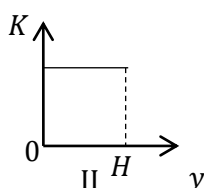
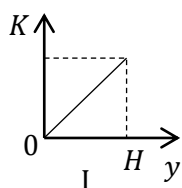
Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 2

2.1 Πέτρα μικρών διαστάσεων αφήνεται να κινηθεί από ύψος H από την επιφάνεια του εδάφους. Δίνεται ότι ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας θεωρείται αυτό του εδάφους και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

2.1.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας K της πέτρας σε συνάρτηση με την απόσταση της y από το έδαφος κατά την κίνησή της, είναι η:



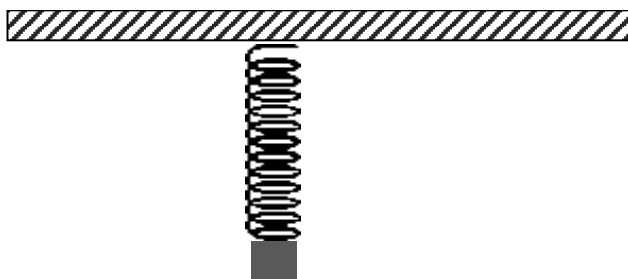
α) I , β) II , γ) III

Μονάδες 4

2.1.B Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

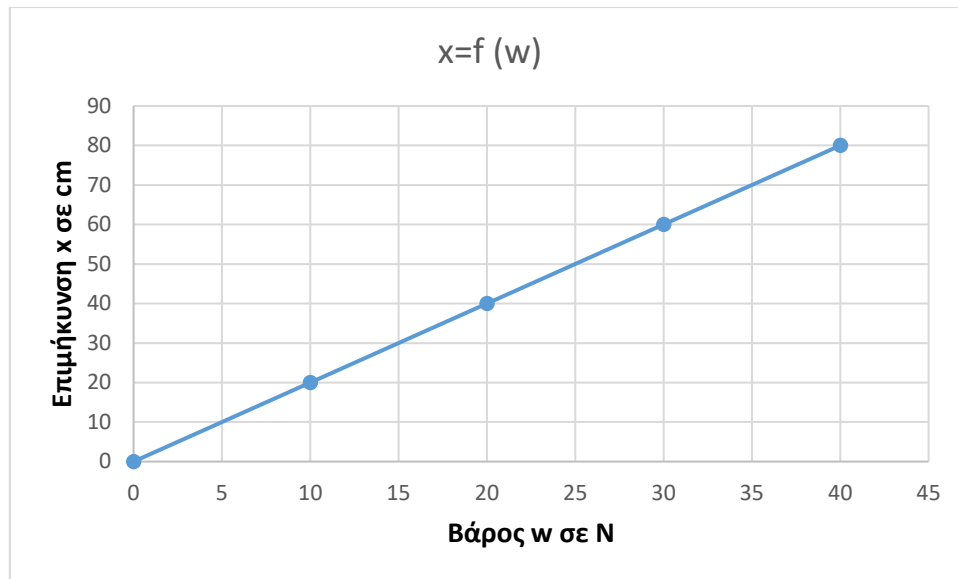
2.2 Για τις ανάγκες μίας εργαστηριακής άσκησης χρησιμοποιείται η πειραματική διάταξη του σχήματος. Στο κάτω άκρο του ελατηρίου προστίθενται διαδοχικά βαρίδια και το σύστημα αφήνεται να ισορροπήσει. Σε κάθε δοκιμή μετريέται τόσο η επιμήκυνση x του ελατηρίου όσο και το συνολικό βάρος που την προκάλεσε. Τα αποτελέσματα των μετρήσεων απεικονίζονται στο πίνακα τιμών με βάση τις οποίες κατασκευάστηκε η γραφική παράσταση του βάρους $\vec{w}$ ως συνάρτησης της επιμήκυνσης του ελατηρίου.



Πειραματική διάταξη

x (cm)	w (N)
0	0
20	10
40	20
60	30
80	40

Πίνακας Τιμών



Γραφική Παράσταση

2.2.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η πειραματική τιμή της σταθεράς του ελατηρίου k είναι ίση με:

α) 500N/m , **β)** 50N/m , **γ)** 5N/m

Μονάδες 4

2.2.B Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

2.1

2.1.A Σωστή η απάντηση (γ).

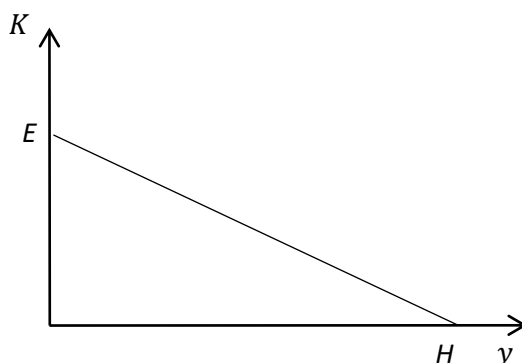
2.1.B Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Κατά την ελεύθερη πτώση της πέτρας ισχύει η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας:

$$E = K + U \text{ ή } K = E - U \text{ ή } K = m \cdot g \cdot H - m \cdot g \cdot y, \text{ για } 0 \leq y \leq H$$

όπου H το ύψος από το οποίο αφήνεται η πέτρα.

Με βάση την παραπάνω συνάρτηση κατασκευάζουμε τη γραφική παράσταση $K = f(y)$:



2.2.

2.2.A Σωστή η απάντηση (β).

2.2.B Ενδεικτική Αιτιολόγηση

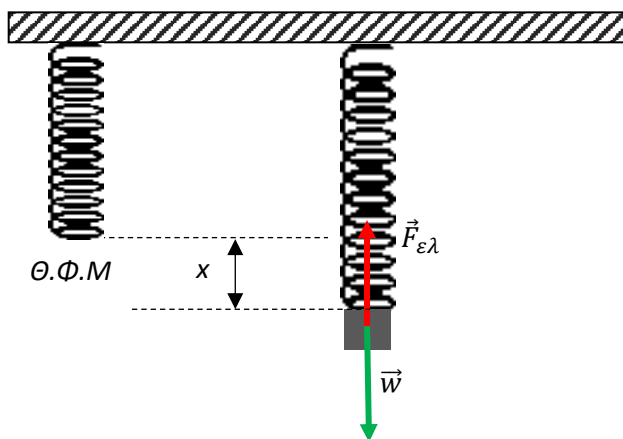
Λόγω της ισορροπίας σε κάθε δοκιμή, στον κατακόρυφο άξονα ισχύει ο 1^{ος} νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_x = 0 \text{ ή } \vec{F}_{ελ} + \vec{w} = 0$$

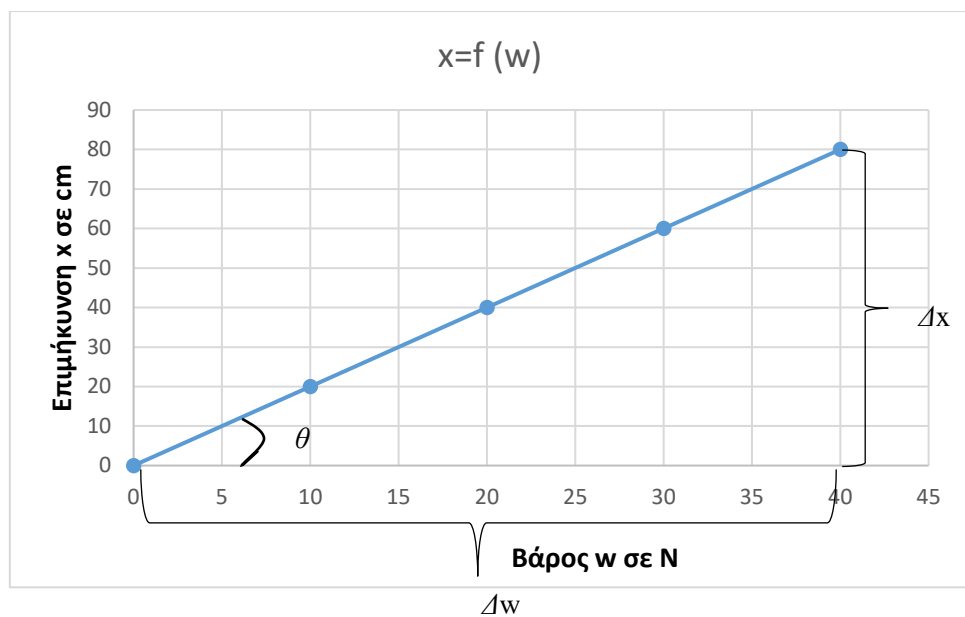
Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του βάρους:

$$w - F_{ελ} = 0 \text{ ή } w = k \cdot x \quad (1),$$

όπου x η επιμήκυνση του ελατηρίου σε σχέση με τη θέση φυσικού μήκους (ΘΦΜ)



Μονάδες 3



Η κλίση K της καμπύλης στη γραφική παράσταση $x = f(w)$ είναι:

$$K = \varepsilon \varphi \theta = \frac{\Delta x}{\Delta w} = \frac{80}{40} \text{ cm/N} = 0,02 \text{ m/N} = 0,02 \text{ m/N (2)}$$

Μονάδες 3

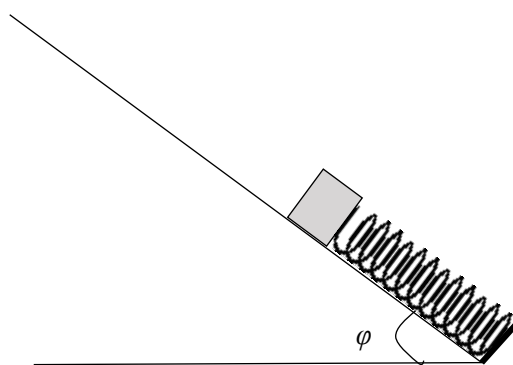
Από τις (1) και (2) προκύπτει:

$$K = \frac{1}{k} \text{ ή } k = \frac{1}{K} \text{ ή } k = \frac{1}{0,02} \frac{\text{m}}{\text{N}} = 50 \text{ N/m}$$

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 2

2.1 Ένας ομογενής κύβος με βάρος $\vec{w}$ ισορροπεί ακίνητος σε λείο κεκλιμένο επίπεδο, που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση, με τη βοήθεια αβαρούς (ιδανικού) ελατηρίου, το ένα άκρο του οποίου δένεται στο κιβώτιο, ενώ το άλλο του άκρο είναι προσδεμένο σε ακλόνητο σημείο. Δίνεται ότι το ελατήριο είναι ελαστικά συσπειρωμένο κατά $\vec{x}$ σε σχέση με τη θέση φυσικού μήκους και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $\vec{g}$.



2.1.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η σταθερά του ελατηρίου k είναι ίση με:

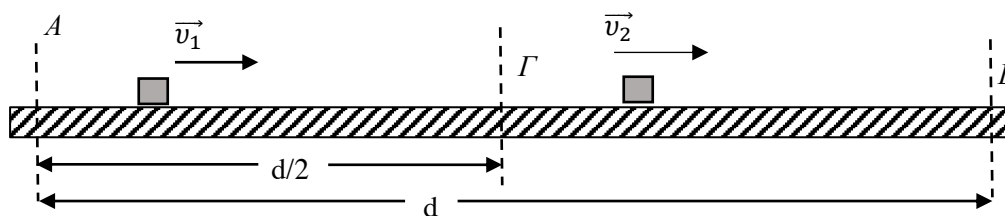
α) $\frac{m \cdot g \cdot \eta \mu \varphi}{x}$, β) $\frac{m \cdot g}{x}$, γ) $\frac{m \cdot g \cdot \sigma \upsilon \nu \varphi}{x}$

Μονάδες 4

2.1.B Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2 Στο αεροδρόμιο «Ελευθέριος Βενιζέλος», οι κυλιόμενοι διάδρομοι που μεταφέρουν τις βαλίτσες, από το αεροπλάνο στο χώρο παραλαβής των αποσκευών, έχουν την δυνατότητα αυτοματοποιημένης επιλογής της ταχύτητας τους. Έστω ότι στο ευθύγραμμο και οριζόντιο τμήμα $(AB) = d$ όπως αυτό του σχήματος παρατηρείτε την κίνηση μιας βαλίτσας. Κάποια χρονική στιγμή, η βαλίτσα διέρχεται από το σημείο Α με ταχύτητα σταθερού μέτρου v_1 , ενώ όταν διέρχεται από το σημείο Γ το μέτρο της ταχύτητάς της αλλάζει ακαριαία (σε ελάχιστο χρόνο μέσω του μηχανισμού αυτόματης επιλογής ταχύτητας) σε $v_2 = 1,5 \cdot v_1$ και διατηρείται σταθερό, έως ότου η βαλίτσα να διέλθει από το σημείο Β.



2.2.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν το σημείο Γ απέχει $d/2$ από το σημείο Α για τη μέση ταχύτητα της βαλίτσας στη διαδρομή του από το Α στο Β ισχύει:

α) $v_\mu = \frac{5}{3} \cdot v_1$, β) $v_\mu = \frac{6}{5} \cdot v_1$, γ) $v_\mu = \frac{5}{6} \cdot v_1$

Μονάδες 4

2.2.B Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

2.1.

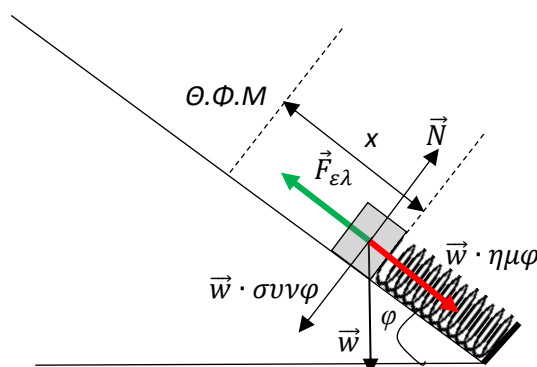
2.1.A Σωστή η απάντηση (α).

2.1.B Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύβο στο κεκλιμένο επίπεδο. Η δύναμη του βάρους έχει αναλυθεί σε συνιστώσες για τα μέτρα των οποίων ισχύει:

$$w_x = w \cdot \eta\mu\varphi$$

$$w_y = w \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$$



Λόγω της ισορροπίας, στον άξονα που έχει

τη διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου ισχύει ο 1^{ος} νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_x = 0 \text{ ή } \vec{F}_{\epsilon\lambda} + \vec{w}_x = 0$$

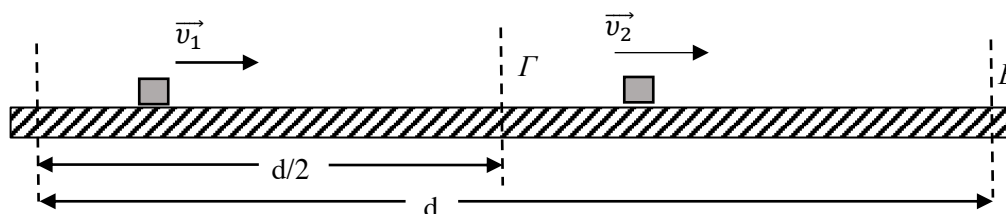
Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της συνιστώσας $\vec{w}_x$:

$$w_x - F_{\epsilon\lambda} = 0 \text{ ή } w_x = k \cdot x \text{ ή } k = \frac{m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi}{x},$$

όπου x η επιμήκυνση του ελατηρίου σε σχέση με τη θέση φυσικού μήκους (ΘΦΜ)

2.2.

2.2.A Σωστή η απάντηση (β).



Ενδεικτική αιτιολόγηση

2.2.B Έστω ότι η βαλίτσα διανύει το διάστημα (AΓ) σε χρονικό διάστημα Δt_1 και το διάστημα (ΓB) σε χρονικό διάστημα Δt_2 . Για τη σχέση των διαστημάτων σύμφωνα με την εκφώνηση ισχύει:

$$(A\Gamma) = (\Gamma B) = \frac{d}{2}$$

Η βαλίτσα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα σταθερού μέτρου v_1 στο (AΓ) και ταχύτητα επίσης σταθερού μέτρου, $v_2 = 1,5 \cdot v_1$ στο (ΓB). Άρα από την εξίσωση κίνησης υπολογίζουμε τα χρονικά διαστήματα κίνησης ως εξής:

$$(A\Gamma) = \frac{d}{2} = v_1 \cdot \Delta t_1 \text{ ή } \Delta t_1 = \frac{d}{2 \cdot v_1} \text{ (1) και } (\Gamma B) = \frac{d}{2} = v_2 \cdot \Delta t_2 \text{ ή } \Delta t_2 = \frac{d}{2 \cdot v_2} \text{ ή } \Delta t_2 = \frac{d}{3 \cdot v_1} \text{ (2)}$$

(Μονάδες 5)

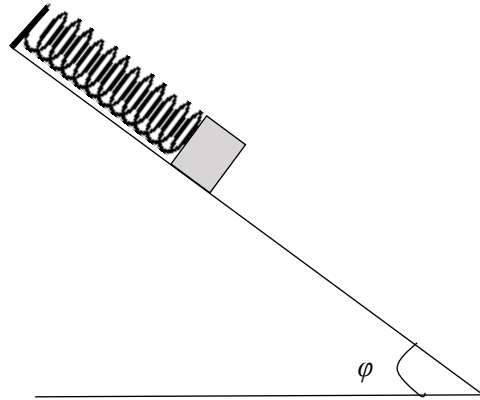
Τέλος, από τον ορισμό της μέσης ταχύτητας υπολογίζουμε:

$$v_{\mu} = \frac{S_{ολ}}{\Delta t_{ολ}} = \frac{(A\Gamma) + (\Gamma B)}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{d}{\frac{d}{2 \cdot v_1} + \frac{d}{3 \cdot v_1}} = \frac{d}{\frac{3 \cdot d}{6 \cdot v_1} + \frac{2 \cdot d}{6 \cdot v_1}} = \frac{d}{\frac{5 \cdot d}{6 \cdot v_1}} = \frac{6 \cdot v_1}{5}$$

(Μονάδες 4)

ΘΕΜΑ 2

2.1 Ένας ομογενής κύβος με βάρος $\vec{w}$ ισορροπεί ακίνητος σε λείο κεκλιμένο επίπεδο, που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση, με τη βοήθεια αβαρούς (ιδανικού) ελατηρίου, το ένα άκρο του οποίου δένεται στον κύβο, ενώ το άλλο του άκρο είναι προσδεμένο σε ακλόνητο σημείο. Δίνεται ότι το ελατήριο είναι ελαστικά παραμορφωμένο κατά x σε σχέση με τη θέση φυσικού μήκους και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $\vec{g}$.



2.1.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η σταθερά του ελατηρίου k είναι ίση με:

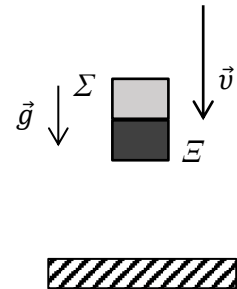
α) $\frac{m \cdot g}{x}$, β) $\frac{m \cdot g \cdot \sin \varphi}{x}$, γ) $\frac{m \cdot g \cdot \eta \mu \varphi}{x}$

Μονάδες 4

2.1.B Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2 Δύο μαθητές της Α Λυκείου πειραματίζονται στην ελεύθερη πτώση. Σε κάποιο από τα πειράματά τους επιλέγουν να αφήσουν να πέσουν ελεύθερα ένα σιδερένιο κομμάτι (Σ) και ένα ξύλινο κομμάτι (Ξ) από το μπαλκόνι του 1^{ου} ορόφου του σχολείου τους. Το (Σ) και το (Ξ) έχουν ίδιο σχήμα (ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο) και όγκο. Ο Νίκος τοποθετεί το σιδερένιο κομμάτι πάνω στο ξύλινο και αφήνει τα σώματα να πέσουν, ενώ η Αγγελική βρίσκεται στο προαύλιο και παρατηρεί ότι μέχρι τα σώματα να φτάσουν στο έδαφος δεν παρατηρείται απομάκρυνση του ενός από το άλλο σε κανένα σημείο της τροχιάς.



2.2.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Θεωρώντας την αντίσταση του αέρα αμελητέα, η δύναμη που ασκεί το (Σ) στο (Ξ) κατά την πτώση είναι:

α) ομόρροπη με την ταχύτητα,

β) μηδέν,

γ) αντίρροπη με την ταχύτητα.

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

2.1

2.1.A Σωστή η απάντηση (γ).

2.1.B Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύβο στο κεκλιμένο επίπεδο. Η δύναμη του βάρους έχει αναλυθεί σε συνιστώσες για τα μέτρα των οποίων ισχύει:

$$w_x = w \cdot \eta\mu\varphi$$

$$w_y = w \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$$

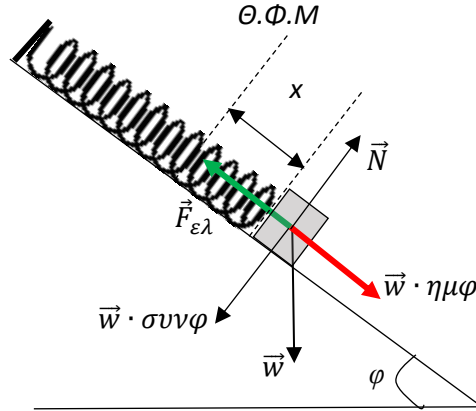
Λόγω της ισορροπίας, στον άξονα που έχει τη διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου ισχύει ο 1^{ος} νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_x = 0 \text{ ή } \vec{F}_{\varepsilon\lambda} + \vec{w}_x = 0$$

Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της συνιστώσας $\vec{w}_x$:

$$w_x - F_{\varepsilon\lambda} = 0 \text{ ή } w_x = k \cdot x \text{ ή } k = \frac{m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi}{x},$$

όπου x η επιμήκυνση του ελατηρίου σε σχέση με τη θέση φυσικού μήκους (ΘΦΜ)



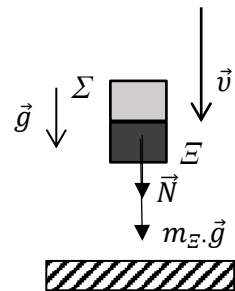
2.2

2.2.A Σωστή η απάντηση (β).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

2.2.B

Έστω $\vec{N}$ η δύναμη που ασκεί το (Σ) στο (Ξ) κατά την πτώση. Η αυθαίρετη φορά της φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τα σώματα που εκτελούν ελεύθερη πτώση πέφτουν με την επιτάχυνση της βαρύτητας ($\vec{a} = \vec{g}$).



Μονάδες 5

Εφαρμόζουμε τον 2^ο νόμο του Newton για το (Ξ), θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας:

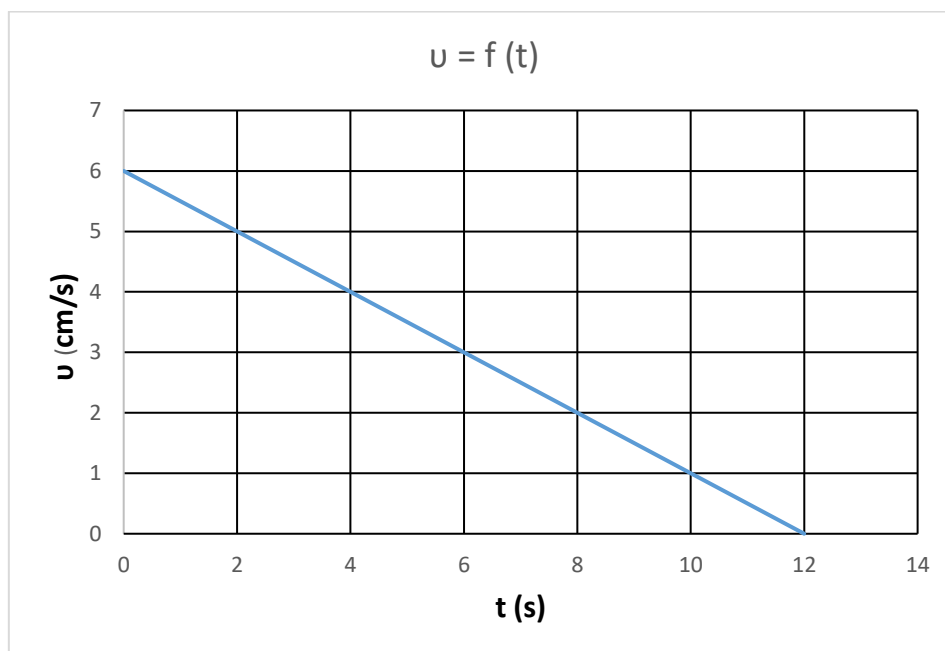
$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \text{ ή } N + m \cdot g = m \cdot g \text{ ή } N = 0$$

Μονάδες 9

Παρατήρηση: Στο ίδιο συμπέρασμα θα οδηγηθεί ένας μαθητής που ενδέχεται αρχικά να θεωρήσει ότι η $\vec{N}$ έχει φορά προς τα επάνω.

ΘΕΜΑ 2

2.1



Η παραπάνω γραφική παράσταση περιγράφει τη μεταβολή της ταχύτητας ενός σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο

2.1.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η μετατόπιση του σώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = 12s$ είναι:

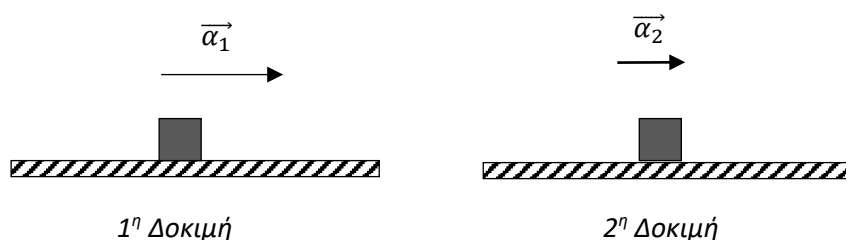
- α) $0,36\ m$, β) $72\ m$, γ) $36\ m$

Μονάδες 4

2.1.B Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2



Μία ομάδα μαθητών της Α Λυκείου πειραματίζεται στο Εργαστήριο Φυσικής του σχολείου τους, πραγματοποιώντας μία εργαστηριακή άσκηση. Οι μαθητές διαθέτουν όργανο μέτρησης επιτάχυνσης (επιταχυνσιόμετρο) και θέλουν να υπολογίσουν κινητική ενέργεια μία

δεδομένη χρονική στιγμή. Για τις ανάγκες της άσκησης χρησιμοποιούν τον ίδιο κύβο, που αρχικά και στις δύο δοκιμές ηρεμεί στον οριζόντιο πάγκο εργασίας. Χρησιμοποιώντας το επιταχυνσιόμετρο, διαπίστωσαν ότι ο κύβος στην 1^η δοκιμή κινείται με σταθερή επιτάχυνση $\vec{a}_1$, ενώ στην 2^η κινείται επίσης με σταθερή επιτάχυνση $\vec{a}_2 = \frac{\vec{a}_1}{2}$.

2.2.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν K_1 και K_2 είναι οι κινητικές ενέργειες του κύβου στην 1^η και 2^η δοκιμή αντίστοιχα, για την ίδια ακριβώς χρονική διάρκεια κίνησης, τότε:

$$\alpha) K_1 = K_2 \quad , \quad \beta) K_1 = 4 \cdot K_2 \quad , \quad \gamma) K_1 = 2 \cdot K_2$$

Μονάδες 4

2.2.B Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

2.1

2.1.A Σωστή η απάντηση (α).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

2.1.B

1^{ος} τρόπος: Με τη βοήθεια του ορισμού της επιτάχυνσης υπολογίζουμε:

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ ή } \alpha = \frac{(0 - 6)}{12} \text{ cm/s}^2 = -0,005 \text{ m/s}^2$$

Όπως φαίνεται από τη γραφική παράσταση το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Οπότε από την εξίσωση της μετατόπισης υπολογίζουμε:

$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 \text{ ή } \Delta x = \left(0,06 \cdot 12 - \frac{1}{2} \cdot 0,005 \cdot 12^2 \right) \text{ m} = 0,36 \text{ m}$$

2^{ος} τρόπος:

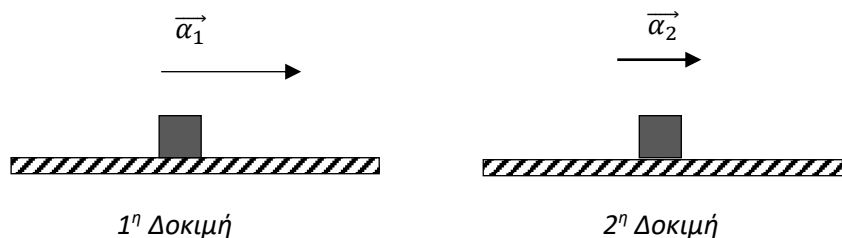
Το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης και του άξονα του χρόνου είναι αριθμητικά ίσο με την μετατόπιση του σώματος. Οπότε:

$$\Delta x = \left(\frac{0,06 \cdot 12}{2} \right) \text{ m} = 0,36 \text{ m}$$

(Μονάδες 8)

2.2

2.2.A Σωστή η απάντηση (β).



2.2.B Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Ο κύβος και στις δύο δοκιμές εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, χωρίς αρχική ταχύτητα. Από την εξίσωση της ταχύτητας έχουμε:

$$v = \alpha \cdot \Delta t \quad (1)$$

Μονάδες 3

Η χρονική διάρκεια κίνησης μέχρι το σημείο που απαιτείται να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια είναι ίδια και στις δύο δοκιμές, οπότε:

$$\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t$$

Με τη βοήθεια της (1), το μέτρο της ταχύτητας του κύβου v_1 μετά από χρόνο Δt στην 1^η δοκιμή και το μέτρο της ταχύτητας του κύβου v_2 μετά από χρόνο επίσης Δt στην 2^η δοκιμή, θα συνδέονται με τη σχέση:

$$v_2 = a_2 \cdot \Delta t = \frac{a_1}{2} \cdot \Delta t = \frac{v_1}{2}$$

Μονάδες 4

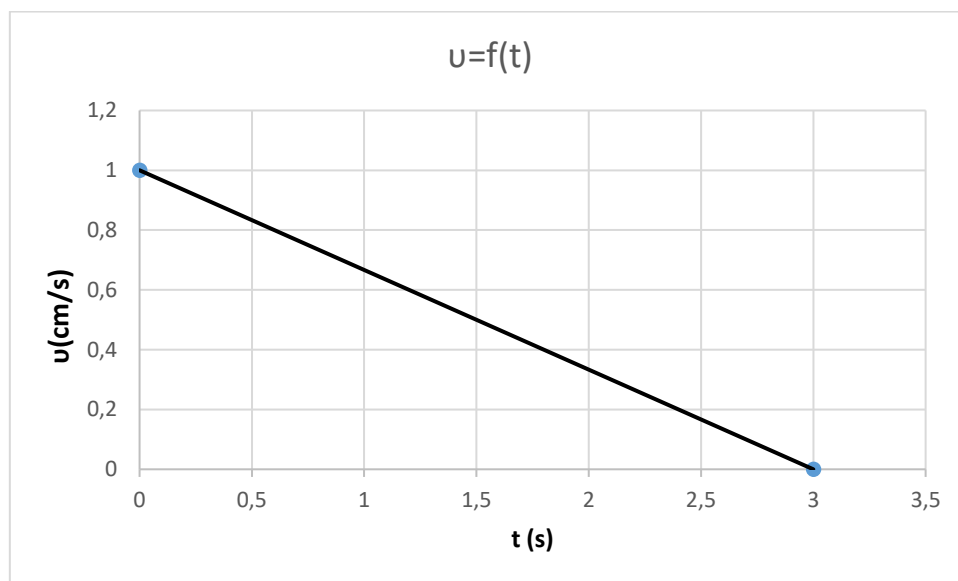
Άρα, για τη σχέση των κινητικών ενεργειών θα ισχύει:

$$K_1 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (2 \cdot v_2)^2 = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 = 4 \cdot K_2$$

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2

2.1



Η παραπάνω γραφική παράσταση περιγράφει τη μεταβολή της ταχύτητας ενός σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

2.1.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η μετατόπιση του σώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = 3\text{ s}$ είναι:

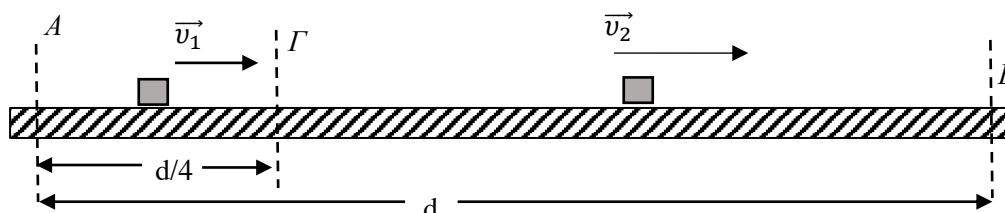
- α) 3 m , β) $1,5\text{ m}$, γ) $0,015\text{ m}$

Μονάδες 4

2.1.B Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2 Στο αεροδρόμιο «Ελευθέριος Βενιζέλος», οι κυλιόμενοι διάδρομοι που μεταφέρουν τις βαλίτσες, από το αεροπλάνο στο χώρο παραλαβής των αποσκευών, έχουν την δυνατότητα αυτοματοποιημένης επιλογής της ταχύτητας τους. Έστω ότι στο ευθύγραμμο και οριζόντιο τμήμα $(AB) = d$ όπως αυτό του σχήματος παρατηρείτε την κίνηση μιας βαλίτσας. Κάποια χρονική στιγμή, η βαλίτσα διέρχεται από το σημείο Α με ταχύτητα σταθερού μέτρου v_1 , ενώ όταν διέρχεται από το σημείο Γ το μέτρο της ταχύτητάς της αλλάζει ακαριαία (σε ελάχιστο χρόνο μέσω του μηχανισμού αυτόματης επιλογής ταχύτητας) σε $v_2 = 2 \cdot v_1$ και διατηρείται σταθερό, έως ότου η βαλίτσα να διέλθει από το σημείο Β.



2.2.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν το σημείο Γ απέχει $d/4$ από το σημείο Α για τη μέση ταχύτητα της βαλίστας στη διαδρομή του από το Α στο Β ισχύει:

$$\alpha) v_{\mu} = \frac{5}{4} \cdot v_1 \quad , \quad \beta) v_{\mu} = \frac{5}{8} \cdot v_1 \quad , \quad \gamma) v_{\mu} = \frac{8}{5} \cdot v_1$$

Μονάδες 4

2.2.B Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

2.1

2.1.A Σωστή η απάντηση (α).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

2.1.B

1^{ος} τρόπος: Με τη βοήθεια του ορισμού της επιτάχυνσης υπολογίζουμε:

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ ή } \alpha = \frac{(0 - 1)}{3} \text{ cm/s}^2$$

Όπως φαίνεται από τη γραφική παράσταση το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Οπότε από την εξίσωση της μετατόπισης υπολογίζουμε:

$$\Delta x = v_o \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 \text{ ή } \Delta x = \left(0,01 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} 0,01 \cdot 3^2 \right) \text{ m} = 0,015 \text{ m}$$

2^{ος} τρόπος:

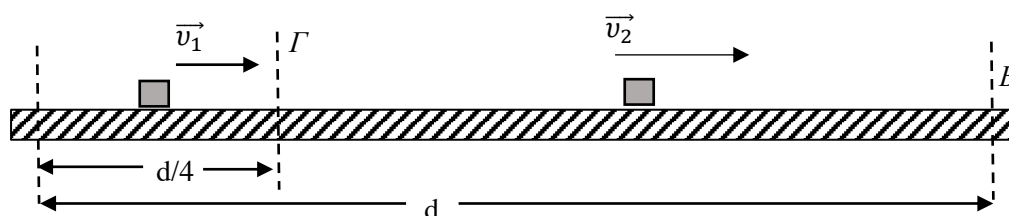
Το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης και του άξονα του χρόνου είναι αριθμητικά ίσο με την μετατόπιση του σώματος. Οπότε:

$$\Delta x = \left(\frac{0,01 \cdot 3}{2} \right) \text{ m} = 0,015 \text{ m}$$

(Μονάδες 8)

2.2

2.2.A Σωστή η απάντηση (γ).



Ενδεικτική αιτιολόγηση

2.2.B Έστω ότι η βαλίτσα διανύει το διάστημα (ΑΓ) σε χρονικό διάστημα Δt_1 και το διάστημα (ΓΒ) σε χρονικό διάστημα Δt_2 . Για τη σχέση των διαστημάτων σύμφωνα με την εκφώνηση ισχύει:

$$(ΑΓ) = \frac{d}{4} \text{ και } (ΓΒ) = \frac{3 \cdot d}{4}$$

Η βαλίτσα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα σταθερού μέτρου v_1 στο (ΑΓ) και ταχύτητα επίσης σταθερού μέτρου, $v_2 = 2 \cdot v_1$ στο (ΓΒ). Άρα από την εξίσωση κίνησης υπολογίζουμε τα χρονικά διαστήματα κίνησης ως εξής:

$$(ΑΓ) = \frac{d}{4} = v_1 \cdot \Delta t_1 \text{ ή } \Delta t_1 = \frac{d}{4 \cdot v_1} \quad (1) \text{ και } (ΓΒ) = \frac{3 \cdot d}{4} = v_2 \cdot \Delta t_2 \text{ ή } \Delta t_2 = \frac{3 \cdot d}{4 \cdot v_2} \text{ ή } \Delta t_2 = \frac{3 \cdot d}{8 \cdot v_1} \quad (2)$$

(Μονάδες 5)

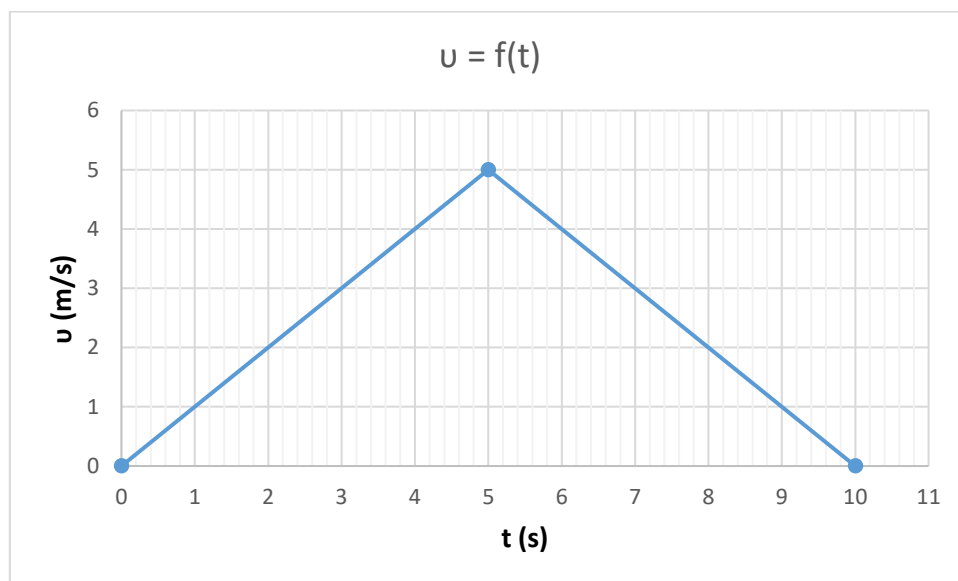
Τέλος από τον ορισμό της μέσης ταχύτητας υπολογίζουμε:

$$v_{\mu} = \frac{S_{ολ}}{\Delta t_{ολ}} = \frac{(A\Gamma) + (\Gamma B)}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{d}{\frac{d}{4 \cdot v_1} + \frac{3 \cdot d}{8 \cdot v_1}} = \frac{d}{\frac{2 \cdot d}{8 \cdot v_1} + \frac{3 \cdot d}{8 \cdot v_1}} = \frac{d}{\frac{5 \cdot d}{8 \cdot v_1}} = \frac{8 \cdot v_1}{5}$$

(Μονάδες 4)

ΘΕΜΑ 2

2.1



Η παραπάνω γραφική παράσταση περιγράφει τη μεταβολή της τιμής της ταχύτητας ενός σώματος που κινείται ευθύγραμμα σε συνάρτηση με το χρόνο.

2.1.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η τιμή της μετατόπισης του σώματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = 10\text{s}$ είναι:

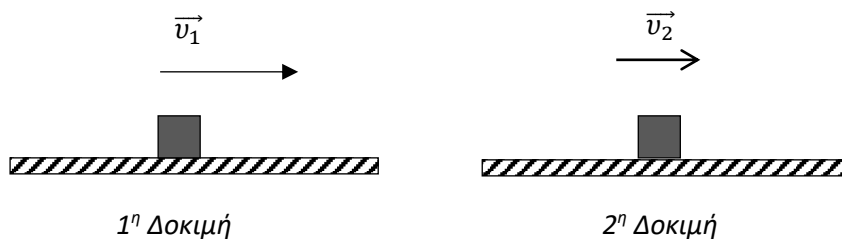
- α) 50 m , β) $12,5 \text{ m}$, γ) 25 m

Μονάδες 4

2.1.B Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2



Μία ομάδα μαθητών της Α Λυκείου πειραματίζεται στο Εργαστήριο Φυσικής του σχολείου τους, πραγματοποιώντας μία εργαστηριακή άσκηση με θέμα την τριβή ολίσθησης. Για τις ανάγκες της άσκησης χρησιμοποιούν ομογενές σώμα κυβικού σχήματος, το οποίο θέτουν επαναληπτικά σε κίνηση πάνω σε οριζόντιο πάγκο εργασίας, ασκώντας κάθε φορά κατάλληλη οριζόντια δύναμη, ώστε το σώμα να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Δύο από

τις δοκιμές τους φαίνονται στο σχήμα. Στην πρώτη ο κύβος κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου u_1 και στη δεύτερη με σταθερή ταχύτητα μέτρου u_2 .

2.2.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν T_1 και T_2 είναι τα μέτρα των δυνάμεων της τριβής ολίσθησης που ασκούνται στον κύβο στην 1^η και 2^η δοκιμή αντίστοιχα και για τις ταχύτητες που κινείται ο κύβος ισχύει η σχέση $\vec{v}_1 > \vec{v}_2$ τότε :

$$\alpha) T_1 = T_2 \quad , \quad \beta) T_1 > T_2 \quad , \quad \gamma) T_1 < T_2$$

Μονάδες 4

2.2.B Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

2.1

2.1.A Σωστή η απάντηση (γ).

2.1.B Ενδεικτική αιτιολόγηση

1^{ος} τρόπος:

Για $0 \leq t \leq 5s$ το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με τιμή επιτάχυνσης:

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ ή } \alpha = \frac{5 - 0}{5 - 0} m/s^2 = +1 m/s^2$$

Οπότε από την εξίσωση της μετατόπισης υπολογίζουμε:

$$\Delta x = v_o \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 \text{ ή } \Delta x = \left(0 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5^2 \right) m = 12,5 m$$

Για $5s \leq t \leq 10s$ το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με τιμή επιτάχυνσης:

$$\alpha' = \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ ή } \alpha' = \frac{0 - 5}{10 - 5} m/s^2 = -1 m/s^2$$

Οπότε από την εξίσωση της μετατόπισης υπολογίζουμε:

$$\Delta x' = v_o \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha' \cdot t^2 \text{ ή } \Delta x' = \left(5 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5^2 \right) m = 12,5 m$$

Άρα για $0 \leq t \leq 10s$ η συνολική μετατόπιση θα είναι $25 m$.

2^{ος} τρόπος: Το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης και του άξονα του χρόνου είναι αριθμητικά ίσο με τη μετατόπιση του σώματος. Οπότε:

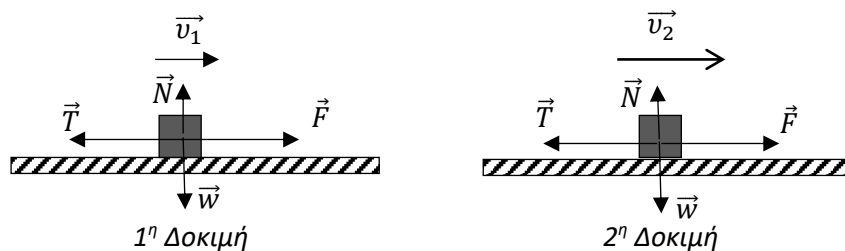
$$\Delta x = \left(\frac{5 \cdot 10}{2} \right) m = 25 m$$

(Μονάδες 8)

2.2

2.2.A Σωστή η απάντηση (α).

2.2.B Ενδεικτική αιτιολόγηση



Εφόσον για τις ανάγκες της άσκησης χρησιμοποιείται ο ίδιος κύβος, ο οποίος είναι ομογενής και η κίνηση του γίνεται πάντα στον ίδιο οριζόντιο πάγκο εργασίας, ο συντελεστής τριβής ολίσθησης δεν αλλάζει καθώς εξαρτάται από τη φύση των επιφανειών που τρίβονται.

Μονάδες 3

Στον κατακόρυφο άξονα, ισχύει ο 1^{ος} νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N} + \vec{w} = 0 \text{ ή } N = w$$

Από το νόμο της τριβής,

$$T_1 = T_2 = \mu \cdot N \text{ (1)}$$

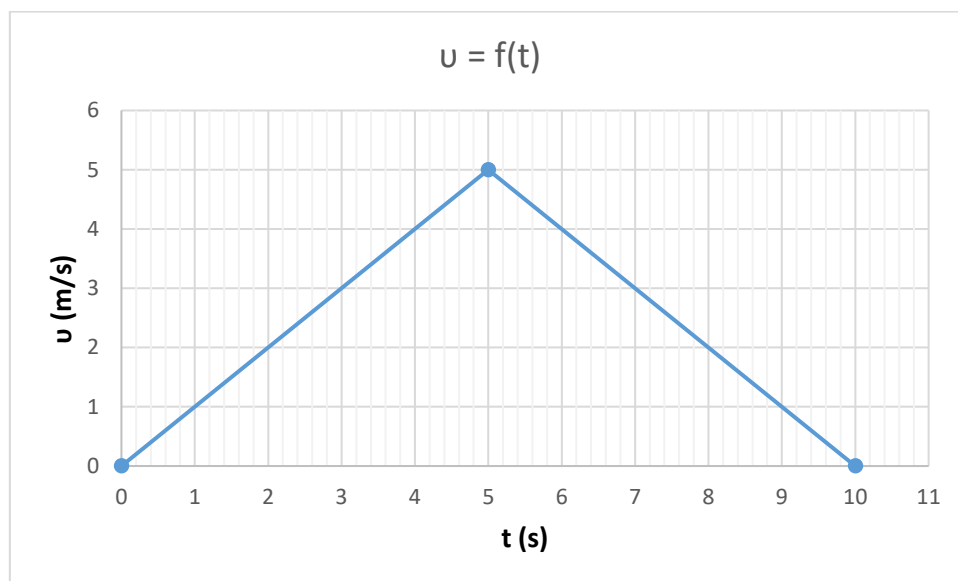
Μονάδες 4

Παρατηρούμε ότι το μέτρο της τριβής ολίσθησης δεν αλλάζει, καθώς ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μ και η κάθετη δύναμη επαφής $\vec{N}$ δεν αλλάζουν. Επίσης, όπως φαίνεται από την (1), η τριβή ολίσθησης δεν εξαρτάται από την ταχύτητα του σώματος.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2

2.1



Η παραπάνω γραφική παράσταση περιγράφει τη μεταβολή της τιμής της ταχύτητας ενός σώματος που κινείται ευθύγραμμα σε συνάρτηση με το χρόνο.

2.1.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η τιμή της επιτάχυνσης του σώματος από τη χρονική στιγμή $t_1 = 5\text{s}$ έως τη χρονική στιγμή $t_2 = 10\text{s}$ είναι:

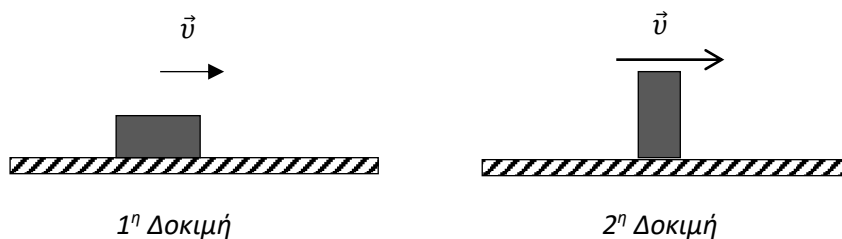
α) $+1\text{ m/s}^2$, β) 0 , γ) -1 m/s^2

Μονάδες 4

2.1.B Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2



Μία ομάδα μαθητών της Α Λυκείου πειραματίζεται στο Εργαστήριο Φυσικής του σχολείου τους, πραγματοποιώντας μία εργαστηριακή άσκηση με θέμα την τριβή ολίσθησης. Για τις ανάγκες της άσκησης χρησιμοποιούν ομογενές σώμα, σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, το οποίο θέτουν επαναληπτικά σε κίνηση πάνω σε οριζόντιο πάγκο εργασίας, ασκώντας κάθε φορά κατάλληλη οριζόντια δύναμη, ώστε το σώμα να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Δύο από τις δοκιμές τους φαίνονται στο σχήμα. Στην 1^η δοκιμή

επιλέγεται από τους μαθητές, η μεγαλύτερη επιφάνεια εμβαδού A_1 του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου ως επιφάνεια επαφής με τον εργαστηριακό πάγκο, ενώ στην 2^η επιλέγεται η μικρότερη επιφάνεια εμβαδού $A_1 = 2 \cdot A_2$ του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου ως επιφάνεια επαφής.

2.2.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν T_1 και T_2 είναι τα μέτρα των δυνάμεων της τριβής ολίσθησης που ασκούνται στον κύβο από τον πάγκο εργασίας στην 1^η και 2^η δοκιμή αντίστοιχα τότε:

$$\alpha) T_1 = T_2 \quad , \quad \beta) T_1 = 2 \cdot T_2 \quad , \quad \gamma) T_1 = \frac{1}{2} \cdot T_2$$

Μονάδες 4

2.2.B Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

2.1

2.1.A Σωστή η απάντηση (γ).

2.1.B Ενδεικτική αιτιολόγηση

Εφαρμόζοντας τον ορισμό της επιτάχυνσης από τη χρονική στιγμή $t_1 = 5s$ έως τη χρονική στιγμή $t_2 = 10s$ είναι και λαμβάνοντας της αντίστοιχες τιμές ταχύτητας από το διάγραμμα έχουμε:

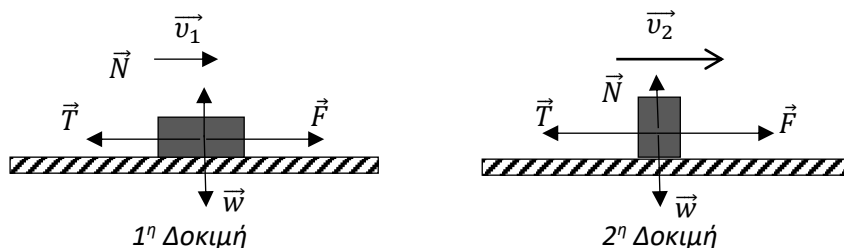
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 5}{10 - 5} m/s^2 = -1 m/s^2$$

(Μονάδες 8)

2.2

2.2.A Σωστή η απάντηση (α).

2.2.B Ενδεικτική αιτιολόγηση



Εφόσον, για τις ανάγκες της άσκησης, χρησιμοποιείται ο ίδιος ομογενής κύβος και η κίνηση του γίνεται πάντα στον ίδιο οριζόντιο πάγκο εργασίας, ο συντελεστής τριβής ολίσθησης δεν αλλάζει, καθώς εξαρτάται από τη φύση των επιφανειών που τρίβονται.

Μονάδες 3

Στον κατακόρυφο άξονα, ισχύει ο 1^{ος} νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N} + \vec{w} = 0 \text{ ή } N = w$$

Από το νόμο της τριβής,

$$T_1 = T_2 = \mu \cdot N \quad (1)$$

Μονάδες 4

Παρατηρούμε ότι το μέτρο της τριβής ολίσθησης δεν αλλάζει καθώς ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μ και η κάθετη δύναμη επαφής $\vec{N}$ δεν αλλάζουν. Επίσης, όπως φαίνεται από την (1), η τριβή ολίσθησης δεν εξαρτάται από τα εμβαδά των επιφανειών που τρίβονται.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2

2.1 Από την ταράτσα μιας πολυκατοικίας αφήνεται να πέσει μία ξύλινη σφαίρα μάζας m . Ταυτόχρονα, αφήνεται να πέσει από το μπαλκόνι του δευτέρου ορόφου της ίδιας πολυκατοικίας μία σιδερένια σφαίρα διπλάσιας μάζας $2 \cdot m$. Γνωρίζετε ότι το ύψος πτώσης της ξύλινης σφαίρας είναι τετραπλάσιο σε σχέση με αυτό της σιδερένιας. Η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα και συνεπώς οι δύο σφαίρες εκτελούν ελεύθερη πτώση.

2.1.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν t_x είναι ο χρόνος πτώσης της ξύλινης σφαίρας και t_σ είναι ο χρόνος πτώσης της σιδερένιας, θα ισχύει:

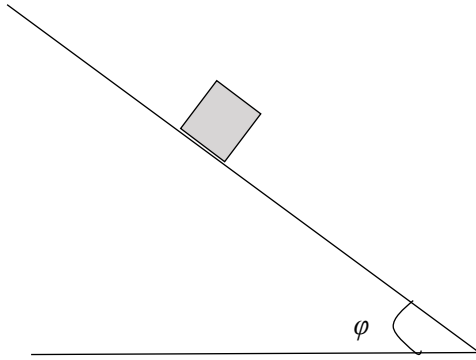
$$\alpha) t_x = 2 \cdot t_\sigma \quad , \quad \beta) t_x = t_\sigma \quad , \quad \gamma) t_x = \sqrt{2} \cdot t_\sigma$$

Μονάδες 4

2.1.B Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2



Ένα κιβώτιο με βάρος $\vec{w}$ ισορροπεί ακίνητο σε κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση.

2.2.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Για την δύναμη της στατικής τριβής $\vec{T}_{\sigma\tau}$ που ασκείται από το κεκλιμένο επίπεδο στο κιβώτιο ισχύει:

α) Έχει διεύθυνση ίδια με του κεκλιμένου επιπέδου, φορά προς τη βάση του και μέτρο $T_{\sigma\tau} = m \cdot g \cdot \sin\varphi$,

β) Έχει διεύθυνση ίδια με του κεκλιμένου επιπέδου, φορά προς την κορυφή του και μέτρο $T_{\sigma\tau} = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi$,

γ) Έχει διεύθυνση ίδια με του κεκλιμένου επιπέδου, φορά προς την κορυφή του και μέτρο $T_{\sigma\tau} = m \cdot g \cdot \sin\varphi$.

Μονάδες 4

2.2.B Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

2.1

2.1.A Σωστή η απάντηση (α).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

2.1.B Για σώμα που εκτελεί ελεύθερη πτώση από ύψος h , ο χρόνος πτώσης υπολογίζεται από την εξίσωση κίνησης:

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad \text{ή} \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \quad (1)$$

Μονάδες 4

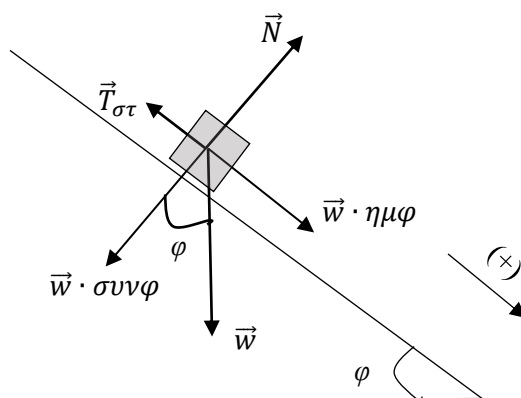
Γνωρίζοντας ότι το ύψος πτώσης της ξύλινης σφαίρας είναι τετραπλάσιο σε σχέση με αυτό της σιδερένιας σφαίρας: $h_\xi = 4 \cdot h_\sigma$, εφαρμόζοντας την (1) προκύπτει:

$$t_\xi = \sqrt{\frac{2 \cdot h_\xi}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \cdot h_\sigma}{g}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h_\sigma}{g}} = 2 \cdot t_\sigma$$

Μονάδες 4

2.2

2.2.A Σωστή η απάντηση (β).



2.2.B Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Στο σχήμα φαίνονται όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο που ισορροπεί στο κεκλιμένο επίπεδο. Η δύναμη του βάρους $\vec{w}$ έχει αναλυθεί σε συνιστώσες σε άξονες παράλληλο (έστω $x'x$) και κάθετο (έστω $y'y$) στο κεκλιμένο επίπεδο.

Μονάδες 3

Η συνιστώσα του βάρους στον άξονα $x'x$ έχει μέτρο:

$$w_x = m \cdot g \cdot \eta \mu \varphi$$

Μονάδες 2

Στον άξονα $x'x$ ισχύει ο 1^{ος} νόμος του Newton, οπότε:

$$\Sigma \vec{F}_x = 0 \text{ ή } \vec{T}_{\sigma\tau} + \vec{w}_x = 0$$

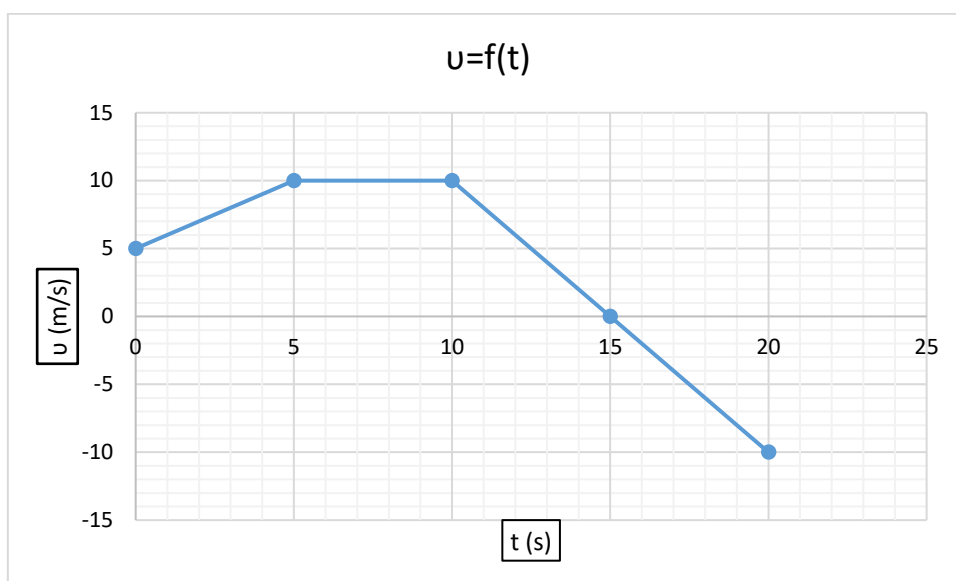
ή, λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του σχήματος:

$$w_x - T_{\sigma\tau} = 0 \text{ ή } T_{\sigma\tau} = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi$$

Μονάδες 4

Άρα η δύναμη της στατικής τριβής $\vec{T}_{\sigma\tau}$ που ασκείται από το κεκλιμένο επίπεδο στο κιβώτιο έχει διεύθυνση ίδια με του κεκλιμένου επιπέδου, φορά προς την κορυφή του και μέτρο $T_{\sigma\tau} = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi$.

ΘΕΜΑ 4



Σώμα μικρών διαστάσεων μάζας 1 kg κινείται ευθύγραμμα κατά μήκος του προσανατολισμένου άξονα Ox και η τιμή της ταχύτητάς του μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο παραπάνω διάγραμμα. Θεωρήστε ότι τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση $x_0 = 0$.

4.1 Να προσδιορίσετε τη μετατόπιση του σώματος τη χρονική στιγμή $t = 10\text{ s}$.

Μονάδες 6

4.2 Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του σώματος από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = 20\text{ s}$.

Μονάδες 6

4.3 Να κατασκευάσετε την γραφική παράσταση της τιμής της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = 20\text{ s}$ σε βαθμολογημένο σύστημα αξόνων.

Μονάδες 7

4.4 Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης δύναμης $\Sigma \vec{F}$, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = 20\text{ s}$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Ενδεικτική Λύση

4.1 Το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης $v = f(t)$ και του άξονα των χρόνων είναι αριθμητικά ίσο με τη μετατόπιση στο αντίστοιχο χρονικό διάστημα. Συγκεκριμένα:

$$\text{Για } 0 \leq t \leq 5s, \Delta x_1 = \frac{\frac{(5+10)m}{s} \cdot 5s}{2} = 37,5 \text{ m}$$

$$\text{Και για } 5s < t \leq 10s, \Delta x_2 = 10m/s \cdot (10 - 5)s = 50 \text{ m}$$

Άρα η μετατόπιση του σώματος από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = 10s$ θα είναι:

$$\Delta x_{0 \rightarrow 10s} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 87,5 \text{ m}$$

Μονάδες 6

4.2 Όπως στο ερώτημα 4.1, υπολογίζονται οι μετατοπίσεις για τα χρονικά διαστήματα $10s \rightarrow 15s$ και $15s \rightarrow 20s$ αντλώντας πληροφορίες από το διάγραμμα:

$$\text{Για } 10s < t \leq 15s, \Delta x_3 = \frac{10m/s \cdot (15 - 10)s}{2} = 25 \text{ m}$$

$$\text{Και για } 15s < t \leq 20s, \Delta x_4 = \frac{-\frac{10m}{s} \cdot (20 - 15)s}{2} = -25 \text{ m}$$

Το συνολικό διάστημα που διανύει το σώμα στο χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 20 \text{ s}$ θα είναι:

$$S_{ολ} = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| + |\Delta x_4| = (37,5 + 50 + 25 + 25)m = 137,5m$$

Η μέση ταχύτητα του σώματος:

$$v_{\mu} = \frac{S_{ολ}}{t_{ολ}} = \frac{137,5m}{20s} = 6,875m/s$$

Μονάδες 6

4.3 Αντλώντας πληροφορίες από το διάγραμμα υπολογίζουμε την τιμή της επιτάχυνσης για κάθε ένα από τα επιμέρους χρονικά διαστήματα:

$$\alpha) \text{ Για } 0 \leq t \leq 5s, \alpha_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10-5}{5-0} m/s^2 = 1m/s^2$$

Η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με αρχική ταχύτητα.

$$\beta) \text{ Για } 5s < t \leq 10s, \alpha_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10-10}{10-5} m/s^2 = 0 m/s^2$$

Η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλή με σταθερή ταχύτητα μέτρου $10m/s$.

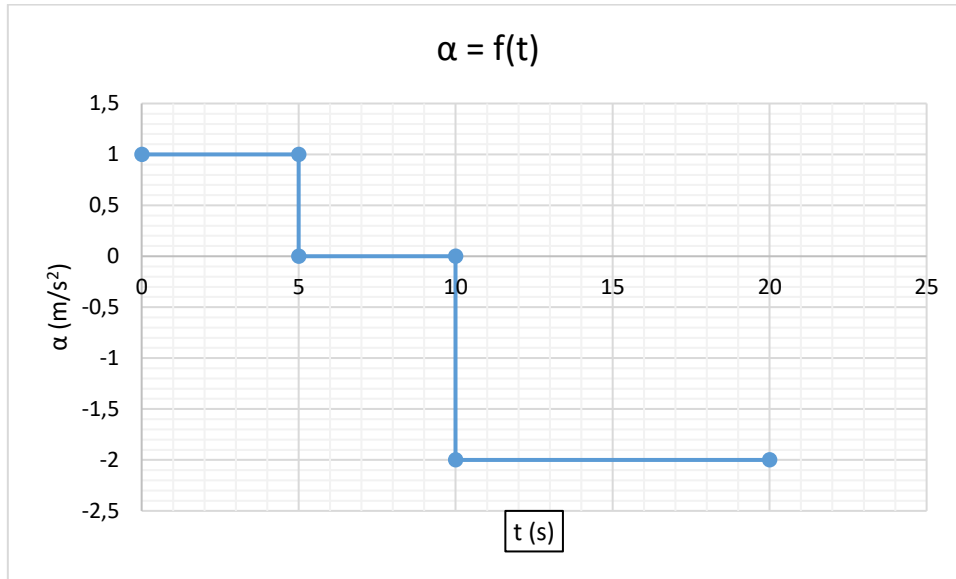
$$\gamma) \text{ Για } 10s < t \leq 15s, \alpha_3 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-10}{15-10} \frac{m}{s^2} = -2 m/s^2$$

Η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη και τη χρονική στιγμή $t = 15s$ η ταχύτητα μηδενίζεται.

$$\delta) \text{ Για } 15s < t \leq 20s, \alpha_4 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-10-0}{20-15} \frac{m}{s^2} = -2 \text{ m/s}^2$$

Παρατηρούμε ότι η τιμή της επιτάχυνσης δεν αλλάζει σε σχέση με την περίπτωση γ). Όμως αλλάζει το είδος της κίνησης αφού αλλάζει η φορά κίνησης (αρνητική ταχύτητα). Μετά την $t = 15s$ η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

Αξιοποιώντας τους παραπάνω υπολογισμούς κατασκευάζουμε την γραφική παράσταση της τιμής της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = 20 \text{ s}$:



Μονάδες 7

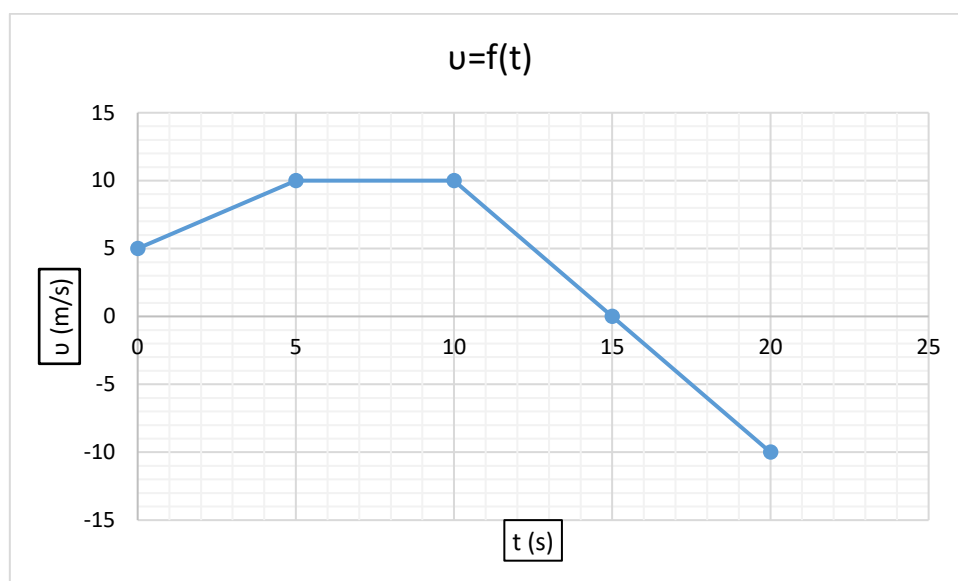
4.4 Το έργο της συνισταμένης δύναμης $\Sigma \vec{F}$, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = 20 \text{ s}$ υπολογίζεται από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας:

$$W_{\Sigma F} = K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\tau\epsilon\lambda}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\alpha\rho\chi}^2 =$$

$$\left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (-10)^2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (+5)^2 \right) J = 37,5 J$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4



Σώμα μικρών διαστάσεων μάζας 1 kg κινείται ευθύγραμμα κατά μήκος του προσανατολισμένου άξονα Ox και η τιμή της ταχύτητάς του μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο παραπάνω διάγραμμα. Θεωρήστε ότι τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση $x_0 = 0$.

4.1 Να προσδιορίσετε τη μετατόπιση του σώματος τη χρονική στιγμή $t = 5\text{ s}$.

Μονάδες 6

4.2 Να υπολογίσετε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = 20\text{ s}$.

Μονάδες 6

4.3 Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του σώματος από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = 20\text{ s}$.

Μονάδες 6

4.4 Να χαρακτηρίσετε το είδος της κίνησης και να υπολογίσετε την τιμή της συνισταμένης δύναμης $\sum \vec{F}$ που ασκείται στο σώμα, στα επιμέρους χρονικά διαστήματα: $0 \rightarrow 5\text{ s}$, $5\text{ s} \rightarrow 10\text{ s}$, $10\text{ s} \rightarrow 15\text{ s}$ και $15\text{ s} \rightarrow 20\text{ s}$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Ενδεικτική Λύση

4.1 Το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης $v = f(t)$ και του άξονα των χρόνων είναι αριθμητικά ίσο με τη μετατόπιση στο αντίστοιχο χρονικό διάστημα. Συγκεκριμένα:

$$\text{Για } 0 \leq t \leq 5s, \Delta x_1 = \frac{\frac{(5+10)m}{s} \cdot 5s}{2} = 37,5 \text{ m}$$

Άρα η μετατόπιση του σώματος από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = 5s$ θα είναι:

$$\Delta x_{0 \rightarrow 5s} = \Delta x_1 = 37,5 \text{ m}$$

Μονάδες 6

4.2 Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = 20 \text{ s}$ υπολογίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned} W_{\Sigma F} &= K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{τελ}}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{αρχ}}^2 = \\ &= \left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (-10)^2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (+5)^2 \right) J = 37,5 J \end{aligned}$$

Μονάδες 6

4.3 Όπως στο ερώτημα 4.1, υπολογίζονται οι μετατοπίσεις για τα χρονικά διαστήματα $5s \rightarrow 10s$, $10s \rightarrow 15s$ και $15s \rightarrow 20s$ αντλώντας πληροφορίες από το διάγραμμα. Συγκεκριμένα:

$$\text{Για } 5s < t \leq 10s, \Delta x_2 = 10m/s \cdot (10 - 5)s = 50 \text{ m}$$

$$\text{Για } 10s < t \leq 15s, \Delta x_3 = \frac{10m/s \cdot (15 - 10)s}{2} = 25 \text{ m}$$

$$\text{Και για } 15s < t \leq 20s, \Delta x_4 = \frac{-\frac{10m}{s} \cdot (20 - 15)s}{2} = -25 \text{ m}$$

Το συνολικό διάστημα που διανύει το σώμα στο χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 20 \text{ s}$ θα είναι:

$$S_{o\lambda} = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| + |\Delta x_4| = (37,5 + 50 + 25 + 25)m = 137,5m$$

Η μέση ταχύτητα του σώματος:

$$v_{\mu} = \frac{S_{o\lambda}}{t_{o\lambda}} = \frac{137,5m}{20s} = 6,875m/s$$

Μονάδες 6

4.4 Αντλώντας πληροφορίες από το διάγραμμα υπολογίζουμε την τιμή της επιτάχυνσης και την τιμή της συνισταμένης δύναμης για κάθε ένα από τα επιμέρους χρονικά διαστήματα:

$$\alpha) \text{ Για } 0 \leq t \leq 5s, \alpha_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10-5}{5-0} \text{ m/s}^2 = 1 \text{ m/s}^2$$

Με εφαρμογή του 2^{ου} νόμου του Newton:

$$\sum F = m \cdot \alpha_1 = +1N$$

Η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με αρχική ταχύτητα.

$$\beta) \text{ Για } 5s < t \leq 10s, \alpha_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10-10}{10-5} \text{ m/s}^2 = 0 \text{ m/s}^2$$

Με εφαρμογή του 2^{ου} νόμου του Newton:

$$\sum F = m \cdot \alpha_2 = 0$$

Η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλή με σταθερή ταχύτητα μέτρου 10 m/s .

$$\gamma) \text{ Για } 10s < t \leq 15s, \alpha_3 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-10}{15-10} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = -2 \text{ m/s}^2$$

Με εφαρμογή του 2^{ου} νόμου του Newton:

$$\sum F = m \cdot \alpha_3 = -2N$$

Η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη και τη χρονική στιγμή $t = 15s$ η ταχύτητα μηδενίζεται.

$$\delta) \text{ Για } 15s < t \leq 20s, \alpha_4 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-10-0}{20-15} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = -2 \text{ m/s}^2$$

Με εφαρμογή του 2^{ου} νόμου του Newton:

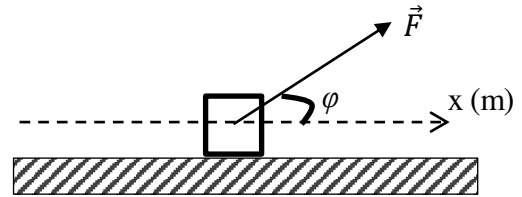
$$\sum F = m \cdot \alpha_4 = -2N$$

Παρατηρούμε ότι η τιμή της επιτάχυνσης και της συνισταμένης δύναμης δεν αλλάζει σε σχέση με την περίπτωση γ). Όμως αλλάζει το είδος της κίνησης αφού αλλάζει η φορά κίνησης (αρνητική ταχύτητα). Μετά την $t = 15s$ η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Ένας κύβος μάζας 1 kg ισορροπεί ακίνητος πάνω σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,5$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ασκείται στον κύβο, όπως φαίνεται στο σχήμα, σταθερή δύναμη $\vec{F}$ μέτρου 10 N και κατεύθυνσης που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση με αποτέλεσμα ο κύβος να ξεκινά αμέσως την ολίσθησή του κατά μήκος ευθείας που ταυτίζεται με τον οριζόντιο άξονα x' . Θεωρήστε ότι ο κύβος ξεκινά να κινείται από τη θέση O ($x = 0$) του άξονα κινούμενος προς τη θετική φορά.



Να υπολογίσετε:

4.1 Το μέτρο της δύναμης της τριβής ολίσθησης,

Μονάδες 6

4.2 το μέτρο της επιτάχυνσης του κύβου κατά την κίνηση του,

Μονάδες 6

4.3 τη θέση του κύβου τη χρονική στιγμή $t_1 = 2\text{ s}$.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 2\text{ s}$ η δύναμη $\vec{F}$ καταργείται. Μετά την κατάργηση της $\vec{F}$ ο κύβος συνεχίζει να κινείται στο ίδιο οριζόντιο δάπεδο μέχρι να ακινητοποιηθεί.

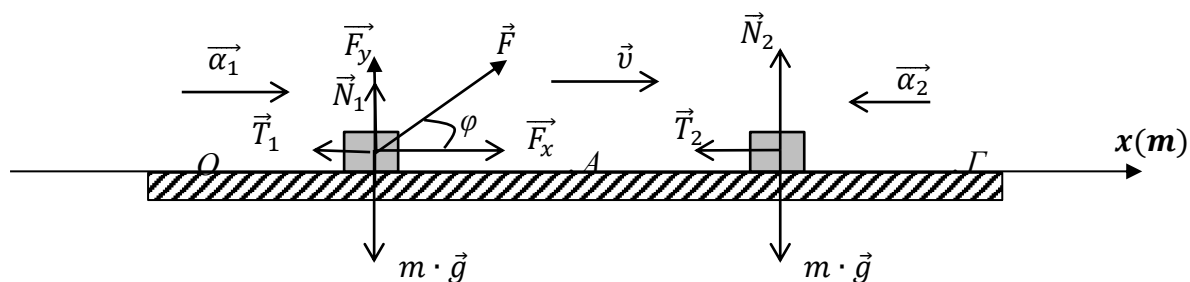
4.4 Να υπολογίσετε το έργο της τριβής από τη χρονική $t_1 = 2\text{ s}$ έως τη χρονική στιγμή που ο κύβος ακινητοποιείται.

Μονάδες 7

Δίνονται, $\eta\mu\varphi = 0,6$, $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας, $g = 10\text{ m/s}^2$.

ΘΕΜΑ 4

Ενδεικτική λύση



4.1 Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύβο τόσο στο τμήμα της διαδρομής (OA) όπου ασκείται η $\vec{F}$ όσο και στη διαδρομή (ΑΓ) όπου η $\vec{F}$ έχει καταργηθεί.

Διαδρομή (OA)

Η $\vec{F}$ έχει αναλυθεί σε συνιστώσες σε οριζόντιο και κατακόρυφο άξονα και τα μέτρα τους υπολογίζονται ως εξής:

$$F_y = F \cdot \eta\mu\varphi = 10 \cdot 0,6 \text{ N} = 6 \text{ N}$$

$$F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 10 \cdot 0,8 \text{ N} = 8 \text{ N}$$

Μονάδες 3

Στον κατακόρυφο άξονα ισχύει ο 1^{ος} νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N}_1 + \vec{w} + \vec{F}_y = 0 \text{ ή } N_1 + F_y = w$$
$$\text{ή } N_1 = m \cdot g - F_y \text{ ή } N_1 = (10 - 6) \text{ N} = 4 \text{ N}$$

Από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το μέτρο της σε αυτήν τη διαδρομή:

$$T_1 = \mu \cdot N_1 \text{ ή } T_1 = 0,5 \cdot 4 \text{ N} = 2 \text{ N}$$

Μονάδες 3

4.2 Στη συνέχεια εφαρμόζουμε τον 2^ο νόμο του Newton στον οριζόντιο άξονα:

$\sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}_1$, ή, λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας,

$$F_x - T_1 = m \cdot a_1 \text{ ή } a_1 = \frac{F_x - T_1}{m} \text{ ή } a_2 = \frac{8 \text{ N} - 2 \text{ N}}{1 \text{ kg}} \text{ ή } a_1 = 6 \text{ m/s}^2$$

Άρα ο κύβος στη διαδρομή (OA) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση που έχει μέτρο 6 m/s^2 και κατεύθυνση ομόρροπη της ταχύτητας.

Μονάδες 6

4.3 Εφαρμόζοντας την εξίσωση της μετατόπισης στη διαδρομή (OA) υπολογίζουμε:

$$\Delta x_1 = v_o \cdot (t_1 - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot (t_1 - t_0)^2 \text{ ή } \Delta x_1 = \left(\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2^2 \right) \text{ m}$$

$$\text{ή } \Delta x_1 = 12 \text{ m ή } (x_1 - x_o) = 12 \text{ m ή } x_1 = 12 \text{ m.}$$

Άρα ο κύβος τη χρονική στιγμή $t_1 = 2 \text{ s}$ διέρχεται από τη θέση $x_1 = 12 \text{ m}$.

Μονάδες 6

4.4 Εφαρμόζοντας την εξίσωση της ταχύτητας στην διαδρομή (ΟΑ) υπολογίζουμε την τιμή της ταχύτητας τη χρονική στιγμή t_1 , όπου η $\vec{F}$ καταργείται:

$$v_1 = \alpha_1 \cdot \Delta t_1 \text{ ή } v_1 = \alpha_1 \cdot (t_1 - t_0) \text{ ή } v_1 = ((6 \cdot (2 - 0))m/s$$
$$v_1 = 12m/s$$

Μονάδες 2

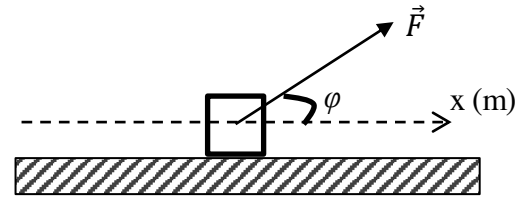
Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ΘΜΚΕ) για τη μετατόπιση του κύβου από τη θέση όπου η $\vec{F}$ καταργείται έως τη θέση ακινητοποίησης :

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_w + W_N + W_T \text{ ή } 0 - \frac{1}{2}m \cdot v_1^2 = W_T$$
$$\text{ή } W_T = -\left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 12^2\right)J = -72J$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

Ένας κύβος μάζας 1 kg ισορροπεί ακίνητος πάνω σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ . Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ασκείται στον κύβο, όπως φαίνεται στο σχήμα, σταθερή δύναμη $\vec{F}$ μέτρου 10 N και κατεύθυνσης που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύ-



θυνση με αποτέλεσμα ο κύβος να ξεκινά αμέσως την ολίσθησή του κατά μήκος ευθείας που ταυτίζεται με τον οριζόντιο άξονα $x'x$. Θεωρήστε ότι ο κύβος ξεκινά να κινείται από τη θέση O ($x = 0$) του άξονα κινούμενος προς τη θετική φορά με σταθερή επιτάχυνση $a_1 = +6\text{ m/s}^2$.

Να υπολογίσετε:

4.1 Το συντελεστή τριβής ολίσθησης μ ,

Μονάδες 6

4.2 τη θέση του κύβου τη χρονική στιγμή $t_1 = 2\text{ s}$.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 2\text{ s}$ η δύναμη $\vec{F}$ καταργείται. Μετά την κατάργηση της $\vec{F}$ ο κύβος συνεχίζει να κινείται στο ίδιο οριζόντιο δάπεδο μέχρι να ακινητοποιηθεί. Να υπολογίσετε:

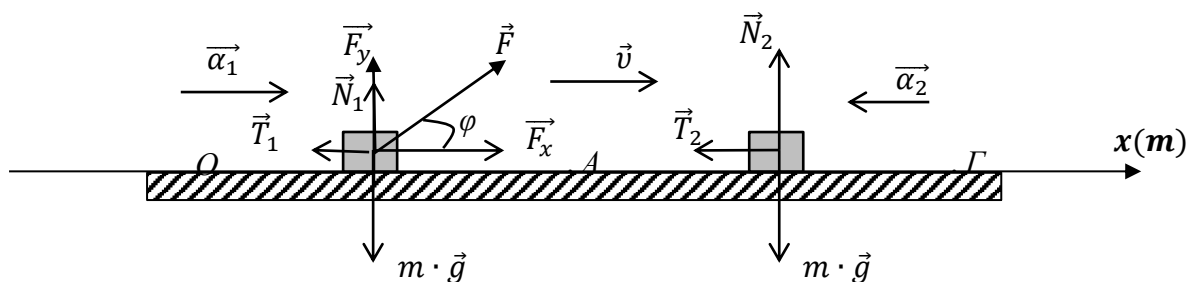
4.3 Τη μεταβολή του μέτρου της κάθετης δύναμης επαφής $\vec{N}$ που ασκεί το δάπεδο στον κύβο πριν και μετά την κατάργηση της δύναμης $\vec{F}$.

Μονάδες 6

4.4 Τη μετατόπιση του κύβου από τη χρονική στιγμή $t_1 = 2\text{ s}$ έως τη χρονική στιγμή όπου ο κύβος ακινητοποιείται.

Μονάδες 7

Δίνονται, $\eta\mu\varphi = 0,6$, $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας, $g = 10\text{ m/s}^2$.

ΘΕΜΑ 4Ενδεικτική λύση

4.1 Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύβο τόσο στο τμήμα της διαδρομής (OA) όπου ασκείται η $\vec{F}$ όσο και στη διαδρομή (ΑΓ) όπου η $\vec{F}$ έχει καταργηθεί.

Διαδρομή (OA)

Η $\vec{F}$ έχει αναλυθεί σε συνιστώσες σε οριζόντιο και κατακόρυφο άξονα και τα μέτρα τους υπολογίζονται ως εξής:

$$F_y = F \cdot \eta\mu\varphi = 10 \cdot 0,6 \text{ N} = 6 \text{ N}$$

$$F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 10 \cdot 0,8 \text{ N} = 8 \text{ N}$$

Μονάδες 2

Στον κατακόρυφο άξονα ισχύει ο 1^{ος} νόμος του Newton, οπότε:

$$\begin{aligned} \sum \vec{F}_y &= 0 \text{ ή } \vec{N}_1 + \vec{w} + \vec{F}_y = 0 \text{ ή } N_1 + F_y = w \\ \text{ή } N_1 &= m \cdot g - F_y \text{ ή } N_1 = (10 - 6) \text{ N} = 4 \text{ N} \end{aligned}$$

Μονάδες 2

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε τον 2^ο νόμο του Newton στον οριζόντιο άξονα:

$\sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}_1$, ή, λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας,

$$F_x - T_1 = m \cdot a_1 \text{ ή } T_1 = F_x - m \cdot a_1 = (8 - 6) \text{ N} = 2 \text{ N}$$

Από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το συντελεστή τριβής ολίσθησης μ :

$$T_1 = \mu \cdot N_1 \text{ ή } \mu = \frac{T_1}{N_1} = \frac{2 \text{ N}}{4 \text{ N}} = 0,5$$

Μονάδες 2

4.2 Εφαρμόζοντας την εξίσωση της μετατόπισης στη διαδρομή (OA) υπολογίζουμε:

$$\Delta x_1 = v_o \cdot (t_1 - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot (t_1 - t_0)^2 \text{ ή } \Delta x_1 = \left(\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2^2 \right) \text{ m}$$

$$\text{ή } \Delta x_1 = 12 \text{ m ή } (x_1 - x_o) = 12 \text{ m ή } x_1 = 12 \text{ m.}$$

Άρα, ο κύβος τη χρονική στιγμή $t_1 = 2 \text{ s}$ διέρχεται από τη θέση $x_1 = 12 \text{ m}$.

Μονάδες 6

4.3 Όπως υπολογίσαμε στο ερώτημα Δ1. στην διαδρομή (OA), όπου ασκείται η $\vec{F}$, η κάθετη δύναμη επαφής $\vec{N}_1$ έχει μέτρο:

$$N_1 = 4 \text{ N}$$

Διαδρομή (ΑΓ)

Η $\vec{F}$ έχει καταργηθεί και στον οριζόντιο άξονα ασκείται μόνο η τριβή, η οποία όμως έχει αλλάξει μέτρο, καθώς αλλάζει το μέτρο της κάθετης δύναμης επαφής. Συγκεκριμένα, στον κατακόρυφο άξονα ισχύει ο 1^{ος} νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N}_2 + \vec{w} = 0 \text{ ή } N_2 = w$$
$$\text{ή } N_2 = m \cdot g \text{ ή } N_2 = 10N$$

Άρα, η μεταβολή του μέτρου της κάθετης δύναμης επαφής, που ασκεί το δάπεδο στον κύβο πριν και μετά την κατάργηση της δύναμης $\vec{F}$, είναι:

$$\Delta N = N_2 - N_1 = 10N - 4N = 6N$$

Μονάδες 6

4.4 Εφαρμόζοντας την εξίσωση της ταχύτητας στην διαδρομή (ΟΑ), υπολογίζουμε την τιμή της ταχύτητας τη χρονική στιγμή t_1 , όπου η $\vec{F}$ καταργείται:

$$v_1 = a_1 \cdot \Delta t_1 \text{ ή } v_1 = a_1 \cdot (t_1 - t_0) \text{ ή } v_1 = ((6 \cdot (2 - 0))m/s$$
$$v_1 = 12m/s$$

Μονάδες 2

Διαδρομή (ΑΓ)

Από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το μέτρο της σε αυτήν τη διαδρομή:

$$T_2 = \mu \cdot N_2 \text{ ή } T_1 = 0,5 \cdot 10N = 5N$$

Στη συνέχεια, εφαρμόζουμε τον 2^ο νόμο του Newton στον οριζόντιο άξονα:

$\sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}_1$, ή, λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας,

$$-T_2 = m \cdot a_2 \text{ ή } a_2 = \frac{-T_2}{m} \text{ ή } a_2 = \frac{-5N}{1 \text{ kg}} \text{ ή } a_2 = -5 \text{ m/s}^2$$

Μονάδες 3

Άρα, ο κύβος στη διαδρομή (ΑΓ) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα μέτρου $12m/s$ και επιτάχυνση που έχει μέτρο 5 m/s^2 και κατεύθυνση αντίρροπη της ταχύτητας.

Εφαρμόζοντας την εξίσωση της ταχύτητας στην διαδρομή (ΑΓ), υπολογίζουμε τη χρονική διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησης:

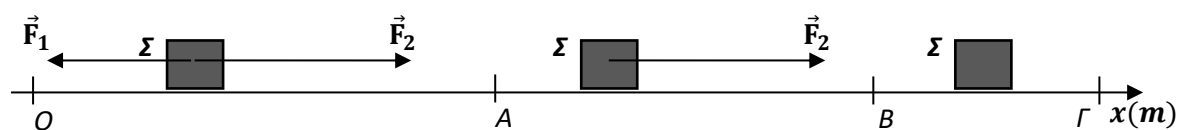
$$v = v_0 + a_2 \cdot \Delta t_2 \text{ ή } v_f = v_1 + a_2 \cdot \Delta t_2 \text{ ή } 0 = \frac{12m}{s} - 5 \cdot \Delta t_2$$
$$\Delta t_2 = 2,4 \text{ s}$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση της μετατόπισης στη διαδρομή (ΑΓ), υπολογίζουμε το ζητούμενο:

$$\Delta x_2 = v_1 \cdot \Delta t_2 + \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot \Delta t_2^2 \text{ ή } \Delta x_2 = \left(12 \cdot 2,4 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2,4^2 \right) m$$
$$\text{ή } \Delta x_2 = 14,4 \text{ m.}$$

Μονάδες 4

Θέμα 4



Το σώμα Σ , με μάζα $m = 2kg$, κινείται σε ευθύγραμμο και τραχύ οριζόντιο επίπεδο, η διεύθυνση του οποίου ταυτίζεται με ευθεία $x'x$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, το Σ διέρχεται από το σημείο O ($x_O = 0$) με ταχύτητα μέτρου $v_0 = 5m/s$, ενώ δέχεται δύο δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$, με μέτρα $6N$ και $8N$ αντίστοιχα, που είναι αντίρροπες μεταξύ τους. Στο σχήμα δεν έχουν σχεδιαστεί όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στο Σ . Το σώμα μετά την t_0 κινείται ευθύγραμμα και ομαλά μέχρι τη θέση A ($x_A = 10m$). Να υπολογίσετε:

4.1 τη χρονική διάρκεια Δt_1 της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης,

Μονάδες 5

4.2 το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και οριζοντίου επιπέδου.

Μονάδες 6

Στη θέση A η $\vec{F}_1$ καταργείται, ενώ όταν το Σ διέρχεται από τη θέση B καταργείται και η $\vec{F}_2$ με αποτέλεσμα το Σ να ακινητοποιηθεί στη θέση Γ . Η χρονική διάρκεια της κίνησης μεταξύ των θέσεων A και B είναι $\Delta t_2 = 3s$. Να υπολογίσετε:

4.3 Τις τιμές της επιτάχυνσης $\vec{a}_1$ και επιβράδυνσης $\vec{a}_2$ κατά τις διαδρομές (AB) και $(B\Gamma)$ αντίστοιχα.

Μονάδες 7

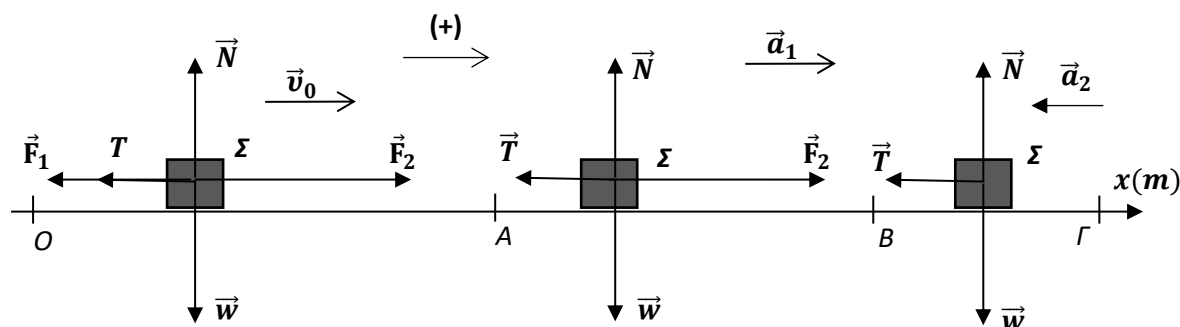
4.4 Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη στιγμή που ακινητοποιείται, σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων.

Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

Θέμα 4

Ενδεικτική Λύση



Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στις τρεις διαδοχικές κινήσεις που εκτελεί, ενώ έχει ληφθεί ως θετική η φορά της ταχύτητας.

4.1 Στη διαδρομή (OA) το Σ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Από την εξίσωση της μετατόπισης υπολογίζουμε τη χρονική διάρκεια Δt_1 της κίνησης:

$$\Delta x_{OA} = v_0 \cdot \Delta t_1 \text{ ή } \Delta t_1 = \frac{\Delta x_{OA}}{v_0} = \frac{10m}{\frac{5m}{s}} = 2s$$

Μονάδες 5

4.2 Εφαρμόζουμε τον 1^ο νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης για να υπολογίσουμε το μέτρο της τριβής, ενώ η κατεύθυνση της έχει σχεδιαστεί στο σχήμα:

$$\sum \vec{F} = 0 \text{ ή } F_2 - F_1 - T = 0 \text{ ή } T = 2N$$

Στον κατακόρυφο άξονα ισχύει επίσης ο 1^{ος} νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N} + \vec{w} = 0 \text{ ή } N = w = m \cdot g = 20N$$

Μονάδες 4

Από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και οριζοντίου επιπέδου:

$$T_1 = \mu \cdot N \text{ ή } \mu = \frac{T}{N} = \frac{2}{20} = 0,1$$

Μονάδες 2

4.3 Στη διαδρομή (AB) το Σ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα $\vec{v}_0$. Εφαρμόζουμε τον 2^ο νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης για να υπολογίσουμε την τιμή της επιτάχυνσης $\vec{a}_1$, ενώ η κατεύθυνση της έχει σχεδιαστεί στο σχήμα:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}_1, \text{ ή}$$

$$F_2 - T = m \cdot a_1 \text{ ή } a_1 = \frac{F_2 - T}{m} = \frac{(8 - 2)N}{2kg} = 3m/s^2$$

Μονάδες 3

Στη διαδρομή (ΒΓ) το Σ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Εφαρμόζουμε τον 2^ο νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης για να υπολογίσουμε την τιμή της επιβράδυνσης $\vec{a}_2$, ενώ η κατεύθυνση της έχει σχεδιαστεί στο σχήμα:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}_2, \text{ ή}$$

$$-T = m \cdot a_2 \text{ ή } a_2 = \frac{-T}{m} = \frac{(-2)N}{2kg} = -1m/s^2$$

Μονάδες 4

4.4 Τη χρονική στιγμή που το σώμα διέρχεται από το Β η ταχύτητα του θα είναι:

$$v_1 = v_0 + a_1 \cdot \Delta t_2 = \frac{(5 + 3 \cdot 3)m}{s} = 14 m/s$$

Μονάδες 2

Ενώ η χρονική στιγμή t_2 , που το σώμα διέρχεται από το Β, θα είναι:

$$\Delta t_2 = t_2 - \Delta t_1 \text{ ή } t_2 = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 5 s$$

Στη συνέχεια, από την εξίσωση της ταχύτητας στην ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, υπολογίζουμε τη χρονική της διάρκεια Δt_3 :

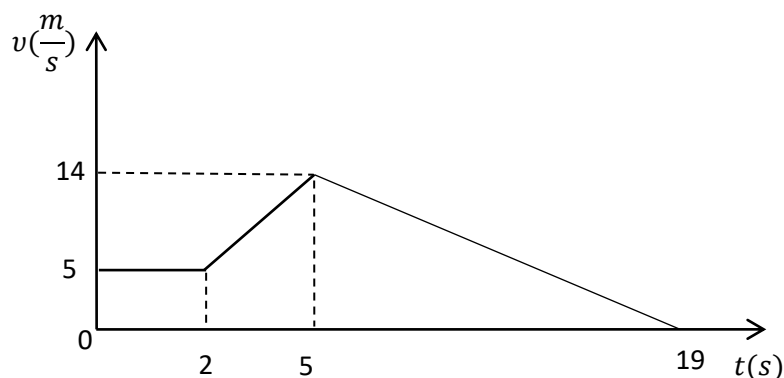
$$v_f = v_1 + a_2 \cdot \Delta t_3 \text{ ή } 0 = \frac{14m}{s} - \left(\frac{1m}{s^2}\right) \cdot \Delta t_3 \text{ ή } \Delta t_3 = 14s$$

Ενώ η χρονική στιγμή t_3 που το σώμα ακινητοποιείται στο Γ θα είναι:

$$t_3 = t_2 + \Delta t_3 \text{ ή } t_3 = 5s + 14s = 19 s$$

Μονάδες 2

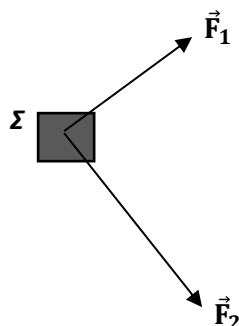
Αξιοποιώντας και δεδομένα που υπολογίστηκαν παραπάνω, κατασκευάζουμε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη στιγμή που ακινητοποιείται.



Μονάδες 3

Θέμα 4

ΚΑΤΟΨΗ



Το σώμα Σ , με μάζα $m = 1\text{ kg}$, ισορροπεί ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$, ασκούνται σε αυτό δύο δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$, με μέτρα 3 N και 4 N αντίστοιχα, που είναι κάθετες μεταξύ τους. Στο σχήμα απεικονίζεται η κάτοψη του οριζοντίου επιπέδου στην οποία δεν έχουν σχεδιαστεί όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στο Σ . Το σώμα μετά την t_o κινείται με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $a_1 = 1\text{ m/s}^2$.

4.1 Να υπολογίσετε τη συνισταμένη των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ σε μέτρο και κατεύθυνση.

Μονάδες 5

4.2 Να αιτιολογήσετε γιατί στο σώμα ασκείται τριβή και να υπολογίσετε το μέτρο της.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 4\text{ s}$, οι δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ παύουν να ασκούνται.

4.3 Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος καθώς και το διάστημα που έχει διανύσει τη χρονική στιγμή t_1 .

Μονάδες 7

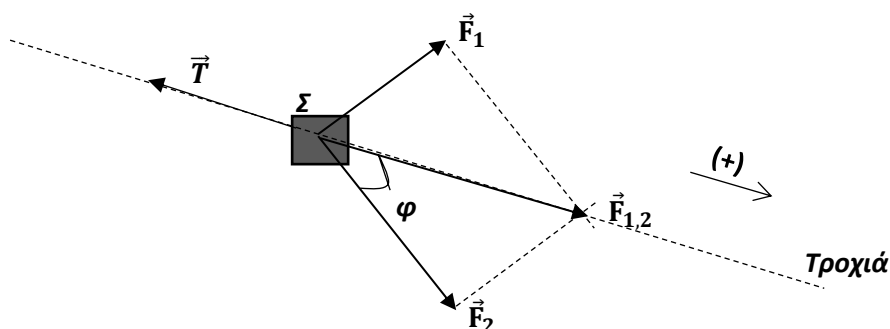
4.4 Να υπολογίσετε το έργο της τριβής από τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ έως τη χρονική στιγμή όπου το Σ ακινητοποιείται.

Μονάδες 7

Θέμα 4

Ενδεικτική Λύση

ΚΑΤΟΨΗ



4.1 Για να συνθέσουμε τις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ εφαρμόζουμε τον κανόνα του παραλληλογράμμου και η διαγώνιος του, που έχει κοινή αρχή με τα διανύσματα των δυνάμεων που συνθέτουμε έχει μέτρο:

$$F_{1,2} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \text{ ή } F_{1,2} = 5N$$

και

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{F_1}{F_2} = \frac{3}{4} \text{ (κατεύθυνση)}$$

Μονάδες 5

4.2 Θεωρώντας ότι στο σώμα δεν ασκείται τριβή, εφαρμόζουμε τον 2^ο νόμο του Newton στη διεύθυνση της συνιστάμενης των $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

ή, σύμφωνα με τη θετική φορά,

$$F_{1,2} = m \cdot a \text{ ή } a = 5 \text{ m/s}^2$$

Αυτό είναι άτοπο σύμφωνα με την εκφώνηση, καθώς δίνεται ότι το σώμα μετά την t_0 κινείται με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $a_1 = 1 \text{ m/s}^2$. Οπότε στο Σ ασκείται τριβή στη διεύθυνση της τροχιάς, αντίρροπη της $\vec{F}_{1,2}$ και μέτρου που υπολογίζεται από την εφαρμογή του 2^{ου} νόμου του Newton με σεβασμό στη θετική φορά που έχει τεθεί:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}_1 \text{ ή } F_{1,2} - T = m \cdot a_1 \text{ ή } T = F_{1,2} - m \cdot a_1 \text{ ή } T = 4N$$

Μονάδες 6

4.3 Μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 4s$ το Σ εκτελεί ευθύγραμμο ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, έχοντας διανύσει διάστημα:

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2 = 8m$$

και έχοντας αποκτήσει ταχύτητα μέτρου:

$$v_1 = a_1 \cdot t_1 = 4 \text{ m/s}$$

Επειδή η κίνηση είναι ευθύγραμμη και γίνεται κατά τη θετική φορά, η μετατόπιση από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t_1 = 4\text{s}$ θα είναι επίσης:

$$\Delta x_1 = +8\text{m}$$

Μονάδες 7

4.4 Εφόσον οι δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ παύουν να ασκούνται, στο Σ ασκείται πλέον μόνο η τριβή. Για να υπολογίσουμε την επιτάχυνση του Σ εφαρμόζουμε τον 2^ο νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}_2$$

ή, σύμφωνα με τη θετική φορά,

$$-T = m \cdot a_2 \text{ ή } -4\text{N} = (1\text{kg}) \cdot a_2 \text{ ή } a_2 = -4 \text{ m/s}^2$$

Άρα η επιτάχυνση του Σ έχει μέτρο 4 m/s^2 και αρνητική φορά. Εφόσον τα διανύσματα της επιτάχυνσης και της ταχύτητας είναι αντίρροπα η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη.

Μονάδες 2

Από την εξίσωση της ταχύτητας, υπολογίζεται η χρονική διάρκεια Δt αυτής της κίνησης:

$$v = v_0 + a_2 \cdot \Delta t \text{ ή } 0 = 4 - 4 \cdot \Delta t \text{ ή } \Delta t = 1\text{s}$$

Το Σ κατά την επιβραδυνόμενη κίνηση μετατοπίζεται κατά:

$$\Delta x_2 = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot \Delta t^2 \text{ ή } \Delta x_2 = \left(4 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1^2 \right) \text{m}$$

$$\text{ή } \Delta x_2 = 2 \text{ m.}$$

Άρα, η συνολική μετατόπιση του Σ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη στιγμή που ακινητοποιείται είναι:

$$\Delta x_{o\lambda} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 8\text{m} + 2\text{m} = 10\text{m}$$

Μονάδες 3

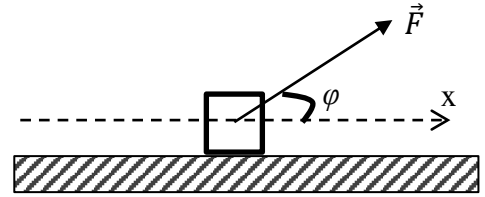
Το έργο της τριβής για το χρονικό διάστημα που ασκείται στο Σ, υπολογίζεται σύμφωνα με τον ορισμό ως εξής:

$$W_{F_2} = |\vec{T}| \cdot |\Delta \vec{x}_{o\lambda}| \cdot \sin 180^\circ = -4 \cdot 10\text{J} = -40\text{J}$$

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 4

Ένας κύβος μάζας 4 kg ολισθαίνει πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο με σταθερή ταχύτητα, μέτρου $v_0 = 2\text{ m/s}$, κατά μήκος μιας ευθείας που ταυτίζεται με τον οριζόντιο άξονα $x'x$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, όπου ο κύβος διέρχεται από τη θέση O ($x = 0$) του άξονα κινούμενος προς τη θετική φορά, αρχίζει να ασκείται σε αυτόν δύναμη $\vec{F}$ μέτρου 10 N και κατεύθυνσης που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση. Τη χρονική στιγμή που ο κύβος διέρχεται από τη θέση A ($x = 3\text{ m}$), η δύναμη $\vec{F}$ παύει να ασκείται. Αμέσως μετά την κατάργηση της $\vec{F}$, ο κύβος εισέρχεται και κινείται σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο μέχρι να ακινητοποιηθεί. Η χρονική διάρκεια της κίνησης στο τραχύ δάπεδο είναι 4 s . Να υπολογίσετε:



4.1 το μέτρο της επιτάχυνσης του κύβου στην διαδρομή (OA).

Μονάδες 6

4.2 το μέτρο της ταχύτητας του κύβου στη θέση A.

Μονάδες 6

4.3 την μετατόπιση του κύβου από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή όπου ο κύβος θα ακινητοποιηθεί.

Μονάδες 6

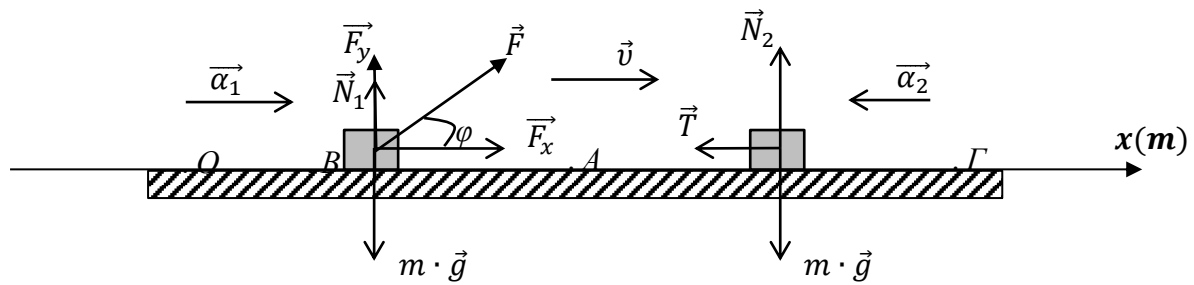
4.4 τη μέση ταχύτητα του κύβου από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή όπου ο κύβος θα ακινητοποιηθεί.

Μονάδες 7

Δίνονται, $\eta\mu\varphi = 0,6$, $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας, $g = 10\text{ m/s}^2$.

ΘΕΜΑ 4

Ενδεικτική Λύση



4.1 Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύβο τόσο στο λείο τμήμα της διαδρομής (OA) όσο και στο τραχύ (ΑΓ). Η $\vec{F}$ (ασκείται μόνο στο λείο τμήμα) έχει αναλυθεί σε συνιστώσες σε οριζόντιο και κατακόρυφο άξονα και τα μέτρα τους υπολογίζονται ως εξής:

$$F_y = F \cdot \eta\mu\varphi = 6 \text{ N}$$

$$F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 8 \text{ N}$$

Μονάδες 2

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε τον 2^ο νόμο του Newton στον οριζόντιο άξονα:

$$\sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}_1$$

ή, λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας,

$$F_x = m \cdot a_1 \text{ ή } a_1 = \frac{F_x}{m} \text{ ή } a_2 = \frac{8 \text{ N}}{4 \text{ kg}} \text{ ή } a_1 = 2 \text{ m/s}^2$$

Ο κύβος στη διαδρομή (OA) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση που έχει μέτρο 2 m/s^2 και είναι ομόρροπη της ταχύτητας.

Μονάδες 4

4.2 Στη διαδρομή (OA) η μετατόπιση του κύβου είναι:

$$\Delta x_1 = x_A - x_O = (3 - 0)m = 3m$$

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ΘΜΚΕ) για την μετατόπιση Δx_1 :

$$K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{F_x} + W_{F_y} + W_N + W_w \text{ ή } \frac{1}{2}m \cdot v_A^2 - \frac{1}{2}m \cdot v_0^2 = +F_x \cdot \Delta x_1 + 0 + 0 + 0$$
$$\text{ή } 2 \cdot v_A^2 - 2kg \cdot 2^2 \frac{m^2}{s^2} = 8N \cdot 3m \text{ ή } v_A^2 = \frac{24 + 8m^2}{2} \frac{m^2}{s^2} \text{ ή } v_A = 4m/s$$

Μονάδες 6

4.3 Ο κύβος στη διαδρομή (ΑΓ) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε το μέτρο της επιβράδυνσης $\vec{a}_2$ (η κατεύθυνση της έχει σχεδιαστεί στο σχήμα):

$$v = v_0 - a_2 \cdot \Delta t_2 \text{ ή } v_\Gamma = v_A - a_2 \cdot \Delta t_2 \text{ ή } 0 = 4m/s - a_2 \cdot 4s \text{ ή } a_2 = 1m/s^2$$

Μονάδες 2

Ενώ η μετατόπιση για την διαδρομή (ΑΓ) θα είναι:

$$\Delta x_2 = v_A \cdot \Delta t_2 - \frac{1}{2} \cdot \alpha_2 \cdot \Delta t_2^2 \text{ ή } \Delta x_2 = \left(4 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4^2 \right) m$$

$$\text{ή } \Delta x_2 = 8 m.$$

Μονάδες 3

Άρα, η μετατόπιση του κύβου από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή όπου ο κύβος θα ακινητοποιηθεί θα είναι:

$$\Delta x_{o\lambda} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 3m + 8m \text{ ή } \Delta x_{o\lambda} = +11m$$

Μονάδες 1

4.4 Από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε τη χρονική διάρκεια Δt_1 της κίνησης στην οποία ασκείται η $\vec{F}$:

$$v = v_0 + a_1 \cdot \Delta t_1 \text{ ή } v_A = v_O + a_1 \cdot \Delta t_1 \text{ ή } \frac{4m}{s} = \frac{2m}{s} + \frac{2m}{s^2} \cdot \Delta t_1 \text{ ή } \Delta t_1 = 1s$$

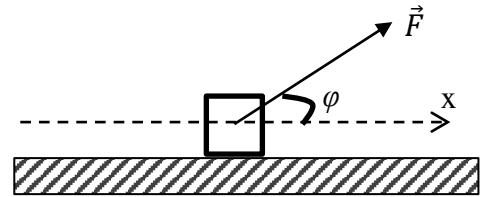
Από τον ορισμό της μέσης ταχύτητας υπολογίζουμε:

$$v_\mu = \frac{S_{o\lambda}}{t_{o\lambda}} = \frac{|\Delta x_{o\lambda}|}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{11m}{5s} = 2,2m/s$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Ένας κύβος μάζας 4 kg ισορροπεί ακίνητος σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ασκείται στον κύβο, όπως φαίνεται στο σχήμα, σταθερή δύναμη $\vec{F}$ μέτρου 10 N και κατεύθυνσης που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση, με αποτέλεσμα ο κύβος να ξεκινά αμέσως την ολίσθησή του κατά μήκος ευθείας που



ταυτίζεται με τον οριζόντιο άξονα $x'x$. Θεωρήστε ότι ο κύβος ξεκινά να κινείται από τη θέση O ($x_O = 0$) του άξονα κινούμενος προς τη θετική φορά. Τη χρονική στιγμή που ο κύβος διέρχεται από τη θέση A ($x_A = 16\text{ m}$) η δύναμη $\vec{F}$ παύει να ασκείται. Αμέσως μετά την κατάργηση της $\vec{F}$ ο κύβος εισέρχεται και κινείται σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο μέχρι να ακινητοποιηθεί. Η χρονική διάρκεια της κίνησης στο τραχύ δάπεδο είναι 4 s . Να υπολογίσετε:

4.1 το μέτρο της επιτάχυνσης του κύβου στην διαδρομή (ΟΑ).

Μονάδες 6

4.2 την μεταβολή της κινητικής ενέργειας του κύβου από τη θέση O στη θέση A .

Μονάδες 6

4.3 το έργο της τριβής ολίσθησης από τη χρονική στιγμή όπου η δύναμη $\vec{F}$ παύει να ασκείται έως τη χρονική στιγμή όπου ο κύβος θα ακινητοποιηθεί.

Μονάδες 7

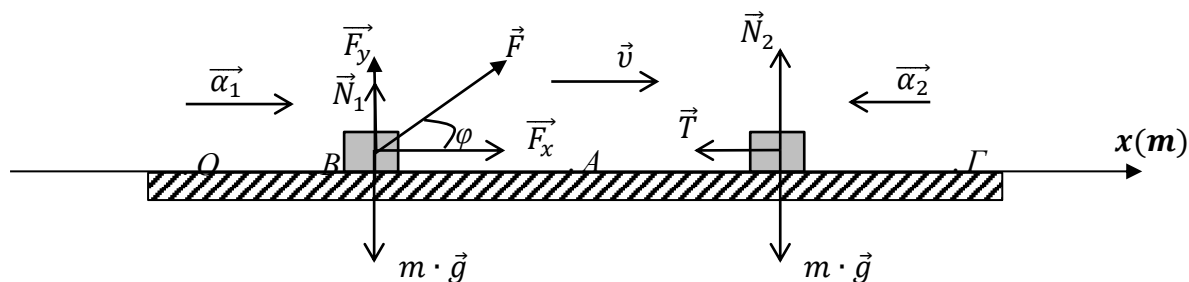
4.4 Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας του κύβου σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη στιγμή που ακινητοποιείται σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων.

Μονάδες 6

Δίνονται, $\eta\mu\varphi = 0,6$, $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας, $g = 10\text{ m/s}^2$.

ΘΕΜΑ 4

Ενδεικτική Λύση



4.1 Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύβο τόσο στο λείο τμήμα της διαδρομής (OA) όσο και στο τραχύ (ΑΓ). Η $\vec{F}$ (ασκείται μόνο στο λείο τμήμα) έχει αναλυθεί σε συνιστώσες σε οριζόντιο και κατακόρυφο άξονα και τα μέτρα τους υπολογίζονται ως εξής:

$$F_y = F \cdot \eta\mu\varphi = 6 \text{ N}$$

$$F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 8 \text{ N}$$

Μονάδες 2

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε τον 2^ο νόμο του Newton στον οριζόντιο άξονα:

$$\sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}_1$$

ή, λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας,

$$F_x = m \cdot a_1 \text{ ή } a_1 = \frac{F_x}{m} \text{ ή } a_2 = \frac{8 \text{ N}}{4 \text{ kg}} \text{ ή } a_1 = 2 \text{ m/s}^2$$

Ο κύβος στη διαδρομή (OA) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση που έχει μέτρο 2 m/s^2 και είναι ομόρροπη της ταχύτητας.

Μονάδες 4

4.2 Στη διαδρομή (OA) η μετατόπιση του κύβου είναι:

$$\Delta x_1 = x_A - x_O = (16 - 0) \text{ m} = 16 \text{ m}$$

Από την εξίσωση της μετατόπισης για την διαδρομή (OA) υπολογίζουμε τη χρονική διάρκεια Δt_1 της επιταχυνόμενης κίνησης:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot \Delta t_1^2 \text{ ή } \Delta t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta x_1}{a_1}} = \sqrt{16 \text{ s}} = 4 \text{ s}$$

Οπότε η ταχύτητα του κύβου στη θέση A θα έχει μέτρο:

$$v_A = a_1 \cdot \Delta t_1 = 8 \text{ m/s}$$

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του κύβου από τη θέση O στη θέση A υπολογίζεται ως εξής:

$$\Delta K = K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = 2 \cdot v_A^2 - 0 = 128 \text{ J}$$

Μονάδες 6

4.3 Ο κύβος στη διαδρομή (ΑΓ) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε το μέτρο της επιβράδυνσης $\vec{a}_2$ (η κατεύθυνση της έχει σχεδιαστεί στο σχήμα):

$$v = v_0 - a_2 \cdot \Delta t_2 \text{ ή } v_f = v_A - a_2 \cdot \Delta t_2 \text{ ή } 0 = 8 \text{ m/s} - a_2 \cdot 4 \text{ s} \text{ ή } a_2 = 2 \text{ m/s}^2$$

Μονάδες 2

Εφαρμόζουμε τον 2^ο νόμο του Newton στον οριζόντιο άξονα για τη διαδρομή (ΑΓ):

$$\sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}_2$$

ή, λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιβράδυνσης $\vec{a}_2$,

$$T = m \cdot a_2 \text{ ή } T = 8 \text{ N}$$

Μονάδες 2

Η μετατόπιση του κύβου στην τραχιά περιοχή (ΑΓ) θα είναι:

$$\Delta x_2 = v_A \cdot \Delta t_2 - \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot \Delta t_2^2 \text{ ή } \Delta x_2 = \left(8 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4^2 \right) \text{ m}$$

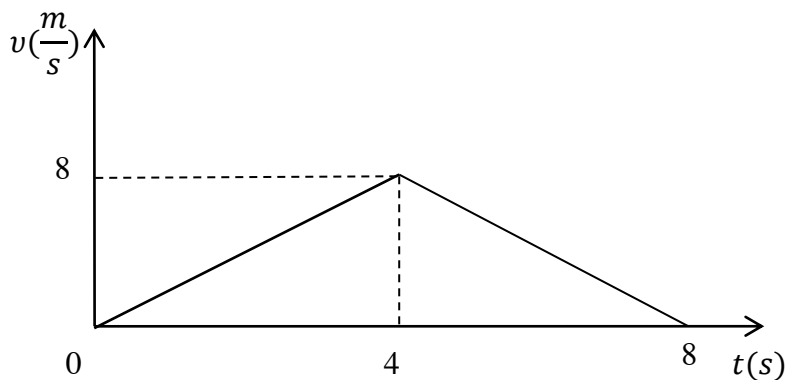
$$\text{ή } \Delta x_2 = 16 \text{ m.}$$

Το έργο της τριβής για το χρονικό διάστημα που ασκείται στο Σ, υπολογίζεται σύμφωνα με τον ορισμό ως εξής:

$$W_{F_2} = |\vec{T}| \cdot |\Delta \vec{x}_2| \cdot \sin 180^\circ = -8 \cdot 16 \text{ J} = -128 \text{ J}$$

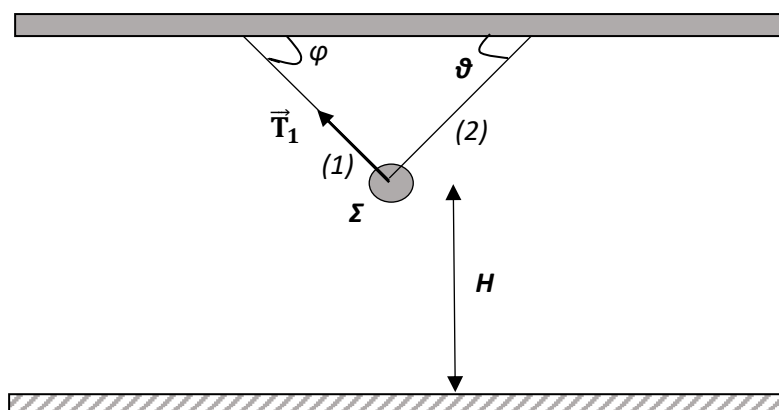
Μονάδες 3

4.4 Αξιοποιώντας και δεδομένα που υπολογίστηκαν παραπάνω, κατασκευάζουμε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη στιγμή που ακινητοποιείται.



Μονάδες 6

Θέμα 4



Η σφαίρα Σ , με μάζα m , ισορροπεί ακίνητη με τη βοήθεια δύο αβαρών και μη εκτατών νημάτων (1) και (2) που είναι κάθετα μεταξύ τους. Τα νήματα έχουν το ένα άκρο τους προσδεμένο στη Σ και το άλλο άκρο τους ακλόνητα στερεωμένο σε οροφή. Η Σ απέχει από το οριζόντιο δάπεδο απόσταση $H = 5\text{ m}$. Το μέτρο της δύναμης (τάσης $\vec{T}_2$) που ασκεί το νήμα (2) στη σφαίρα είναι 80 N .

4.1 Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα κατά την ισορροπία της και να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης (τάσης, $\vec{T}_1$) που ασκεί το νήμα (1) στη Σ .

Μονάδες 7

4.2 Να υπολογίσετε τη μάζα της Σ .

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, τα νήματα κόβονται ταυτόχρονα με αποτέλεσμα η σφαίρα Σ να εκτελέσει ελεύθερη πτώση.

4.3 Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που η σφαίρα φτάνει στο έδαφος καθώς και την τιμή της ταχύτητας ακριβώς πριν ακουμπήσει σε αυτό.

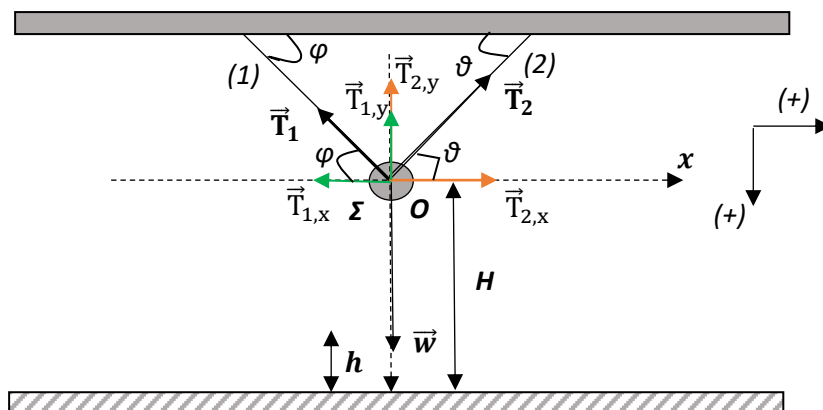
Μονάδες 6

4.4 Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της δυναμικής ενέργειας της Σ σε συνάρτηση με την απόσταση της h από το οριζόντιο δάπεδο κατά την πτώση της, σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων.

Μονάδες 6

Δίνεται ότι ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας θεωρείται αυτό του οριζοντίου δαπέδου, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{ m/s}^2$, $\eta\mu\varphi = \sigma\upsilon\nu\theta = 0,6$, $\sigma\upsilon\nu\varphi = \eta\mu\theta = 0,8$ και ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Θέμα 4



4.1 Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στην σφαίρα κατά την ισορροπία της. Επίσης, θεωρήθηκε ορθογώνιο σύστημα αξόνων xOy , όπου η αρχή O ταυτίζεται με τη θέση της σφαίρας Σ . Στη συνέχεια οι τάσεις των νημάτων $\vec{T}_1$ και $\vec{T}_2$ έχουν αναλυθεί σε συνιστώσες στο επιλεγμένο σύστημα αξόνων. Οι γωνίες με το όνομα φ είναι μεταξύ τους ίσες ως εντός εναλλάξ και το ίδιο ισχύει για τις γωνίες με το όνομα θ . Στον οριζόντιο άξονα ισχύει ο 1^{ος} νόμος του Newton, οπότε λαμβάνοντας ως θετική τη φορά που φαίνεται στο σχήμα:

$$\sum \vec{F}_x = 0 \text{ ή } \vec{T}_{1,x} + \vec{T}_{2,x} = 0 \text{ ή } T_{2,x} - T_{1,x} = 0 \text{ ή}$$

$$T_2 \cdot \sin\theta = T_1 \cdot \sin\varphi \text{ ή } T_1 = \frac{T_2 \cdot \sin\theta}{\sin\varphi} \text{ ή } T_1 = \frac{80 \cdot 0,6}{0,8} N = 60 N$$

Μονάδες 7

4.2 Στον κατακόρυφο άξονα ισχύει επίσης ο 1^{ος} νόμος του Newton, οπότε λαμβάνοντας ως θετική τη φορά που φαίνεται στο σχήμα:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{w} + \vec{T}_{1,y} + \vec{T}_{2,y} = 0 \text{ ή } w - T_{2,y} - T_{1,y} = 0 \text{ ή}$$

$$m \cdot g = T_2 \cdot \eta\mu\theta + T_1 \cdot \eta\mu\varphi \text{ ή } m = \frac{T_2 \cdot \eta\mu\theta + T_1 \cdot \eta\mu\varphi}{g} \text{ ή } m = \frac{80 \cdot 0,8 + 60 \cdot 0,6}{10} kg$$

$$\text{ή } m = 10 kg$$

Μονάδες 6

4.3 Από την εξίσωσης κίνησης της ελεύθερης πτώσης υπολογίζουμε τη χρονική διάρκεια της κίνησης και στη συνέχεια τη χρονική στιγμή όπου η σφαίρα προσκρούει στο έδαφος:

$$H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \Delta t^2 \text{ ή } \Delta t = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} \text{ ή } \Delta t = \sqrt{\frac{2 \cdot 5}{10}} s = 1s$$

$$\text{ή } t - t_o = 1s \text{ ή } t = 1s$$

Μονάδες 3

Από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε:

$$v = g \cdot t = 10m/s$$

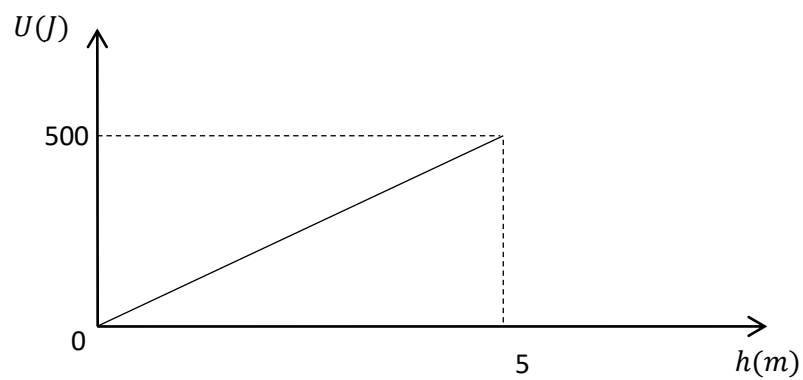
Μονάδες 3

4.4 Η δυναμική ενέργεια της σφαίρας ως προς το έδαφος δίδεται από τη σχέση:

$$U = m \cdot g \cdot h$$

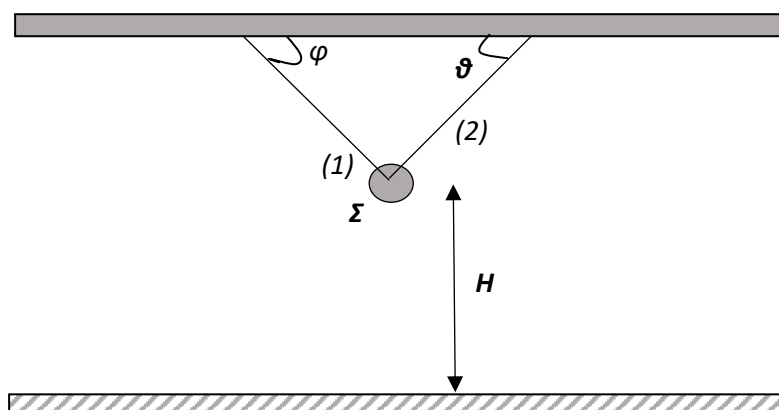
$$U = 100h, \text{ για } 0 \leq h \leq 5 \text{ m}$$

Με βάση την παραπάνω συνάρτηση κατασκευάζουμε τη γραφική παράσταση $U = f(h)$:



Μονάδες 6

Θέμα 4



Η σφαίρα Σ , με μάζα m , ισορροπεί ακίνητη με τη βοήθεια δύο αβαρών και μη εκτατών νημάτων (1) και (2) που είναι κάθετα μεταξύ τους. Τα νήματα έχουν το ένα άκρο τους προσδεμένο στη Σ και το άλλο άκρο τους ακλόνητα στερεωμένο σε οροφή. Η Σ απέχει από το οριζόντιο δάπεδο απόσταση $H = 20 \text{ m}$. Τα μέτρα των δυνάμεων (τάσης $\vec{T}_1$) που ασκεί το νήμα (1) και (τάσης $\vec{T}_2$) που ασκεί το νήμα (2) στη σφαίρα είναι 30 N και 40 N αντίστοιχα.

4.1 Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα κατά την ισορροπία της και να υπολογίσετε το μέτρο και την κατεύθυνση της συνισταμένης των δυνάμεων $\vec{T}_1$ και $\vec{T}_2$.

Μονάδες 7

4.2 Να υπολογίσετε τη μάζα της Σ .

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, τα νήματα κόβονται ταυτόχρονα με αποτέλεσμα η σφαίρα Σ να εκτελέσει ελεύθερη πτώση.

4.3 Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που η σφαίρα φτάνει στο έδαφος καθώς και την τιμή της ταχύτητας ακριβώς πριν ακουμπήσει σε αυτό.

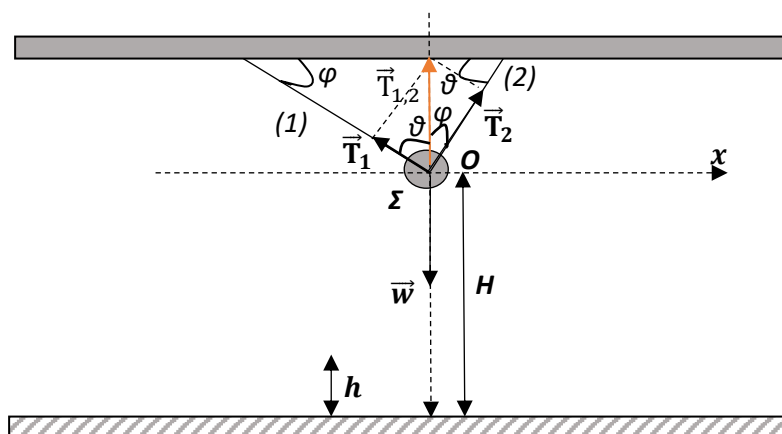
Μονάδες 6

4.4 Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της μηχανικής (ολικής) ενέργειας της Σ σε συνάρτηση με την απόσταση της y από το οριζόντιο δάπεδο κατά την πτώση της, σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων.

Μονάδες 6

Δίνεται ότι ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας θεωρείται αυτό του οριζοντίου δαπέδου, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\eta\mu\varphi = \sigma\upsilon\nu\theta = 0,6$, $\sigma\upsilon\nu\varphi = \eta\mu\theta = 0,8$ και ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Θέμα 4



4.1 Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στην σφαίρα κατά την ισορροπία της. Φαίνεται επίσης ορθογώνιο σύστημα αξόνων xOy , όπου η αρχή O ταυτίζεται με τη θέση της σφαίρας Σ . Στη συνέχεια οι τάσεις των νημάτων $\vec{T}_1$ και $\vec{T}_2$ έχουν συντεθεί στη συνισταμένη τους $\vec{T}_{1,2}$, ακολουθώντας τον κανόνα του παραλληλογράμμου, στο επιλεγμένο σύστημα αξόνων. Οι γωνίες ϑ είναι ίσες γιατί έχουν τις πλευρές τους ανά δύο κάθετες. Το ίδιο ισχύει και για τις γωνίες φ . Επειδή ϑ, φ είναι συμπληρωματικές, θα ισχύει το πυθαγόρειο θεώρημα. Οπότε:

$$T_{1,2} = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} \text{ ή } T_{1,2} = 50 \text{ N (μέτρο)}$$

και

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{T_2}{T_1} = \frac{4}{3} \text{ (κατεύθυνση)}$$

Μονάδες 7

4.2 Στον κατακόρυφο άξονα ισχύει ο 1^{ος} νόμος του Newton, οπότε λαμβάνοντας ως θετική τη φορά που φαίνεται στο σχήμα:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{w} + \vec{T}_{1,2} = 0 \text{ ή } w - T_{1,2} = 0 \text{ ή}$$

$$m \cdot g = T_{1,2} \text{ ή } m = \frac{T_{1,2}}{g}$$

$$\text{ή } m = 5 \text{ kg}$$

Μονάδες 6

4.3 Από την εξίσωσης κίνησης της ελεύθερης πτώσης υπολογίζουμε τη χρονική διάρκεια της κίνησης και στη συνέχεια τη χρονική στιγμή όπου η σφαίρα προσκρούει στο έδαφος:

$$H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \Delta t^2 \text{ ή } \Delta t = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} \text{ ή } \Delta t = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{10}} s = 2s$$

$$\text{ή } t - t_o = 1s \text{ ή } t = 2s$$

Μονάδες 3

Από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε:

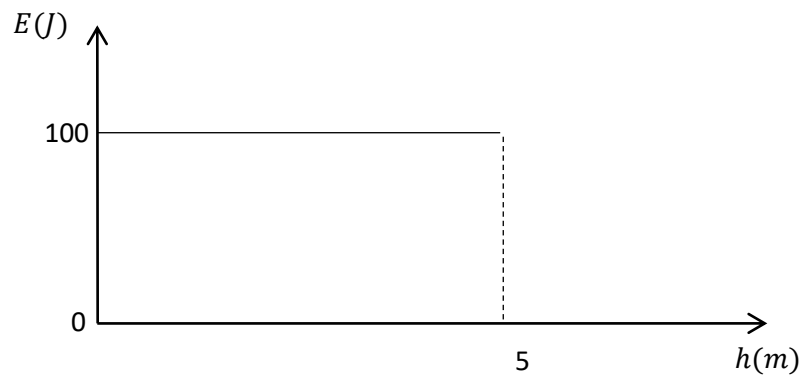
$$v = g \cdot t = 20m/s$$

Μονάδες 3

4.4 Κατά την πτώση η μηχανική ενέργεια της σφαίρας παραμένει σταθερή (διατηρείται), οπότε:

$$E = K + U = U_{max} = m \cdot g \cdot H = 100J \text{ για } 0 \leq h \leq 20 m$$

Και με βάση την παραπάνω συνάρτηση κατασκευάζουμε τη γραφική παράσταση $E = f(h)$:



Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2

2.1 Δύο κινητά με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, κινούνται με σταθερές ταχύτητες $\vec{v}_1$ και $\vec{v}_2$ αντίστοιχα. Αν για τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο κινητών ισχύει η σχέση $v_1 = 2 \cdot v_2$ και οι κινητικές τους ενέργειες είναι ίσες ($K_1 = K_2$), για τις μάζες τους ισχύει η σχέση:

A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

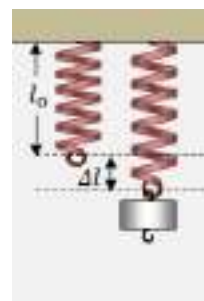
- i. $m_1 = 4 \cdot m_2$ ii. $m_2 = 4 \cdot m_1$ iii. $m_1 = 2 \cdot m_2$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 8

2.2 Σε μια υποθετική εργαστηριακή άσκηση, μαθητές χρησιμοποίησαν ένα ελατήριο, με φυσικό μήκος l_0 , το οποίο συμπεριφέρεται ως ιδανικό, υπακούοντας στον νόμο του Hooke. Τοποθέτησαν το ελατήριο σε κατακόρυφη διεύθυνση, στερεώνοντας το πάνω μέρος του σε ακλόνητο σημείο. Στη συνέχεια κρεμούσαν στο κάτω άκρο του διάφορα βαρίδια και μετρούσαν την επιμήκυνση Δl του ελατηρίου, όταν αυτά ισορροπούσαν.



Στον πίνακα που ακολουθεί, κάθε κατακόρυφη στήλη δίνει ένα ζευγάρι τιμών της μάζας του βαριδιού που κρέμασαν στο ελατήριο (m) και της επιμήκυνσης (Δl) που αυτό προκάλεσε στο ελατήριο.

Μάζα (m) (g)	100		400	
Επιμήκυνση (Δl) (cm)	4	8		12

A. Να συμπληρώσετε τα κενά του πίνακα

Μονάδες 4

B. Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

2.1

A. Σωστή η απάντηση ii

B. Για τις κινητικές ενέργειες των δύο σωμάτων δίνεται ότι ισχύει η σχέση:

$$K_1 = K_2, \text{ δηλαδή } \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 \quad (1)$$

Αλλά για τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σωμάτων δίνεται ότι ισχύει:

$$v_1 = 2 \cdot v_2 \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$m_1 \cdot (2 \cdot v_2)^2 = m_2 \cdot v_2^2$$

$$\text{ή } 4 \cdot m_1 \cdot v_2^2 = m_2 \cdot v_2^2$$

$$\text{και τελικά } m_2 = 4 \cdot m_1$$

2.2

A.

Μάζα (m) (g)	100	200	400	300
Επιμήκυνση (Δl) (cm)	4	8	16	12

B. Σύμφωνα με τον νόμο του Hooke, η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι ανάλογη με το μέτρο της δύναμης που την προκαλεί.

Δίνεται ότι το βάρος μάζας 100 g, προκάλεσε επιμήκυνση 4 cm.

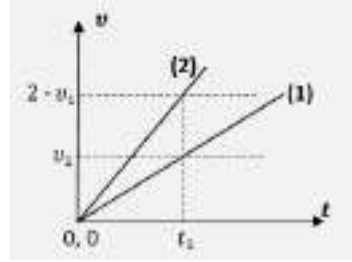
Διπλάσια επιμήκυνση (8 cm) θα προκαλείται από διπλάσιο βάρος, άρα και διπλάσια μάζα (200 g).

Τετραπλάσια μάζα (400 g), άρα και τετραπλάσιο βάρος, θα προκαλέσει τετραπλάσια επιμήκυνση (16 cm).

Τριπλάσια επιμήκυνση (12 cm), προκαλείται από τριπλάσιο βάρος, άρα από τριπλάσια μάζα (300 g).

ΘΕΜΑ 2

2.1 Δύο κινητά (1) και (2), με μάζες αντίστοιχα m_1 και m_2 , είναι αρχικά ακίνητα πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τα δύο κινητά ξεκινούν ταυτόχρονα τη στιγμή $t_0 = 0$, με την επίδραση σταθερών οριζόντιων δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ αντίστοιχα.



Σε κοινό διάγραμμα, οι γραφικές παραστάσεις (1) και (2), αποδίδουν τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο κινητών, σε συνάρτηση με τον χρόνο.

Αν δίνεται ότι για τις μάζες τους ισχύει η σχέση $m_1 = 4 \cdot m_2$, τότε για τα μέτρα των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$, ισχύει η σχέση:

A. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

i. $F_1 = 2 \cdot F_2$

ii. $F_1 = 4 \cdot F_2$

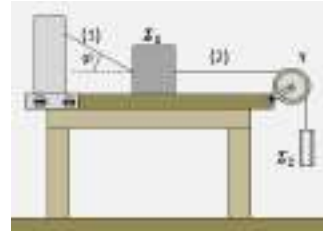
iii. $F_1 = F_2$

Μονάδες 4

B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 8

2.2 Ένα σώμα Σ_1 βάρους $\vec{B}_1$ ισορροπεί ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο πάγκο, με τη βοήθεια δύο νημάτων (1) και (2), όπως στην εικόνα.



Το νήμα (1) συγκρατεί το σώμα Σ_1 , σχηματίζοντας με την οριζόντια διεύθυνση γωνία $\varphi = 60^\circ$, ενώ το άλλο του άκρο είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο.

Το νήμα (2), τεντωμένο και οριζόντιο, περνάει από το αυλάκι μιας τροχαλίας και δένεται στο πάνω μέρος σώματος Σ_2 βάρους $\vec{B}_2$, το οποίο ισορροπεί ελεύθερο. Η τροχαλία είναι στερεωμένη στο άκρο του πάγκου και ανάμεσα στο νήμα και το αυλάκι της δεν δημιουργούνται τριβές. και ανάμεσα στο νήμα και το αυλάκι της δεν δημιουργούνται τριβές.

Για τη γωνία $\varphi = 60^\circ$ δίνονται οι τριγωνομετρικοί αριθμοί $\eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ και $\sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}$.

Το μέτρο της δύναμης $\vec{T}_1$ (τάσης), την οποία ασκεί το νήμα (1) στο σώμα Σ_1 , είναι:

A. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

i. $T_1 = 2 \cdot B_1$

ii. $T_1 = \frac{2 \cdot B_2 \cdot \sqrt{3}}{3}$

iii. $T_1 = 2 \cdot B_2$

Μονάδες 4

B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

2.1

Α. Σωστή η απάντηση i.

Β. Χρησιμοποιώντας το δεδομένο διάγραμμα, μπορούμε να βρούμε σχέση για τα μέτρα των επιταχύνσεων των δύο σωμάτων:

$$a_1 = \left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)_1 = \frac{v_1}{t_1} \quad (1)$$

$$a_2 = \left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)_2 = \frac{2 \cdot v_1}{t_1} \quad (2)$$

Διαιρώντας (1) και (2) κατά μέλη:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\frac{v_1}{t_1}}{\frac{2 \cdot v_1}{t_1}} = \frac{v_1 \cdot t_1}{2 \cdot v_1 \cdot t_1} = \frac{1}{2} \quad \text{ή} \quad a_2 = 2 \cdot a_1 \quad (3)$$

Με τη βοήθεια της σχέσης (3) και του θεμελιώδους νόμου της μηχανικής;

$$\frac{F_2}{m_2} = 2 \cdot \frac{F_1}{m_1}, \quad \text{οπότε ισχύει:} \quad F_1 = F_2 \cdot \frac{m_1}{2 \cdot m_2} = F_2 \cdot \frac{4 \cdot m_2}{2 \cdot m_2} = 2 \cdot F_2$$

2.2

Α. Σωστή η απάντηση iii.

Β. Το σώμα Σ_2 ισορροπεί κρεμασμένο κατακόρυφα, με την επίδραση του βάρους του $\vec{B}_2$ και της τάσης $\vec{T}_2$ του νήματος. Άρα:

$$T_2 = B_2 \quad (1)$$

Η τροχαλία είναι ακίνητη και ανάμεσα στο αυλάκι της και το νήμα δεν δημιουργούνται τριβές, με αποτέλεσμα το νήμα να ασκεί στα άκρα του δυνάμεις του ίδιου μέτρου:

$$T_2' = T_2 \quad (2)$$

Το σώμα Σ_1 ισορροπεί ακίνητο με την επίδραση του βάρους του $\vec{B}_1$, της τάσης $\vec{T}_2'$ του νήματος (2), της πλάγιας τάσης $\vec{T}_1$ του νήματος (1) και της κάθετης δύναμης στήριξης $\vec{N}$ από το οριζόντιο λείο δάπεδο. Δημιουργούμε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων, έναν οριζόντιο $x'x$ και έναν κατακόρυφο $y'y$ και αναλύουμε την πλάγια δύναμη $\vec{T}_1$, στους άξονες αυτούς, όπως στο σχήμα.

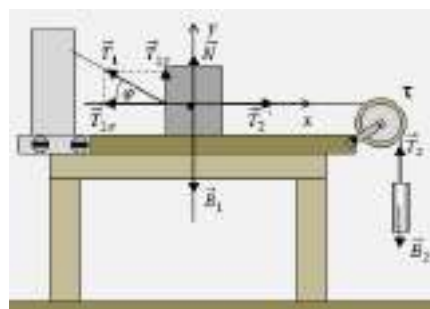
Από την ισορροπία των δυνάμεων στον άξονα $x'x$:

$$\Sigma F_x = T_2' - T_{1x} = 0$$
$$\text{ή} \quad T_{1x} = T_2' \quad (3)$$

$$\text{Όμως ισχύει} \quad T_{1x} = T_1 \cdot \sin \varphi = T_1 \cdot \sin 60^\circ = \frac{T_1}{2} \quad (4)$$

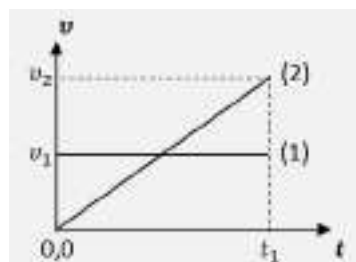
Συνδυάζοντας τις εξισώσεις (1), (2), (3) και (4), προκύπτει:

$$\frac{T_1}{2} = B_2 \quad \text{και τελικά} \quad T_1 = 2 \cdot B_2$$



ΘΕΜΑ 2

2.1 Ένα περιπολικό [κινητό (2)], είναι αρχικά ακίνητο σε ευθύγραμμο δρόμο μεγάλου μήκους. Τη στιγμή $t_0 = 0$, ένα αυτοκίνητο [κινητό (1)], προσπερνάει το περιπολικό κινούμενο ευθύγραμμα στον ίδιο δρόμο με σταθερή ταχύτητα μέτρου v_1 . Αμέσως το περιπολικό αρχίζει να κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση, καταδιώκοντας το αυτοκίνητο και καταφέρνει να το φτάσει τη στιγμή t_1 . Οι διαστάσεις των δύο κινητών μπορούν να αγνοηθούν σε σχέση με τα μήκη των δύο κινήσεων. Στο διάγραμμα αποδίδονται τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο κινητών σε συνάρτηση με το χρόνο.



Τη στιγμή t_1 , κατά την οποία το περιπολικό έφτασε το αυτοκίνητο, για το μέτρο της ταχύτητάς του ισχύει:

A. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

i. $v_2 = 3 \cdot v_1$

ii. $v_2 = 2 \cdot v_1$

iii. $v_2 = 1,5 \cdot v_1$

Μονάδες 4

B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 8

2.2 Στις μεγάλες φωτιές της Αττικής τον Αύγουστο του 2021, στην πυρόσβεση πήραν μέρος και στρατιωτικά ελικόπτερα chinook, που έχουν πάρει το όνομά τους από την Αμερικάνικη φυλή των ινδιάνων Σινούκ.

Στην εικόνα βλέπετε ένα από αυτά, να μεταφέρει νερό σε κάδο που έχει δεθεί με σχοινί από το ελικόπτερο. Το βάρος του κάδου μαζί με το νερό που μεταφέρει έχει μέτρο B .



Για κάποιο χρονικό διάστημα το ελικόπτερο κινείται οριζόντια, με σταθερή ταχύτητα $\vec{v}$. Το σχοινί που κρατάει τον κάδο, είναι συνεχώς τεντωμένο και σχηματίζει σταθερή γωνία φ με την κατακόρυφη διεύθυνση, για την οποία δίνονται οι τριγωνομετρικοί αριθμοί $\eta\mu\varphi = 0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8$.

Αν η οριζόντια αντίσταση του αέρα $\vec{F}$ στον κάδο, είναι σταθερή δύναμη, για το μέτρο της ισχύει:

A. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

i. $F = B$

ii. $F = \frac{4}{3} \cdot B$

iii. $F = \frac{3}{4} \cdot B$

Μονάδες 4

B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

2.1

A. Σωστή η απάντηση ii.

B. Οι μετατοπίσεις των δύο κινητών μέχρι τη στιγμή t_1 κατά την οποία το περιπολικό φτάνει το προπορευόμενο αυτοκίνητο, μπορούν να υπολογιστούν ως εμβαδά των σχημάτων που δημιουργούνται ανάμεσα στη γραφική παράσταση ταχύτητας-χρόνου και τον άξονα χρόνων, ως τότε.

$$\Delta x_1 = E_{\mu\beta.}^{ABZ\Delta} = (A\Delta) \cdot (AB) = v_1 \cdot t_1 \quad (1)$$

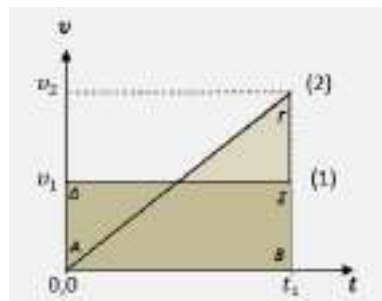
$$\Delta x_2 = E_{\mu\beta.}^{AB\Gamma} = \frac{(B\Gamma) \cdot (AB)}{2} = \frac{v_2 \cdot t_1}{2} \quad (2)$$

Από τη στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη στιγμή t_1 , οι μετατοπίσεις των δύο οχημάτων, τα οποία μπορούμε να θεωρήσουμε σημειακά αντικείμενα, είναι ίσες.

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \quad (3)$$

Με τη βοήθεια των σχέσεων (1), (2), (3) συμπεραίνουμε:

$$v_1 \cdot t_1 = \frac{v_2 \cdot t_1}{2}, \text{ και τελικά } v_2 = 2 \cdot v_1$$



2.2

A. Σωστή η απάντηση iii.

B. Επειδή το νήμα που κρατάει τον κάδο είναι συνεχώς τεντωμένο, μη ελαστικό και σχηματίζει σταθερή γωνία με την κατακόρυφη, ο κάδος κινείται οριζόντια, ευθύγραμμα και ομαλά με την ταχύτητα του ελικοπτέρου.

Δημιουργώντας ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων, έναν οριζόντιο $x'x$ και έναν κατακόρυφο

$y'y$, αναλύουμε την τάση του νήματος $\vec{T}$, στους άξονες αυτούς.

Από την ισορροπία των δυνάμεων στον άξονα $y'y$ έχουμε:

$$\Sigma F_y = T_y - B = 0$$

$$\text{ή } T \cdot \sin\varphi = B, \text{ οπότε } T = \frac{B}{0,8} \quad (1)$$

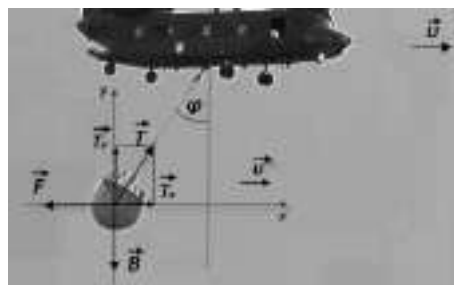
Από την ισορροπία των δυνάμεων στον άξονα $x'x$ έχουμε:

$$\Sigma F_x = T_x - F = 0$$

$$\text{ή } T \cdot \eta\mu\varphi = F, \text{ οπότε } F = 0,6 \cdot T \quad (2)$$

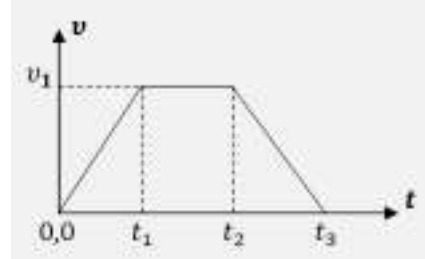
Με τη βοήθεια των σχέσεων (1) και (2), προκύπτει:

$$F = 0,6 \cdot \frac{B}{0,8} = \frac{0,6}{0,8} \cdot B = \frac{3}{4} \cdot B$$



ΘΕΜΑ 2

2.1 Σημειακό αντικείμενο, είναι αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο και τη στιγμή $t_0 = 0$ αρχίζει να κινείται ευθύγραμμα. Στο διπλανό διάγραμμα η γραφική παράσταση αποδίδει το μέτρο της ταχύτητας του αντικειμένου, σε συνάρτηση με τον χρόνο, από τη στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη στιγμή t_3 .



Αν δίνεται ότι για τις χρονικές στιγμές που φαίνονται στο διάγραμμα ισχύουν οι σχέσεις $t_2 = 2 \cdot t_1$ και $t_3 = 3 \cdot t_1$, τότε για το μέτρο $\bar{v}$ της μέσης ταχύτητας του αντικειμένου από την έναρξη της κίνησής του μέχρι τη στιγμή t_3 και το μέτρο v_1 της ταχύτητάς του τη στιγμή t_1 , ισχύει η σχέση:

A. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

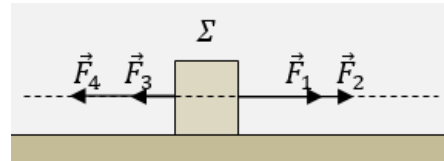
- i. $\bar{v} = v_1$ ii. $\bar{v} = \frac{v_1}{3}$ iii. $\bar{v} = \frac{2}{3} \cdot v_1$

Μονάδες 4

B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 8

2.2 Ένα σώμα Σ , μάζας m , ισορροπεί ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο, με την επίδραση των δυνάμεων $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ και $\vec{F}_4$, όπως στο σχήμα. Για τα μέτρα των δυνάμεων αυτών ισχύουν οι σχέσεις $F_2 = 1,5 \cdot F_1$ και $F_4 = 2 \cdot F_1$.



Αν κάποια στιγμή καταργηθεί η δύναμη $\vec{F}_4$, ενώ διατηρούνται οι υπόλοιπες δυνάμεις, το σώμα θα αρχίσει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση $\vec{a}$, για το μέτρο της οποίας θα ισχύει:

A. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

- i. $a = \frac{2 \cdot F_1}{m}$ ii. $a = \frac{F_1}{m}$ iii. $a = \frac{3 \cdot F_1}{m}$

Μονάδες 4

B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας

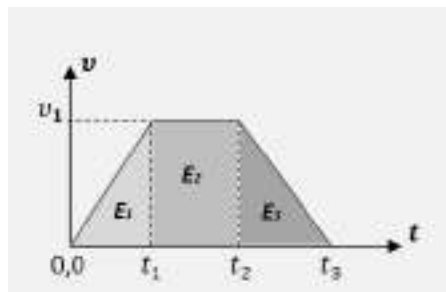
Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

2.1

A. Σωστή η απάντηση iii.

B. Μπορούμε να υπολογίσουμε το μέτρο της συνολικής μετατόπισης του αντικειμένου, ως το συνολικό εμβαδόν του σχήματος που δημιουργείται από τη γραφική παράσταση και τον άξονα του χρόνου, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι την χρονική στιγμή t_3 , προσθέτοντας τα εμβαδά E_1, E_2, E_3 , καθένα από τα οποία αντιστοιχεί στην μετατόπιση του αντικειμένου στο αντίστοιχο χρονικό διάστημα. Δηλαδή:



$$\Delta x_{ολ.} = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = \frac{v_1 \cdot t_1}{2} + v_1 \cdot (t_2 - t_1) + \frac{v_1 \cdot (t_3 - t_2)}{2}$$

$$\text{ή} \quad \Delta x_{ολ.} = \frac{v_1 \cdot t_1}{2} + v_1 \cdot t_1 + \frac{v_1 \cdot t_1}{2} = 2 \cdot v_1 \cdot t_1$$

Η μέση κατά μέτρο ταχύτητα του αντικειμένου είναι:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x_{ολ.}}{\Delta t} = \frac{\Delta x_{ολ.}}{t_3} = \frac{2 \cdot v_1 \cdot t_1}{3 \cdot t_1} = \frac{2}{3} \cdot v_1$$

2.2

A. Σωστή η απάντηση i.

B. Αρχικά το σώμα ισορροπεί. Στην οριζόντια διεύθυνση, για τα μέτρα των δυνάμεων ισχύει:

$$\Sigma F = F_1 + F_2 - F_3 - F_4 = 0$$

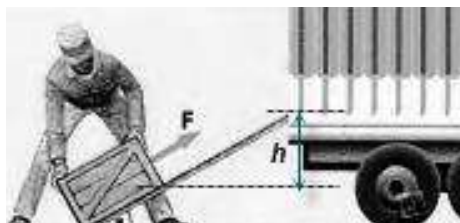
$$\text{ή} \quad F_3 = F_1 + F_2 - F_4 = F_1 + 1,5 \cdot F_1 - 2 \cdot F_1 = 0,5 \cdot F_1$$

Αν καταργηθεί η δύναμη $\vec{F}_4$, τότε το σώμα επιταχύνεται προς την κατεύθυνση των δυνάμεων $\vec{F}_1, \vec{F}_2$. Εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής:

$$\mathbf{a} = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{F_1 + F_2 - F_3}{m} = \frac{F_1 + 1,5 \cdot F_1 - 0,5 \cdot F_1}{m} = \frac{2 \cdot F_1}{m}$$

ΘΕΜΑ 4

Ένας εργάτης, στην προσπάθειά του να ανεβάσει ένα βαρύ κιβώτιο μάζας $m = 40 \text{ kg}$ στην καρότσα φορτηγού, χρησιμοποιεί μια μεταλλική ράμπα, η οποία από την συνεχή χρήση, μπορεί να θεωρηθεί εντελώς λεία. Ο εργάτης στερέωσε την ράμπα στο δάπεδο και στην καρότσα του φορτηγού, με τέτοιο τρόπο ώστε να είναι ακλόνητη και να σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία $\varphi = 30^\circ$ για την οποία δίνεται $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$.



Για να ανεβάσει το κιβώτιο, ασκεί σταθερή δύναμη $\vec{F}$, με διεύθυνση παράλληλη προς το επίπεδο της ράμπας. Το αποτέλεσμα είναι να κινεί το κιβώτιο ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα $\vec{v}$, μέτρου $v = 0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Τελικά ο εργάτης μετακίνησε το κιβώτιο κατά ύψος $h = 1,2 \text{ m}$, όπως στην εικόνα.

Να υπολογίσετε:

4.1 το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$,

Μονάδες 7

4.2 τη χρονική διάρκεια της μετακίνησης του κιβωτίου κατά το ύψος h ,

Μονάδες 6

4.3 το έργο της δύναμης $\vec{F}$,

Μονάδες 6

4.4 την αύξηση της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του κιβωτίου κατά την παραπάνω μετατόπισή του.

Μονάδες 6

Δίνεται ότι:

το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας είναι $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$,

οι αντιστάσεις αέρα αγνοούνται,

η κατακόρυφη μετατόπιση κατά h , αναφέρεται στο κέντρο του κιβωτίου.

ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

4.1 Δημιουργούμε ένα σύστημα ορθογώνιων αξόνων, $x'x$ παράλληλα με την ράμπα με θετική κατεύθυνση προς τα πάνω και $y'y$ κάθετα σε αυτή και θετική φορά προς τα πάνω.

Αναλύουμε το βάρος $\vec{B}$ σε δύο συνιστώσες $\vec{B}_x$ και $\vec{B}_y$ στους άξονες αυτούς.

Στον άξονα $x'x$ το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα και σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα, οι δυνάμεις ισορροπούν:

$$\Sigma F_x = F - B_x = 0$$

$$\text{ή } F = B_x = B \cdot \eta\mu\varphi = m \cdot g \cdot \eta\mu 30^\circ = 40 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} \text{ N} = 200 \text{ N}$$

4.2 Για το διάστημα S κατά το οποίο μετακινήθηκε το κιβώτιο και το ύψος h κατά το οποίο ανέβηκε, με την βοήθεια της τριγωνομετρίας, ισχύει:

$$\eta\mu\varphi = \frac{h}{S}, \text{ άρα } S = \frac{h}{\eta\mu\varphi} = 2 \cdot h = 2,4 \text{ m}$$

Η κίνηση του κιβωτίου είναι ευθύγραμμη ομαλή και ισχύει:

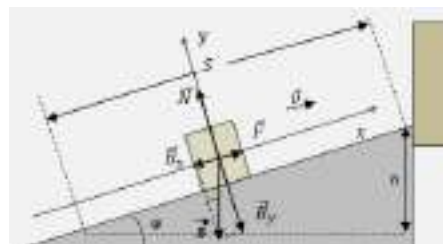
$$v = \frac{S}{\Delta t}, \text{ άρα } \Delta t = \frac{S}{v} = \frac{2,4}{0,2} \text{ s} = 12 \text{ s}$$

4.3 Υπολογίζουμε το έργο της δύναμης του εργάτη:

$$W_F = F \cdot S = 200 \text{ N} \cdot 2,4 \text{ m} = 480 \text{ J}$$

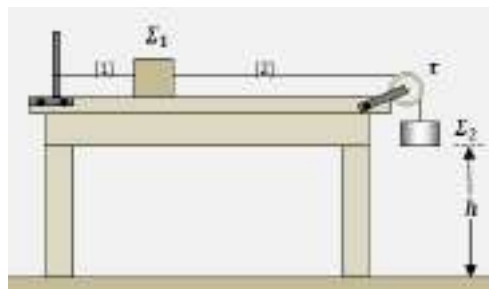
4.4 Η δυναμική ενέργεια του κιβωτίου αυξήθηκε κατά:

$$\Delta U = m \cdot g \cdot h = 40 \cdot 10 \cdot 1,2 \text{ J} = 480 \text{ J}$$



ΘΕΜΑ 4

Ένα μικρό κιβώτιο μάζας $m_1 = 600 \text{ g}$, σχήματος κύβου (σώμα Σ_1), βρίσκεται πάνω σε πάγκο, η επιφάνεια του οποίου μπορεί να θεωρηθεί εντελώς λεία. Το κιβώτιο είναι δεμένο από αριστερά με οριζόντιο και τεντωμένο νήμα (1) από ακλόνητο σημείο και από δεξιά με οριζόντιο και τεντωμένο



αβαρές και μη ελαστικό νήμα (2). Τα δύο νήματα είναι στην ίδια ευθεία, στο ύψος του κέντρου του κιβωτίου. Το νήμα (2) περνάει από το αυλάκι μιας τροχαλίας που είναι στερεωμένη στο άλλο άκρο του πάγκου και δένεται στο πάνω μέρος ενός βαριδιού μάζας $m_2 = 400 \text{ g}$ (σώμα Σ_2), το οποίο κρέμεται κατακόρυφα, όπως στην εικόνα, απέχοντας από το οριζόντιο δάπεδο ύψος $h = 2 \text{ m}$.

Αρχικά όλη η διάταξη ισορροπεί ακίνητη.

Η τροχαλία είναι αβαρής, με αποτέλεσμα το νήμα (2) να ασκεί στα άκρα του δυνάμεις ίσων μέτρων.

4.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_1$ την οποία δέχεται το νήμα (1) από το σώμα Σ_1 .

Μονάδες 6

Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα (1), με αποτέλεσμα το υπόλοιπο σύστημα να κινείται ελεύθερα, μέχρι το σώμα Σ_2 να κτυπήσει στο δάπεδο.

4.2 Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του συστήματος κατά την κίνηση αυτή.

Μονάδες 7

4.3 Να υπολογίσετε την χρονική διάρκεια της κίνησης του συστήματος, από τη στιγμή που κόψαμε το νήμα (1), μέχρι το σώμα Σ_2 να κτυπήσει στο δάπεδο.

Μονάδες 6

4.4 Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ την οποία δέχεται το σώμα Σ_1 από το νήμα (2) στη διάρκεια της κίνησης του συστήματος.

Μονάδες 6

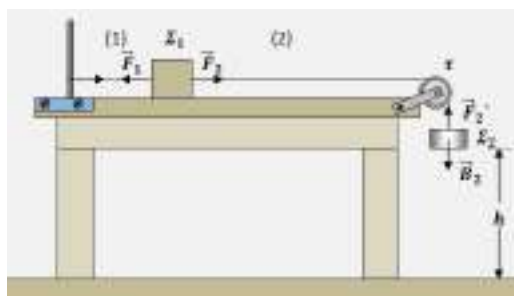
Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ και ότι οι αντιστάσεις του αέρα μπορούν να αγνοηθούν.

ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

4.1 Αρχικά το σύστημα ισορροπεί ακίνητο. Από την ισορροπία δυνάμεων στο σώμα Σ_2 , προκύπτει:

$$\Sigma F_{\Sigma_2} = B_2 - F_2' = 0$$

$$\text{ή } F_2' = B_2 = m_2 \cdot g = 0,4 \cdot 10 \text{ N} = 4 \text{ N}$$



Το νήμα (2) ασκεί στα άκρα του δυνάμεις ίσων μέτρων, άρα:

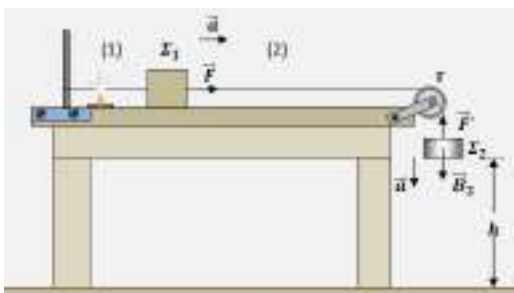
$$F_2 = F_2' = 4 \text{ N}$$

Από την ισορροπία δυνάμεων στο σώμα Σ_1 προκύπτει:

$$\Sigma F_{\Sigma_1} = 0, \text{ άρα } F_2 - F_1 = 0, \text{ οπότε } F_1 = F_2 = 4 \text{ N.}$$

Στο σχήμα έχει σχεδιαστεί η δύναμη $\vec{F}_1$, την οποία δέχεται στο σώμα Σ_1 από το νήμα (1). Σύμφωνα με τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα (δράση -αντίδραση), το νήμα (1) δέχεται από το σώμα Σ_1 αντίθετη δύναμη. Άρα το μέτρο της δύναμης που δέχεται το νήμα από το σώμα Σ_1 είναι επίσης 4 N.

4.2 Μόλις κοπεί το νήμα, όπως φαίνεται και στη διπλανή εικόνα, το σύστημα αρχίζει να κινείται με επιτάχυνση $\vec{a}$, καθώς το δάπεδο του πάγκου είναι εντελώς λείο.



Το βάρος του σώματος Σ_1 εξουδετερώνεται από την δύναμη στήριξης του πάγκου. Οι δυνάμεις που ασκεί το νήμα είναι εσωτερικές για το σύστημα νήμα-σώματα, συνεπώς εξουδετερώνονται από τις δυνάμεις που δέχεται το νήμα από τα Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα. Συνεπώς, η μόνη δύναμη που κινεί το σύστημα των δύο σωμάτων είναι το βάρος του Σ_2 .

Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σύστημα των δύο σωμάτων (η μάζα του νήματος δεν συνυπολογίζεται, αφού θεωρείται αβαρές:

$$\Sigma F_{\Sigma_1, \Sigma_2} = (m_1 + m_2) \cdot a$$

$$\text{ή } a = \frac{m_2 \cdot g}{m_1 + m_2} = \frac{400}{1000} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

4.3 Τα σώματα του συστήματος εκτελούν ευθύγραμμες ομαλά επιταχυνόμενες κινήσεις, χωρίς αρχική ταχύτητα, με ίσες κατά μέτρο επιταχύνσεις και η μετατόπιση του καθενός, είναι ίση με το ύψος h , που διανύει το σώμα Σ_2 μέχρι να κτυπήσει στο δάπεδο. Ισχύει:

$$\Delta x = h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2, \text{ άρα } t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{a}} = 1 \text{ s}$$

4.4 Κατά την παραπάνω κίνηση του συστήματος, το σώμα Σ_1 δέχεται οριζόντια μόνο την δύναμη $\vec{F}$ του νήματος (2), η οποία το επιταχύνει. Εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής μόνο για το σώμα Σ_1 , έχουμε:

$$F = m_1 \cdot a = 0,6 \cdot 4 \text{ N} = 2,4 \text{ N}$$

Η μετατόπιση του σώματος Σ_1 , μέχρι το Σ_2 να κτυπήσει στο δάπεδο, είναι κατά μέτρο ίση με το ύψος h . Έτσι για το έργο της δύναμης που δέχεται το σώμα Σ_1 από το νήμα στη διάρκεια αυτής της κίνησης ισχύει:

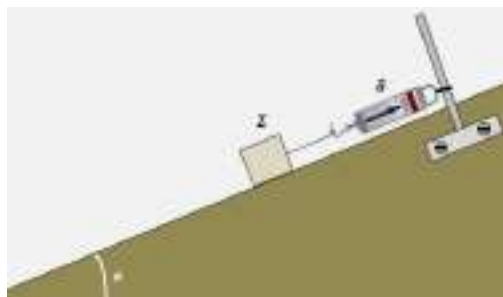
$$W_F = F \cdot \Delta x_1 = F \cdot h = 2,4 \cdot 2 \text{ J} = 4,8 \text{ J}$$

Φυσικά το Σ_1 λόγω αδράνειας, συνεχίζει να κινείται και μετά την στιγμή 1 s, τουλάχιστον μέχρι να συγκρουστεί με την τροχαλία. Όμως, αφού το Σ_2 έχει φτάσει στο δάπεδο, το νήμα έχει χαλαρώσει, συνεπώς η δύναμη F μηδενίζεται, άρα το έργο είναι πράγματι αυτό που υπολογίσαμε.

ΘΕΜΑ 4

Ένας μεταλλικός κύβος βρίσκεται πάνω σε λείο πλάγιο δάπεδο γωνίας κλίσης φ , για την οποία δίνονται οι τριγωνομετρικοί αριθμοί: $\eta\mu\varphi = 0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8$.

Ο κύβος έχει δεθεί με αβαρές και μη ελαστικό νήμα στον γάντζο δυναμόμετρου, του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητο, έτσι ώστε τόσο το τεντωμένο νήμα, όσο και το δυναμόμετρο να προσανατολίζονται παράλληλα στο κεκλιμένο δάπεδο, χωρίς να έχουν επαφή μαζί του, όπως στην εικόνα.



Η διάταξη ισορροπεί με τα σώματα ακίνητα και η ένδειξη του δυναμόμετρου είναι 6 N.

4.1 Να υπολογίσετε τη μάζα του κύβου.

Μονάδες 6

Κάποια στιγμή κόψαμε το νήμα οπότε κύβος άρχισε να ολισθαίνει πάνω στο λείο κεκλιμένο δάπεδο, που έχει αρκετά μεγάλο μήκος.

Να υπολογίσετε:

4.2 το μέτρο της επιτάχυνσης του κύβου μετά το κόψιμο του νήματος,

Μονάδες 6

4.3 το μέτρο της δύναμης που δέχεται ο κύβος από το κεκλιμένο δάπεδο,

Μονάδες 6

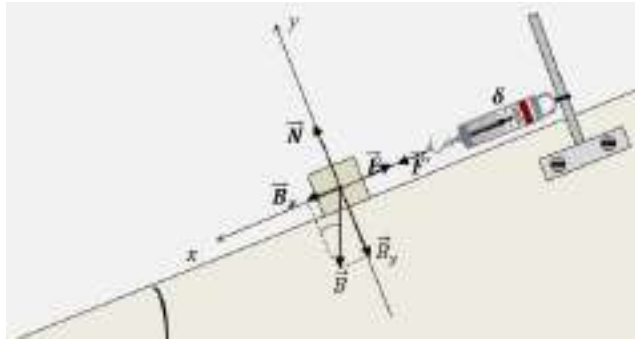
4.4 την κινητική ενέργεια του κύβου, όταν το κέντρο του έχει κατέβει κατακόρυφα κατά $h = 45 \text{ cm}$ από την αρχική του θέση.

Μονάδες 7

Το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας δίνεται $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ και οι αντιστάσεις αέρα αγνοούνται.

ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

4.1 Η ένδειξη του δυναμόμετρου είναι ίση με το μέτρο της δύναμης που ασκεί ο γάντζος του. Με βάση τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα, αυτή ισούται κατά μέτρο με την δύναμη F' που ασκεί το άνω άκρο του νήματος στο δυναμόμετρο. Το αβαρές νήμα ασκεί στα άκρα του



δυνάμεις αντίθετες. Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ την οποία δέχεται ο κύβος από το νήμα, είναι ίσο με το μέτρο της δύναμης $\vec{F}'$ την οποία δέχεται ο γάντζος από το νήμα. Καταλήγουμε λοιπόν ότι η ένδειξη του δυναμόμετρου ισούται με το μέτρο της δύναμης που δέχεται το σώμα από το νήμα, δηλαδή $F = 6 \text{ N}$.

Δημιουργούμε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων, έναν x' παράλληλα στο κεκλιμένο δάπεδο και έναν y' κάθετα σε αυτό. Αναλύουμε το βάρος του σώματος σε δύο συνιστώσες $\vec{B}_x$ και $\vec{B}_y$ στους άξονες αυτούς, για τα μέτρα των οποίων ισχύουν:

$$B_x = B \cdot \eta\mu\varphi = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi \quad \text{και} \quad B_y = B \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$$

Το σώμα ισορροπεί. Στον άξονα x' ισχύει:

$$\Sigma F_x = B_x - F = 0$$

$$\text{Άρα: } F = F' = B_x = 6 \text{ N}$$

$$\text{ή } m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = 6 \text{ N} \quad \text{και τελικά } m = \frac{6}{10 \cdot 0,6} \text{ kg} = 1 \text{ kg}$$

4.2 Μετά το κόψιμο του νήματος το σώμα κινείται με επιτάχυνση πάνω στο κεκλιμένο δάπεδο, μόνο με την επίδραση της συνιστώσας $\vec{B}_x$ του βάρους του. Εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής:



$$\Sigma F_x = m \cdot a$$

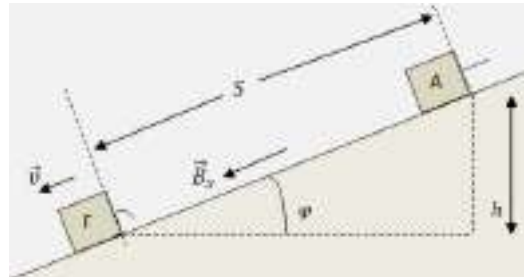
$$a = \frac{B_x}{m} = \frac{m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi}{m} = g \cdot \eta\mu\varphi = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

4.3 Από το λείο κεκλιμένο δάπεδο, ο κύβος δέχεται μόνο την κάθετη δύναμη στήριξης $\vec{N}$. Από την ισορροπία των δυνάμεων στον άξονα y' ισχύει:

$$\Sigma F_y = N - B_y = 0, \text{ οπότε } N = B_y = m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 1 \cdot 10 \cdot 0,8 \text{ N} = 8 \text{ N}$$

4.4 Όταν ο κύβος έχει κατέβει κατακόρυφα κατά h , έχει διανύσει κατά μήκος του κεκλιμένου ένα διάστημα S και με την βοήθεια της τριγωνομετρίας, ισχύει:

$$\eta\mu\varphi = \frac{h}{S}$$



Άρα
$$S = \frac{h}{\eta\mu\varphi} = \frac{0,45}{0,6} \text{ m} = \frac{45}{60} \text{ m} = \frac{3}{4} \text{ m}$$

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για την κίνηση του κύβου στο κεκλιμένο δάπεδο:

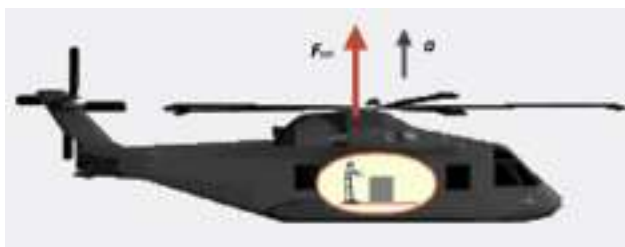
$$\Delta K_{A \rightarrow \Gamma} = W_{B_x(A \rightarrow \Gamma)}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - 0 = B_x \cdot S$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi \cdot S}{m}} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,6 \cdot \frac{3}{4}} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ΘΕΜΑ Δ

Ένα ελικόπτερο αρχικά αιωρείται ακίνητο στον αέρα, με τη βοήθεια κατακόρυφης ανυψωτικής δύναμης $\vec{F}_{αν}$, η οποία δημιουργείται από την



αλληλεπίδραση των πτερυγίων της έλικας που περιστρέφεται οριζόντια και του αέρα. Με κατάλληλους χειρισμούς του πιλότου, αυξάνεται το μέτρο της ανυψωτικής δύναμης και το ελικόπτερο αρχίζει να ανεβαίνει κατακόρυφα με σταθερή επιτάχυνση $\vec{a}$, μέτρου $a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Η συνολική μάζα του ελικοπτήρου, μαζί με τους επιβαίνοντες και τα φορτία που μεταφέρει είναι $M = 5 \cdot 10^3 \text{ kg}$. Στην διάρκεια αυτής της κατακόρυφης κίνησης του ελικοπτήρου, το δάπεδό του είναι οριζόντιο και πάνω σε αυτό βρίσκεται ένα κιβώτιο μάζας $m = 20 \text{ kg}$.

4.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης $\vec{F}_{αν}$, η οποία αρχικά καταφέρνει να διατηρεί ακίνητο, αιωρούμενο στον αέρα, το ελικόπτερο.

Μονάδες 6

4.2 Να υπολογίσετε το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης $\vec{F}_{αν}'$, η οποία καταφέρνει να ανεβάζει το ελικόπτερο με επιτάχυνση $\vec{a}$.

Μονάδες 6

4.3 Να υπολογίσετε το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης $\vec{N}$, την οποία δέχεται το κιβώτιο από το δάπεδο του ελικοπτήρου, στη διάρκεια αυτής της κατακόρυφης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης.

Μονάδες 7

4.4 Πόση ενέργεια μεταφέρθηκε στο κιβώτιο, κατά την κατακόρυφη αυτή κίνηση και σε χρονική διάρκεια κατά την οποία το ελικόπτερο ανέβηκε κατά $h = 20 \text{ m}$ από την θέση στην οποία αρχικά αιωρείται ακίνητο;

Μονάδες 6

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

4.1 Αρχικά το ελικόπτερο διατηρείται ακίνητο στον αέρα, με την επίδραση της ανυψωτικής δύναμης που δέχεται από την έλικα $\vec{F}_{αν.}$ και του (συνολικού) βάρους του $\vec{B}$. Σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα ισχύει:

$$\Sigma F = F_{αν.} - B = 0$$

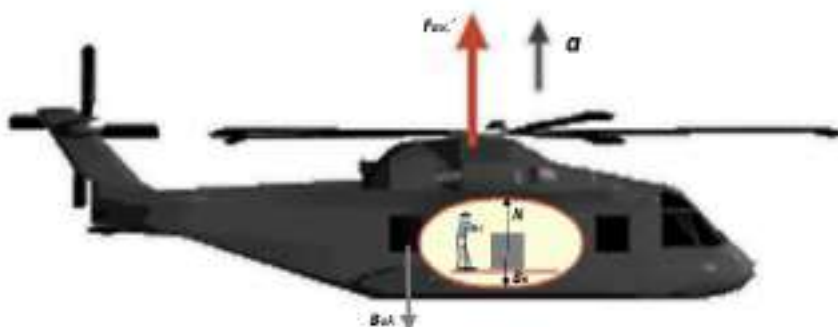
$$\text{ή } F_{αν.} = B = M \cdot g = 5 \cdot 10^4 \text{ N}$$

4.2 Η ανυψωτική δύναμη αυξάνεται και ανεβάζει κατακόρυφα το ελικόπτερο με σταθερή επιτάχυνση. Σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα ισχύει:

$$\Sigma F = F_{αν.}' - B = M \cdot a$$

$$\text{ή } F_{αν.}' = B + M \cdot a = M \cdot g + M \cdot a = M \cdot (g + a) = 5 \cdot 12 \cdot 10^3 \text{ N} = 6 \cdot 10^4 \text{ N}$$

4.3 Το κιβώτιο ανεβαίνει προς τα πάνω με την επιτάχυνση του ελικόπτερου, με την επίδραση της κατακόρυφης δύναμης στήριξης $\vec{N}$, την οποία δέχεται από το οριζόντιο δάπεδο του ελικοπτέρου και του βάρους του $\vec{B}_κ$.



Εφαρμόζοντας για το κιβώτιο τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα:

$$\Sigma F_{κιβ.} = N - B_κ = m_κ \cdot a$$

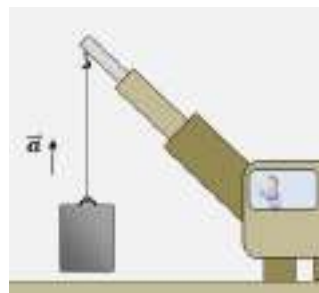
$$\text{ή } N = B_κ + m \cdot a = m \cdot g + m \cdot a = m \cdot (g + a) = 20 \cdot 12 \text{ N} = 240 \text{ N}$$

4.4 Κατά το ανέβασμα του ελικοπτέρου, ενέργεια προσφέρεται σε αυτό, μέσω του έργου της κατακόρυφης δύναμης $\vec{N}$, την οποία δέχεται από το δάπεδο του ελικοπτέρου:

$$E_{κιβ.}^{πρ.} = W_N = N \cdot h = 240 \cdot 20 \text{ J} = 4800 \text{ J}$$

ΘΕΜΑ 4

Ένα κιβώτιο μάζας $m = 50 \text{ kg}$, είναι αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο. Το κιβώτιο δέθηκε στο κάτω άκρο κατακόρυφου και τεντωμένου, μη ελαστικού και ανθεκτικού νήματος, το πάνω άκρο του οποίου στερεώθηκε στον γάντζο ενός γερανού. Με την βοήθεια του γερανού, το κιβώτιο ανεβαίνει κατακόρυφα με σταθερή επιτάχυνση $\vec{a}$, μέτρου $a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, όπως φαίνεται στην διπλανή εικόνα.



Να υπολογίσετε:

4.1 το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης $\vec{F}$ την οποία ασκεί το νήμα στο κιβώτιο σε αυτό το ανέβασμα,

Μονάδες 6

4.2 το ύψος κατά το οποίο ανέβηκε το κιβώτιο σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 2 \text{ s}$, από την στιγμή που άρχισε να σηκώνεται από το δάπεδο,

Μονάδες 6

4.3 την ενέργεια που μεταφέρθηκε από τον γερανό στο κιβώτιο κατά την παραπάνω χρονική διάρκεια των 2 s ,

Μονάδες 7

4.4 την αύξηση της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του κιβωτίου κατά την παραπάνω κατακόρυφη ανύψωσή του στον χρόνο των 2 s .

Μονάδες 6

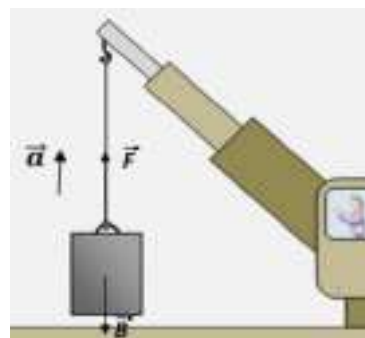
Το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας δίνεται $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ και οι αντιστάσεις του αέρα μπορούν να αγνοηθούν.

ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

4.1 Το κιβώτιο ανεβαίνει κατακόρυφα με την επίδραση της δύναμης $\vec{F}$ που δέχεται από το νήμα (με το οποίο το τραβάει ο γερανός) και του βάρους του. Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής:

$$\Sigma F = F - B = m \cdot a$$

$$F = B + m \cdot a = m \cdot g + m \cdot a = m \cdot (g + a) \\ = 600 \text{ N}$$



4.2 Κατακόρυφα, το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και ισχύει:

$$h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 \text{ m} = 4 \text{ m}$$

4.3 Η ενέργεια που μεταφέρθηκε στο κιβώτιο σε αυτό το χρονικό διάστημα, είναι ίση με το έργο της δύναμης που ασκεί το σχοινί σε αυτό:

$$E_{\pi\rho.} = W_F = F \cdot h = 600 \cdot 4 \text{ J} = 2400 \text{ J}$$

4.4 Καθώς το κιβώτιο ανυψώνεται, αυξάνεται η βαρυτική δυναμική του ενέργεια και ισχύει:

$$\Delta U = m \cdot g \cdot h = 50 \cdot 10 \cdot 4 \text{ J} = 2000 \text{ J}$$

ΘΕΜΑ 4

Ένα κιβώτιο (Κ) μάζας $m = 20 \text{ kg}$, είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε μια οριζόντια παγωμένη επιφάνεια, η οποία μπορεί να θεωρηθεί ως εντελώς λεία. Για να τραβήξουμε το



κιβώτιο, το συνδέσαμε με ανθεκτικό σχοινί σε κατάλληλο ακίνητο μηχανισμό (μ). Τη στιγμή $t_0 = 0$, το σχοινί είναι τεντωμένο και οριζόντιο, ο μηχανισμός αρχίζει να λειτουργεί τραβώντας το κιβώτιο και το σχοινί ασκεί σ' αυτό σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, μέτρου $F = 20 \text{ N}$, όπως στο σχήμα. Το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη κίνηση και τη στιγμή $t_1 = 5 \text{ s}$ περνάει από την παγωμένη επιφάνεια σε άλλο οριζόντιο ομογενές τραχύ δάπεδο, με αποτέλεσμα να εκτελεί κίνηση ευθύγραμμη και ομαλή, με την ταχύτητα που είχε αποκτήσει ως εκείνη τη στιγμή. Ο μηχανισμός μέσω του σχοινιού συνεχίζει να ασκεί στο κιβώτιο, την ίδια πάντα σταθερή δύναμη $\vec{F}$.

Τα δύο δάπεδα στα οποία κινείται το κιβώτιο είναι στο ίδιο επίπεδο, ο χρόνος του περάσμάτος του από το ένα δάπεδο στο άλλο ασήμαντος, το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας θεωρείται $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ και οι αντιστάσεις του αέρα ασημαντες.

4.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του κιβωτίου τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία περνάει από την παγωμένη επιφάνεια στο τραχύ δάπεδο.

4.2 Να κάνετε την γραφική παράσταση του μέτρου της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο από τη στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη στιγμή $t_2 = 10 \text{ s}$ θεωρώντας ότι το κιβώτιο σύρεται με τον τρόπο που περιγράψαμε, χωρίς να συναντά άλλο εμπόδιο.

4.3 Να υπολογίσετε το συντελεστή τριβής ολίσθησης ανάμεσα στο κιβώτιο και το τραχύ δάπεδο.

4.4 Να υπολογίσετε την ενέργεια που μεταφέρθηκε από τον μηχανισμό στο κιβώτιο, μέχρι τη στιγμή t_2 .

ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

4.1 Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για την ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση του κιβωτίου στην παγωμένη επιφάνεια:

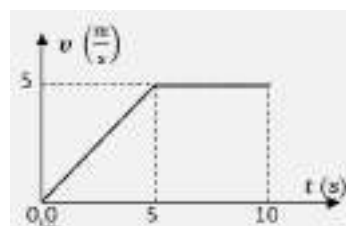
$$a = \frac{F}{m} = \frac{20}{20} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Η ταχύτητα του κιβωτίου τη χρονική στιγμή $t_1 = 5 \text{ s}$ είναι:

$$v_1 = a \cdot t_1 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

4.2 Αφού στην πρώτη φάση της κίνησής του, η επιτάχυνση του κιβωτίου είναι σταθερή, η ταχύτητά του θα είναι ανάλογη του χρόνου. Μετά τη στιγμή $t_1 = 5 \text{ s}$ η ταχύτητα $\vec{v}_1$ που έχει αποκτήσει το κιβώτιο, διατηρείται σταθερή.

Η γραφική παράσταση του μέτρου της ταχύτητας του κιβωτίου, σε συνάρτηση με το χρόνο από τη στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη στιγμή $t_2 = 10 \text{ s}$ αποδίδεται στο διπλανό διάγραμμα.



4.3 Μετά από τη στιγμή $t_1 = 5 \text{ s}$, στο σώμα ασκείται και η δύναμη τριβής $\vec{T}$ από το τραχύ δάπεδο. Δημιουργούμε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων, έναν οριζόντιο x και έναν κατακόρυφο y . Κατακόρυφα οι δυνάμεις ισορροπούν. Άρα ισχύει:

$$\Sigma F_y = N - B = 0, \text{ άρα } N = m \cdot g$$

Εφαρμόζουμε τον νόμο της τριβής ολίσθησης:

$$T = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$$

Επειδή η κίνηση γίνεται με σταθερή ταχύτητα, οι δυνάμεις ισορροπούν και στον οριζόντιο άξονα:

$$\Sigma F_x = F - T = 0$$

$$\text{ή } F = T = \mu \cdot m \cdot g$$

$$\text{οπότε } \mu = \frac{F}{m \cdot g} = \frac{20}{200} = 0,1$$

4.4 Η μετατόπιση $\overrightarrow{\Delta x_1}$ του σώματος μέχρι να συναντήσει το τραχύ δάπεδο, πραγματοποιείται με κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη και το μέτρο της είναι:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 = 12,5 \text{ m}$$

Η μετατόπιση $\overrightarrow{\Delta x_2}$ του σώματος από τη χρονική στιγμή t_1 μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 στο τραχύ δάπεδο, πραγματοποιείται με κίνηση ευθύγραμμη ομαλή και το μέτρο της είναι:

$$\Delta x_2 = v_1 \cdot \Delta t = v_1 \cdot (t_2 - t_1) = 25 \text{ m}$$

Έτσι η συνολική μετατόπιση $\overrightarrow{\Delta x_{ολ}}$ μέχρι τη στιγμή t_2 έχει μέτρο:

$$\Delta x_{ολ} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 37,5 \text{ m}$$

Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ ως τότε είναι:

$$W_F = F \cdot \Delta x_{ολ} = 750 \text{ J}$$

ΘΕΜΑ 4

Το flyboard είναι ένα θαλάσσιο σπόρ, στο οποίο αθλητής είναι στερεωμένος πάνω σε μια βάση, στο κάτω μέρος της οποίας υπάρχουν σωλήνες που εκτοξεύουν προς τα κάτω νερό, με αποτέλεσμα να ασκείται προς τα πάνω δύναμη στη βάση και να ανεβάζουν το σύστημα. Στη διπλανή εικόνα ο αθλητής έχει μάζα $M = 75 \text{ kg}$ και η βάση με τους σωλήνες μάζα $m = 5 \text{ kg}$.



Το σύστημα ξεκινάει από την ηρεμία και από την επιφάνεια της θάλασσας τη στιγμή $t_0 = 0$ και κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με σταθερή επιτάχυνση $\vec{a}$, μέτρου $a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, μέχρι τη στιγμή $t_1 = 2 \text{ s}$.

4.1 Να υπολογίσετε το μέτρο v_1 της ταχύτητας του αθλητή τη στιγμή t_1

Μονάδες 6

Για το χρονικό διάστημα από τη στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη στιγμή t_1 να υπολογίσετε:

4.2 το μέτρο της κατακόρυφης προς τα πάνω δύναμης $\vec{F}$ την οποία δέχεται το σύστημα βάση-αθλητής από τον μηχανισμό,

Μονάδες 6

4.3 το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης $\vec{F}_1$ την οποία δέχεται ο αθλητής από τη βάση στην οποία πατάει,

Μονάδες 6

4.4 την ενέργεια που δόθηκε από τον μηχανισμό στο σύστημα που ανυψώνεται.

Μονάδες 7

Το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας θεωρείται $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ και αντιστάσεις αέρα-νερού αγνοούνται.

ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

4.1 Η κίνηση του αθλητή μέχρι τη στιγμή t_1 είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα. Το μέτρο της ταχύτητάς του τη στιγμή t_1 , υπολογίζεται:

$$v_1 = a \cdot t_1 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

4.2 Εφαρμόζουμε τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για το σύστημα αθλητής-βάση, στην κατακόρυφη διεύθυνση, με θετική την προς τα πάνω φορά:

$$\Sigma F = (M + m) \cdot a$$

$$F - B_{ολ} = (M + m) \cdot a$$

$$F = (M + m) \cdot g + (M + m) \cdot a = (M + m) \cdot (g + a) = 80 \cdot 12 \text{ N} = 960 \text{ N}$$

4.3 Εφαρμόζουμε τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για τον αθλητή, στην κατακόρυφη διεύθυνση, με θετική την προς τα πάνω φορά:

$$\Sigma F' = M \cdot a$$

$$F_1 - B_{αθλ.} = M \cdot a$$

$$F_1 = M \cdot g + M \cdot a = M \cdot (g + a) = 75 \cdot 12 \text{ N} = 900 \text{ N}$$

4.4 Στο χρονικό διάστημα από τη στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη στιγμή $t_1 = 2 \text{ s}$ το σύστημα μετατοπίστηκε κατακόρυφα κατά:

$$h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 \text{ m} = 4 \text{ m}$$

Στη διάρκεια αυτής της κίνησης, ο μηχανισμός προσέφερε ενέργεια, μέσω του έργου της δύναμης $\vec{F}$:

$$E_{\pi\rho.} = W_F = F \cdot h = 960 \cdot 4 \text{ J} = 3840 \text{ J}$$

ΘΕΜΑ 4

Ένα κιβώτιο μάζας $m = 8 \text{ kg}$, συγκρατείται ακίνητο πάνω σε λείο κεκλιμένο δάπεδο, με την βοήθεια οριζόντιας δύναμης $\vec{F}$ όπως στο σχήμα. Το κεκλιμένο δάπεδο σχηματίζει γωνία φ με τον ορίζοντα, για την οποία δίνονται οι τριγωνομετρικοί αριθμοί $\eta\mu\varphi = 0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8$.



4.1 Με σημείο εφαρμογής το γεωμετρικό του κέντρο, να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που δέχεται το κιβώτιο και να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$.

Μονάδες 6

4.2 Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που δέχεται το κιβώτιο από το δάπεδο.

Μονάδες 6

Κάποια στιγμή καταργήθηκε η δύναμη $\vec{F}$ και το κιβώτιο αφέθηκε ελεύθερο να ολισθήσει πάνω στο κεκλιμένο δάπεδο.

Μετά από χρονική διάρκεια κίνησης $\Delta t = 2 \text{ s}$ από τη στιγμή που το κιβώτιο αφέθηκε ελεύθερο να κινηθεί, να υπολογίσετε:

4.3 το μέτρο της ταχύτητας του κιβωτίου,

Μονάδες 7

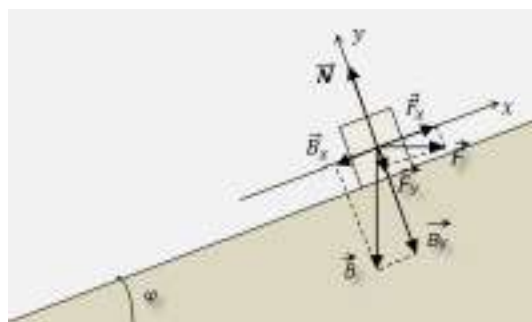
4.4 την ελάττωση της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του κιβωτίου

Μονάδες 6

Το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας θεωρείται $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ και οι αντιστάσεις αέρα μπορούν να αγνοηθούν.

ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

4.1 Δημιουργούμε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων, έναν παράλληλο στο κεκλιμένο $x'x$ και έναν κάθετο στο κεκλιμένο $y'y$ και αναλύουμε το βάρος $\vec{B}$ και τη δύναμη $\vec{F}$ του ανθρώπου στους άξονες αυτούς.



Από την ισορροπία των δυνάμεων στον άξονα x προκύπτει:

$$\Sigma F_x = B_x - F_x = 0$$

$$F \cdot \sin\varphi = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi, \text{ άρα } F = m \cdot g \cdot \frac{\eta\mu\varphi}{\sin\varphi} = 80 \cdot \frac{0,6}{0,8} = 60 \text{ N}$$

4.2 Από την ισορροπία των δυνάμεων στον άξονα y προκύπτει:

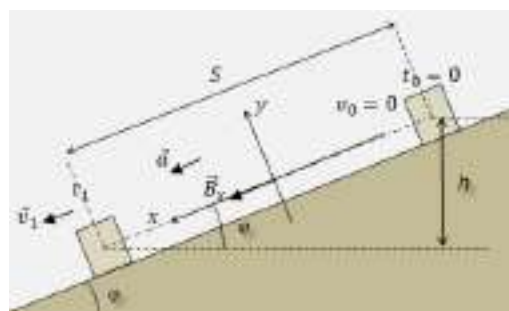
$$\Sigma F_y = N - F_y - B_y = 0$$

$$N = F_y + B_y = F \cdot \eta\mu\varphi + m \cdot g \cdot \sin\varphi = (36 + 64) \text{ N} = 100 \text{ N}$$

4.3 Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο του Νεύτωνα στον άξονα x :

$$\Sigma F_x = m \cdot a$$
$$a = \frac{B_x}{m} = \frac{m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi}{m} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και μετά από 2 s το μέτρο της ταχύτητάς του είναι:



$$v_1 = a \cdot t_1 = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

4.4 Στη χρονική διάρκεια των 2 s μετά την έναρξη της κίνησής του, το κιβώτιο έχει διανύσει πάνω στο κεκλιμένο, διάστημα:

$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 = 12 \text{ m}$$

και έχει κατέβει κατακόρυφα κατά

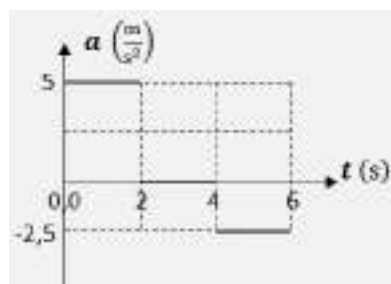
$$h = S \cdot \eta\mu\varphi = 12 \cdot 0,6 \text{ m} = 7,2 \text{ m}$$

Άρα η βαρυτική δυναμική του ενέργεια έχει ελαττωθεί κατά:

$$|\Delta U| = m \cdot g \cdot h = 576 \text{ J}$$

ΘΕΜΑ 4

Ένα μικρό τηλεκατευθυνόμενο αυτοκινητάκι μάζας $m = 400 \text{ g}$, είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Με κατάλληλες εντολές από το χειριστή της τηλεκατεύθυνσης, το αυτοκινητάκι αρχίζει να κινείται ευθύγραμμα πάνω στο δάπεδο, χωρίς να συναντήσει κάποιο εμπόδιο. Στο διπλανό διάγραμμα αποδίδεται η επιτάχυνση του μικρού οχήματος, σε συνάρτηση με το χρόνο για τα έξι πρώτα δευτερόλεπτα της κίνησης.



4.1 Να κάνετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής της συνισταμένης δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο, για τα έξι πρώτα δευτερόλεπτα της κίνησης σε μονάδες του (S.I).

Μονάδες 6

4.2 Να κάνετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση του μέτρου της ταχύτητας του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο, για τα έξι πρώτα δευτερόλεπτα της κίνησης σε μονάδες του (S.I).

Μονάδες 6

4.3 Να υπολογίσετε το μέτρο της μέσης ταχύτητας του αυτοκινήτου για τα έξι πρώτα δευτερόλεπτα της κίνησής του.

Μονάδες 7

4.4 Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης δύναμης από την έναρξη της κίνησης του αυτοκινήτου μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 4 \text{ s}$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

4.1 Για το χρονικό διάστημα από $t_0 = 0$ μέχρι $t_1 = 2$ s, εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής:

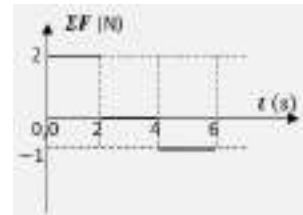
$$\Sigma F = m \cdot a = 0,4 \cdot 5 \text{ N} = 2 \text{ N}$$

Για το χρονικό διάστημα από $t_1 = 2$ s, μέχρι $t_2 = 4$ s η ταχύτητα του αυτοκινήτου διατηρείται σταθερή. Άρα $\Sigma F' = 0$

Για το χρονικό διάστημα από $t_2 = 4$ s, μέχρι $t_3 = 6$ s, εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής:

$$\Sigma F'' = m \cdot a' = 0,4 \cdot (-2,5) \text{ N} = -1 \text{ N}$$

Έτσι η γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το αυτοκινητάκι σε συνάρτηση με τον χρόνο, για τα έξι πρώτα δευτερόλεπτα της κίνησης, αποδίδεται στο διπλανό διάγραμμα.



4.2 Στα πρώτα δύο δευτερόλεπτα η κίνηση του αυτοκινήτου είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα.

Έτσι η ταχύτητά του τη στιγμή $t_1 = 2$ s είναι:

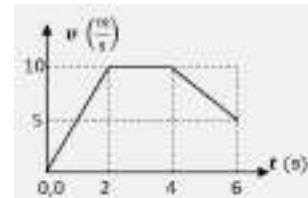
$$v_1 = a \cdot t_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Στα επόμενα δύο δευτερόλεπτα, η ταχύτητα του αυτοκινήτου διατηρείται σταθερή.

Στο χρονικό διάστημα από τη στιγμή $t_2 = 4$ s, μέχρι τη στιγμή $t_3 = 6$ s η κίνηση του αυτοκινήτου είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη με αρχική ταχύτητα την $\vec{v}_1$. Το μέτρο της ταχύτητάς του τη στιγμή $t_3 = 6$ s, είναι:

$$v_2 = v_1 + a' \cdot (t_3 - t_2) = (10 - 2,5 \cdot 2) \frac{\text{m}}{\text{s}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Η γραφική παράσταση του μέτρου της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο για τα πρώτα έξι δευτερόλεπτα της κίνησης αποδίδεται στο διπλανό διάγραμμα.



4.3 Το μέτρο της μετατόπισης του αυτοκινήτου από τη στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη στιγμή $t_1 = 2$ s είναι $\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 = 10 \text{ m}$

Το μέτρο της μετατόπισης του αυτοκινήτου από τη στιγμή $t_1 = 2$ s μέχρι τη στιγμή $t_2 = 4$ s είναι $\Delta x_2 = v_1 \cdot (t_2 - t_1) = 20 \text{ m}$

Το μέτρο της μετατόπισης του αυτοκινήτου από τη στιγμή $t_2 = 4$ s μέχρι τη στιγμή $t_3 = 6$ s είναι $\Delta x_3 = v_1 \cdot (t_3 - t_2) + \frac{1}{2} \cdot a' \cdot (t_3 - t_2)^2 = 15 \text{ m}$

Έτσι το μέτρο της συνολικής μετατόπισης του αυτοκινήτου στα πρώτα έξι δευτερόλεπτα της κίνησης είναι:

$$\Delta x_{ολ} = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = 45 \text{ m}$$

Το μέτρο της μέσης ταχύτητας του αυτοκινήτου στο παραπάνω χρονικό διάστημα είναι:

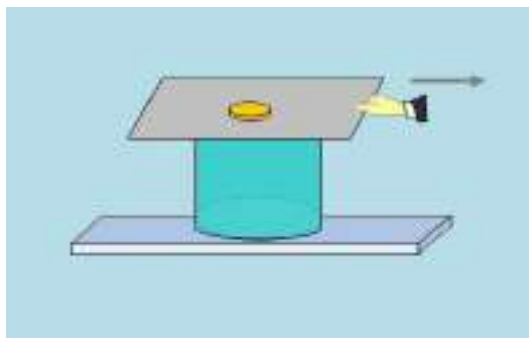
$$\bar{v} = \frac{\Delta x_{o\lambda}}{\Delta t_{o\lambda}} = \frac{45 \text{ m}}{6 \text{ s}} = 7,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

4.4 Αφού η δύναμη μηδενίζεται στο χρονικό διάστημα από $t_1 = 2 \text{ s}$ μέχρι $t_2 = 4 \text{ s}$, το ζητούμενο έργο της συνισταμένης δύναμης στο αυτοκίνητο μέχρι τα πρώτα τέσσερα δευτερόλεπτα θα προκύπτει από την μετατόπιση Δx_1 :

$$W = \Sigma F \cdot \Delta x_1 = 20 \text{ J}$$

ΘΕΜΑ 2

2.1



Μαθητής Α



Μαθητής Β

Στο πλαίσιο του μαθήματος της φυσικής Α Λυκείου, δύο μαθητές, ο Α και ο Β, εκτελούν τις εξής δραστηριότητες: Ο μαθητής Α τραβά απότομα το γυαλιστερό χαρτόνι, που σκεπάζει ένα ποτήρι, επάνω στο οποίο ισορροπεί ένα νόμισμα. Ο μαθητής Β τραβά απότομα το γυαλιστερό χαρτόνι, το οποίο βρίσκεται επάνω σ' ένα οριζόντιο δάπεδο και επάνω στο χαρτόνι ισορροπεί ένα νόμισμα. Τα αποτελέσματα των δραστηριοτήτων των δύο μαθητών θα είναι:

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

- α.** Και στις δύο δραστηριότητες το νόμισμα κινείται μαζί με το χαρτόνι.
- β.** Στην δραστηριότητα του μαθητή Α, το νόμισμα πέφτει μέσα στο ποτήρι, ενώ στην δραστηριότητα του μαθητή Β, το νόμισμα ακολουθεί το χαρτόνι.
- γ.** Στην δραστηριότητα του μαθητή Α, το νόμισμα πέφτει μέσα στο ποτήρι, ενώ στην δραστηριότητα του μαθητή Β, το νόμισμα παραμένει ακίνητο στην αρχική του θέση και επάνω στο οριζόντιο δάπεδο.

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2

Από μικρό ύψος h από την επιφάνεια της Γης, όπου η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g_0 αφήνουμε να πέσει ένα σφαιρίδιο. Από το ίδιο μικρό ύψος h από την επιφάνεια ενός άλλου πλανήτη, όπου η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g_0/4$, αφήνουμε να πέσει επίσης ένα σφαιρίδιο. Και στις δύο περιπτώσεις θεωρούμε, ότι η μοναδική δύναμη, η οποία ασκείται στο κάθε σώμα είναι το βάρος του. Αν v_1 είναι το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φθάνει το σφαιρίδιο στην επιφάνεια της Γης και v_2 είναι το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φθάνει το σφαιρίδιο στην επιφάνεια του άλλου πλανήτη, τότε:

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

α. $v_1 = 2 \cdot v_2$

β. $v_2 = 2 \cdot v_1$

γ. $v_1 = v_2$

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

2.1

- A. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Μονάδες 4

- B. Όταν ο μαθητής A (Εικόνα 1) τραβά απότομα το χαρτόνι, το νόμισμα λόγω **αδράνειας** τείνει να διατηρήσει την αρχική του κινητική κατάσταση, δηλαδή να παραμείνει ακίνητο, οπότε δεν ακολουθεί το χαρτόνι κατά την κίνησή του.

Μονάδες 3

Τελικά **λόγω του βάρους του** πέφτει μέσα στο ποτήρι.

Μονάδες 2

Όταν ο μαθητής B (Εικόνα 2) τραβά απότομα το χαρτόνι, το νόμισμα επίσης λόγω **αδράνειας** τείνει να διατηρήσει την αρχική του κινητική κατάσταση, δηλαδή να παραμείνει ακίνητο, οπότε δεν ακολουθεί το χαρτόνι κατά την κίνησή του (**Μονάδες 3**) και παραμένει **ακίνητο στην αρχική του θέση** επάνω στο οριζόντιο δάπεδο.

Μονάδα 1

2.2

- A. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Μονάδες 4

- B. Και τα δύο σώματα εκτελούν ελεύθερη πτώση. Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα και με επιτάχυνση αυτή της βαρύτητας.

Μονάδα 1

Για τη Γη:

$$h = \frac{1}{2} g_0 t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g_0}} \quad (1)$$

$$v_1 = g_0 t_1 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} v_1 = g_0 \sqrt{\frac{2h}{g_0}} \Rightarrow v_1 = \sqrt{2g_0 h} \quad (2)$$

Μονάδες 3

Για τον άλλον πλανήτη:

$$h = \frac{1}{2} \frac{g_o}{4} t_2^2 \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{8h}{g_o}} \quad (3)$$

$$v_2 = \frac{g_o}{4} t_2 \stackrel{(3)}{\Rightarrow} v_2 = \frac{g_o}{4} \sqrt{\frac{8h}{g_o}} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{g_o}{2} h} \quad (4)$$

Μονάδες 2

Από τις σχέσεις (2) και (4) έχουμε:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{2g_0 h}}{\sqrt{\frac{g_o}{2} h}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = 2 \Rightarrow v_1 = 2v_2$$

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2

2.1

Σώμα με βάρος μέτρου $B = 100 \text{ N}$ αφήνεται ελεύθερο από μικρό ύψος πάνω από την επιφάνεια της Γης ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$). Το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία πέφτει το σώμα είναι $a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Το μέτρο της δύναμης που δέχεται το σώμα από τον αέρα είναι:

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

α. 40 N

β. 60 N

γ. 80 N

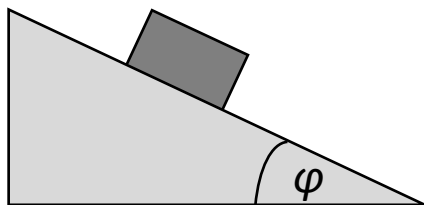
Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2

Στο κεκλιμένο επίπεδο του σχήματος με γωνία κλίσης $\varphi = 30^\circ$, ισορροπεί σώμα μάζας m . Ο συντελεστής οριακής τριβής μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου μπορεί να είναι:



A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

α. 0,8

β. 0,5

γ. 0,4

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

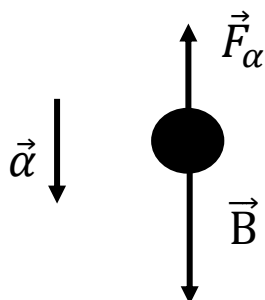
Δίνονται: $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sqrt{3} \cong 1,7$

2.1

A. Σωστή η απάντηση (β).

Μονάδες 4

B. Ενδεικτική Δικαιολόγηση



Υπολογίζουμε την μάζα του σώματος:

$$B = m \cdot g \Rightarrow m = \frac{B}{g} \Rightarrow m = \frac{100N}{10 \frac{m}{s^2}} \Rightarrow m = 10Kg$$

Μονάδες 2

Επομένως

$$\begin{aligned} \Sigma F &= m \cdot a \Rightarrow B - F_a = m \cdot a \\ \Rightarrow 100N - F_a &= 10kg \cdot 4 \frac{m}{s^2} \Rightarrow F_a = 60N \end{aligned}$$

Μονάδες 3

Σχήμα- Δυνάμεις-Διάγραμμα επιτάχυνσης

Μονάδες 3

2.2

A. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Μονάδες 4

B. Ενδεικτική Δικαιολόγηση

Σχεδίαση δυνάμεων-Ανάλυση σε άξονες

Μονάδες 4

Για να ισορροπεί το σώμα επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο θα πρέπει:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow B_x = T_\sigma \Rightarrow mg \sin 30^\circ = T_\sigma \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow B_y = N \Rightarrow mg \cos 30^\circ = N \quad (2)$$

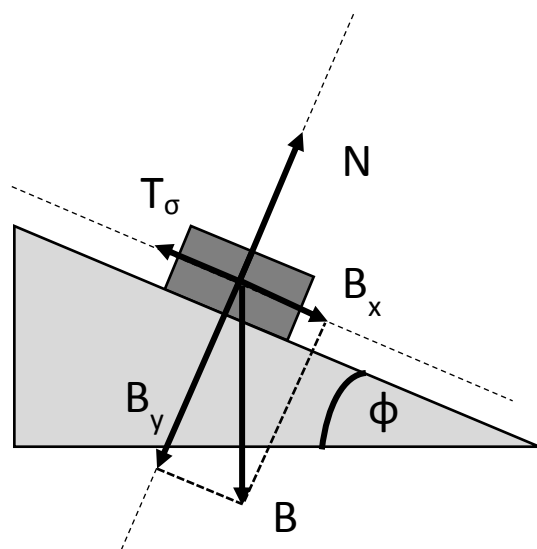
Για την στατική τριβή ισχύει:

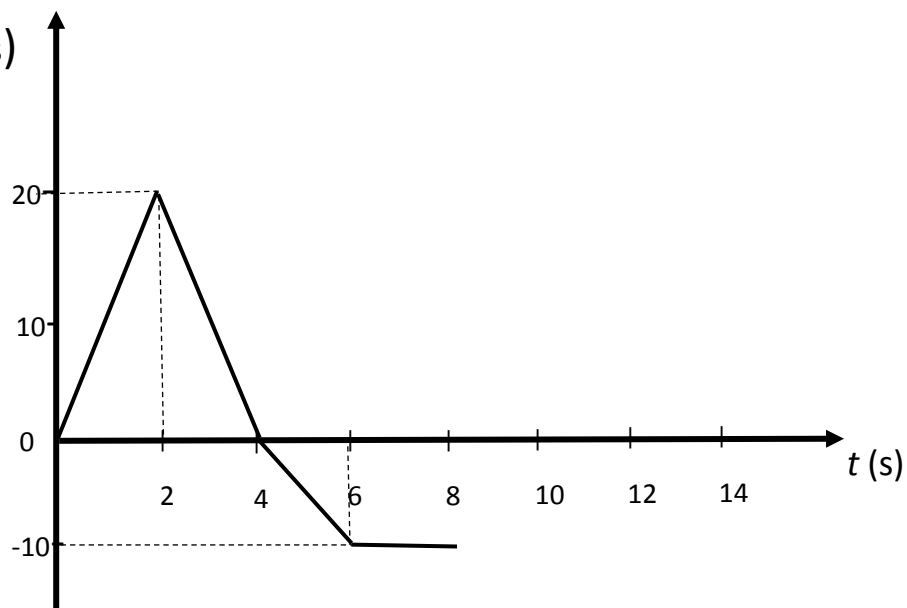
$$T_\sigma \leq T_{\sigma\rho} \Rightarrow T_\sigma \leq n_{\sigma\rho} N \xrightarrow{(1),(2)}$$

$$mg \sin 30^\circ \leq n_{\sigma\rho} mg \cos 30^\circ$$

$$\Rightarrow n_{\sigma\rho} \geq \tan 30^\circ \Rightarrow n_{\sigma\rho} \geq \frac{1}{\sqrt{3}} \cong 0,59$$

Μονάδες 3



ΘΕΜΑ 2**2.1** v (m/s)

Το παραπάνω διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου αντιστοιχεί σε ένα κινητό, το οποίο αρχίζει να κινείται ευθύγραμμα, την χρονική στιγμή $t = 0$ s κατά την θετική φορά του άξονα x' .

A. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα.

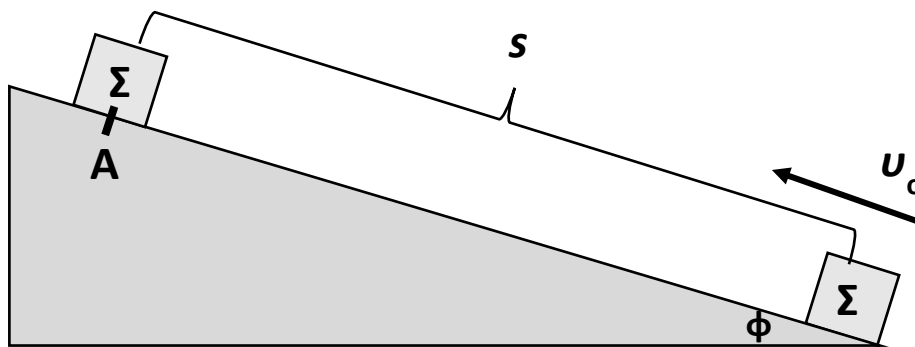
Χρονικό Διάστημα (Δt) (s)	Είδος και φορά κίνησης	Επιτάχυνση (a) ($\frac{m}{s^2}$)
0 - 2		
2 - 4		
4 - 6		
6 - 8		

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Μονάδες 8

2.2



Το σώμα Σ του παραπάνω σχήματος εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα μέτρου v_0 από την βάση του κεκλιμένου επιπέδου, το οποίο δεν είναι λείο. Στην θέση Α, και αφού έχει διανύσει διάστημα s επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, η ταχύτητά του μηδενίζεται στιγμιαία και στη συνέχεια επιστρέφει στο σημείο από το οποίο ξεκίνησε περνώντας από αυτό με ταχύτητα μέτρου v . Αν είναι α_1 το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος κατά την άνοδό του και α_2 το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος κατά την κάθοδό του, κινούμενο επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο:

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

- α. $\alpha_1 > \alpha_2$ β. $\alpha_1 < \alpha_2$ γ. $\alpha_1 = \alpha_2$

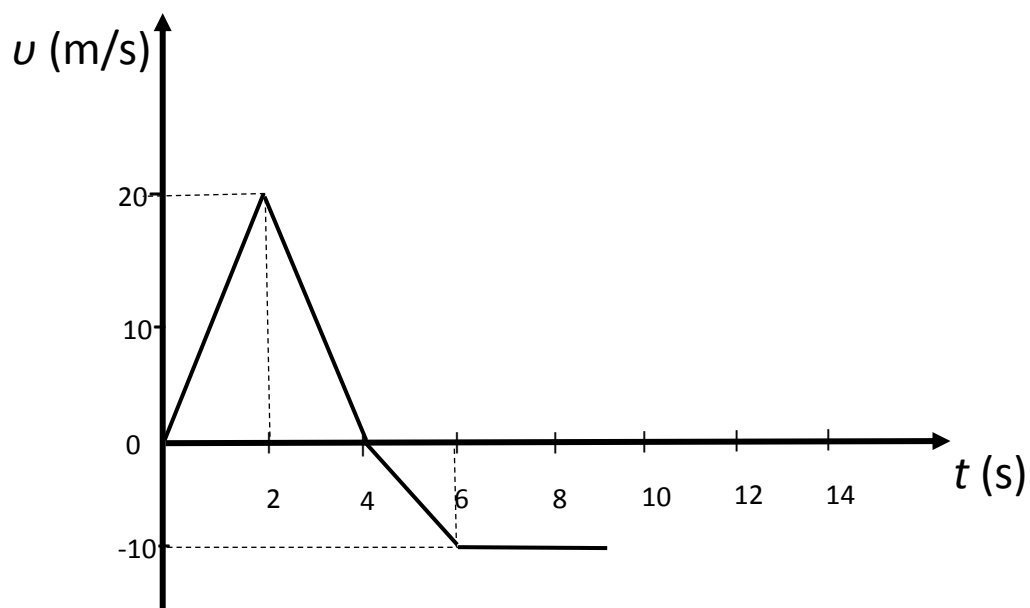
Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

2.1

Α.



Χρονικό Διάστημα (Δt) (s)	Είδος και φορά κίνησης	Επιτάχυνση (a) ($\frac{m}{s^2}$)
0 - 2	Ευθύγραμμη Ομαλά Επιταχυνόμενη Κίνηση προς την θετική κατεύθυνση του άξονα	+10
2 - 4	Ευθύγραμμη Ομαλά Επιβραδυνόμενη Κίνηση προς την θετική κατεύθυνση του άξονα	-10
4 - 6	Ευθύγραμμη Ομαλά Επιταχυνόμενη Κίνηση προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα	-5
6 - 8	Ευθύγραμμη Ομαλή προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα	0

B.

0 s – 2 s, σύμφωνα με το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου, η ταχύτητα είναι θετική και το μέτρο της αυξάνεται με σταθερό ρυθμό (η γραφική παράσταση είναι ευθεία γραμμή, που τέμνει τον οριζόντιο άξονα άρα η κλίση είναι σταθερή). **Άρα το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση** κατά την θετική φορά του άξονα x' .

2 s -4 s, σύμφωνα με το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου, το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται με σταθερό ρυθμό (η γραφική παράσταση είναι ευθεία γραμμή, που τέμνει τον οριζόντιο άξονα άρα η κλίση είναι σταθερή) και την χρονική στιγμή 4 s, το μέτρο της ταχύτητας μηδενίζεται. Άρα η κίνηση είναι **ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη** κατά την θετική φορά του άξονα x' .

4 s – 6 s, σύμφωνα με το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου, το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται με σταθερό ρυθμό (η γραφική παράσταση είναι ευθεία γραμμή, που τέμνει τον οριζόντιο άξονα άρα η κλίση είναι σταθερή), αλλά το κινητό κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα (η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας είναι αρνητική). Άρα η κίνηση είναι **ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη** και το κινητό κινείται κατά την αρνητική φορά του άξονα.

6 s -8 s, σύμφωνα με το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου, το μέτρο της ταχύτητας παραμένει σταθερό (η γραφική παράσταση είναι ευθεία γραμμή, και παράλληλη προς τον οριζόντιο άξονα). Άρα η κίνηση είναι **ευθύγραμμη ομαλή**.

Μονάδες 4X1=4

$$\mathbf{0\ s - 2\ s:} \ \alpha_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{v_{τελ}-v_{αρχ}}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{(20-0)m/s}{2s} = 10\ m/s^2$$

$$\mathbf{2\ s - 4\ s:} \ \alpha_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{v_{τελ}-v_{αρχ}}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{(0-20)m/s}{2s} = -10\ m/s^2$$

$$\mathbf{4\ s - 6\ s:} \ \alpha_3 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_3 = \frac{v_{τελ}-v_{αρχ}}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_3 = \frac{(-10-0)m/s}{2s} = -5\ m/s^2$$

$$\mathbf{6\ s - 8\ s:} \ \alpha_4 = 0\ m/s^2$$

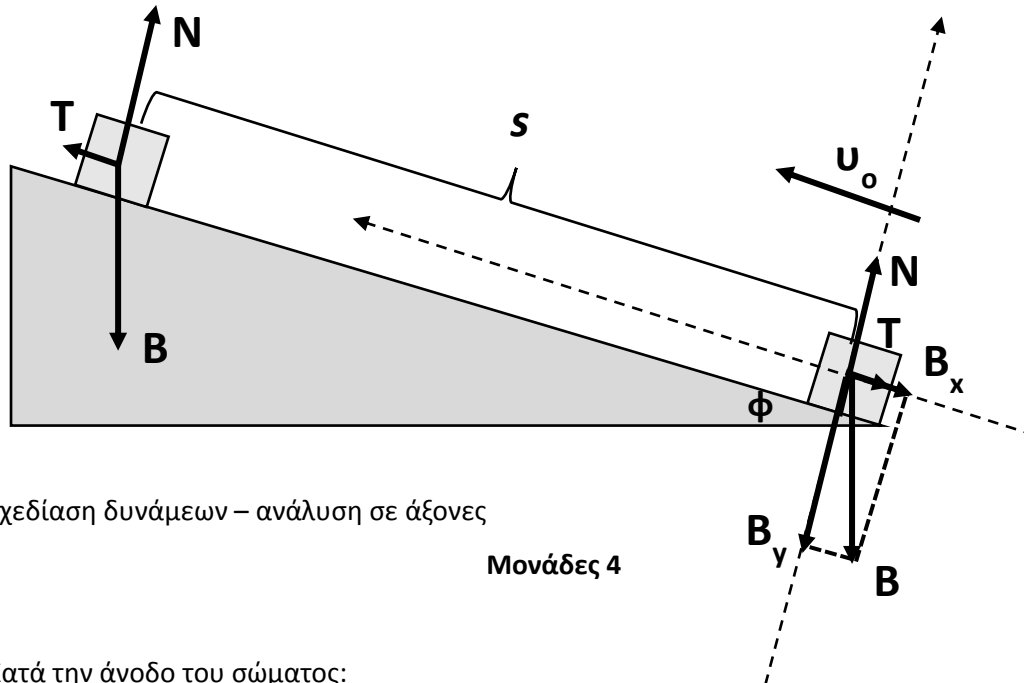
Μονάδες 4X1=4

2.2

A. Σωστή η απάντηση (α).

Μονάδες 4

B. Ενδεικτική Δικαιολόγηση



Κατά την άνοδο του σώματος:

$$\Sigma F_x = m\alpha_1 \Rightarrow mg\eta\mu\phi + T = m\alpha_1 \Rightarrow$$

$$\alpha_1 = \frac{mg\eta\mu\phi + T}{m} \quad (1)$$

Κατά την κάθοδο του σώματος:

$$\Sigma F_x = m\alpha_2 \Rightarrow mg\eta\mu\phi - T = m\alpha_2 \Rightarrow$$

$$\alpha_2 = \frac{mg\eta\mu\phi - T}{m} \quad (2)$$

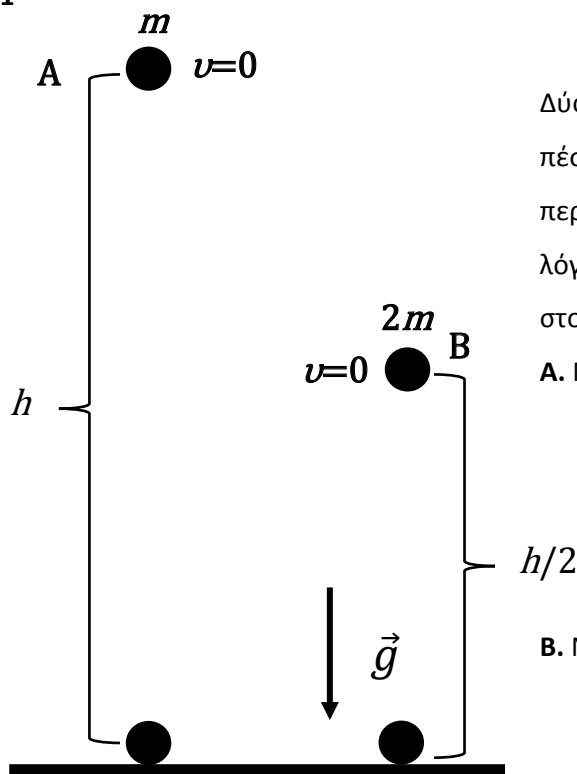
Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι:

$$\alpha_1 > \alpha_2$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2

2.1



Δύο σώματα A και B με μάζες m και $2m$ αφήνονται να πέσουν από μικρά ύψη (βλ. σχήμα). Και στις δύο περιπτώσεις η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων με τις οποίες, φθάνουν στο έδαφος είναι:

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

α. $\frac{v_A}{v_B} = \sqrt{2}$ β. $\frac{v_A}{v_B} = 1$ γ. $\frac{v_A}{v_B} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

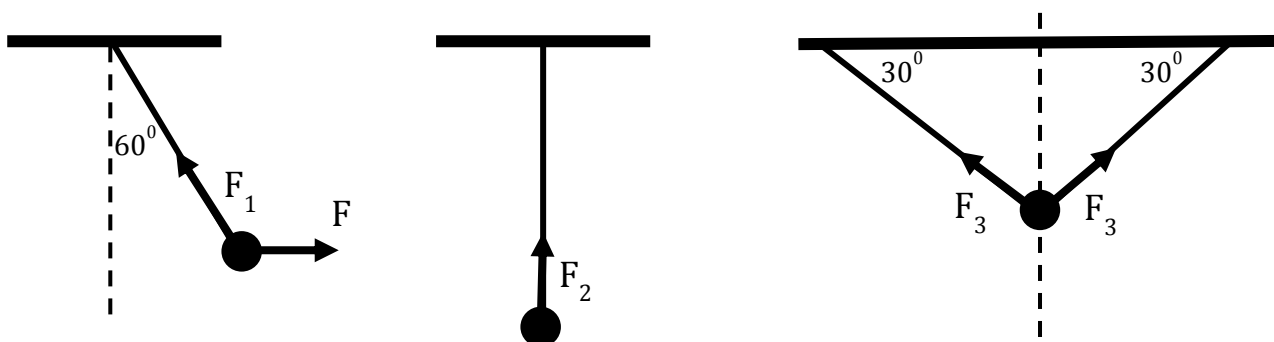
Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2

Το σώμα βάρους $\vec{B}$ και στις τρεις περιπτώσεις, όπως φαίνονται στα παρακάτω σχήματα, ισορροπεί δεμένο στο αντίστοιχο νήμα ή στα νήματα. Για τα μέτρα των δυνάμεων F_1 , F_2 , F_3 , που δέχεται το σώμα από το νήμα ή τα νήματα ισχύει:



A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

α. $F_1 > F_2 > F_3$

β. $F_1 > F_2 = F_3$

γ. $F_1 < F_2 = F_3$

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

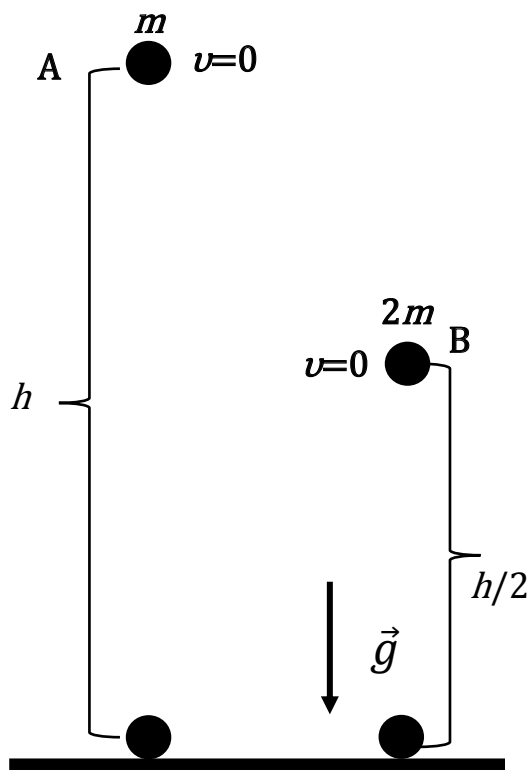
Δίνεται: $\eta \mu 60^\circ = \frac{1}{2}$

2.1

A. Σωστή είναι η απάντηση (α).

Μονάδες 4

B. Ενδεικτική δικαιολόγηση.



Εφόσον θεωρούμε αμελητέα την αντίσταση του αέρα, η κίνηση γίνεται μόνο υπό την επίδραση του βάρους, άρα η Μηχανική Ενέργεια κάθε σώματος διατηρείται σταθερή.

Μονάδα 1

Για το σώμα A έχουμε:

$$K_{\alpha\rho\chi(A)} + U_{\alpha\rho\chi(A)} = K_{\tau\epsilon\lambda(A)} + U_{\tau\epsilon\lambda(A)}$$

$$\Rightarrow 0 + mgh = \frac{1}{2}mv_A^2 + 0 \Rightarrow v_A = \sqrt{2gh} \quad (1)$$

Μονάδες 3

Για το σώμα B έχουμε:

$$K_{\alpha\rho\chi(B)} + U_{\alpha\rho\chi(B)} = K_{\tau\epsilon\lambda(B)} + U_{\tau\epsilon\lambda(B)}$$

$$\Rightarrow 0 + 2mg \frac{h}{2} = \frac{1}{2}2mv_B^2 + 0 \Rightarrow v_B = \sqrt{gh} \quad (2)$$

Μονάδες 3

Διαιρώντας τις σχέσεις (1) και (2) κατά μέλη προκύπτει:

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{gh}} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{2}$$

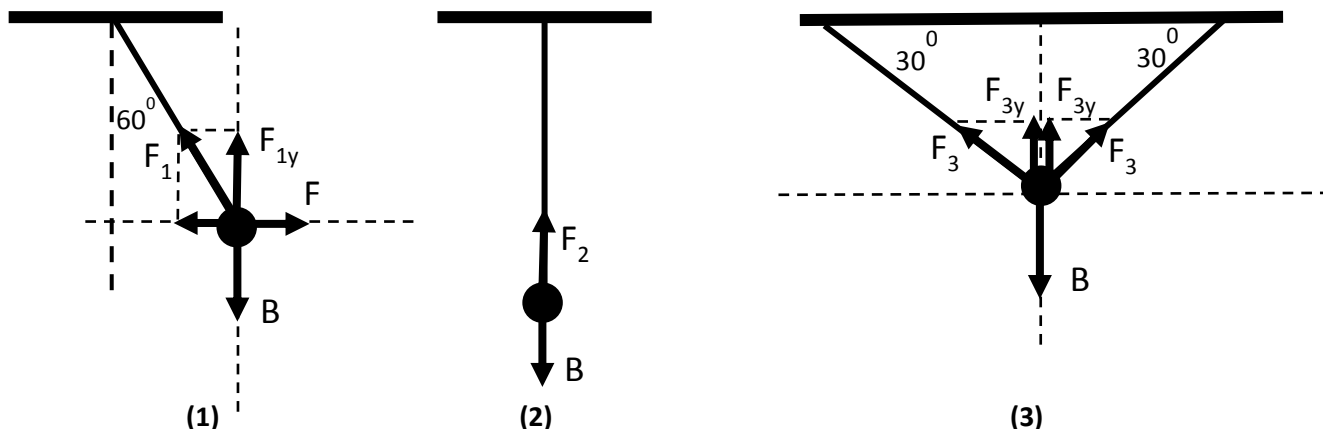
Μονάδα 1

2.2

A. Σωστή είναι η απάντηση (β).

Μονάδες 4

B. Ενδεικτική δικαιολόγηση.



Σχεδίαση δυνάμεων- Ανάλυση σε άξονες.

Μονάδες 4

Στην περίπτωση (1):

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{1y} = B \Rightarrow F_1 \sin 60^\circ = B \Rightarrow \frac{F_1}{2} = B \Rightarrow F_1 = 2B \quad (1)$$

Μονάδες 2

Στην περίπτωση (2):

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_2 = B \quad (2)$$

Μονάδα 1

Στην περίπτωση (3):

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow 2F_{3y} = B \Rightarrow 2F_3 \sin 60^\circ = B \Rightarrow 2 \frac{F_3}{2} = B \Rightarrow F_3 = B \quad (3)$$

Από τις σχέσεις (1), (2) και (3) έχουμε τελικά:

$$F_1 > F_2 = F_3$$

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2

2.1

Σώμα μάζας m δέχεται την επίδραση συνισταμένης δύναμης μέτρου F . Κόβουμε το σώμα σε δύο κομμάτια ίσων μαζών $m/2$ και στο ένα απ' αυτά ασκούμε συνισταμένη δύναμη μέτρου $2F$.

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η επιτάχυνση a' του κομματιού μάζας $m/2$ σε σχέση με την επιτάχυνση a του αρχικού σώματος μάζας m είναι:

α. Αυξημένη κατά 100%

β. Μειωμένη κατά 300%

γ. Αυξημένη κατά 300%

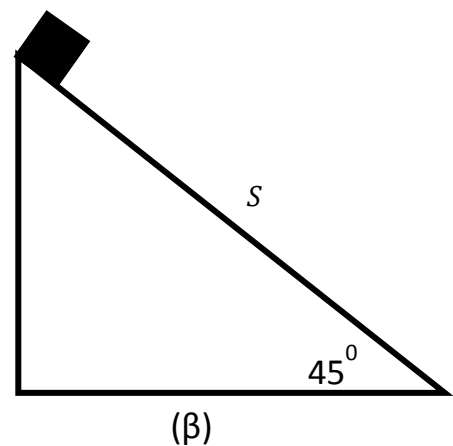
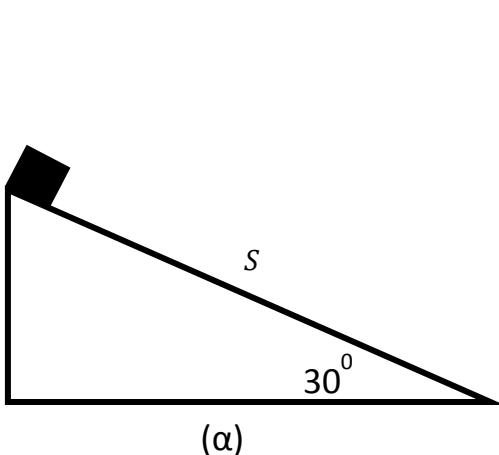
Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2

Το κιβώτιο μάζας m ολισθαίνει κατά μήκος των κεκλιμένων επιπέδων (α) και (β), διανύοντας σε καθένα από αυτά μήκος S . Το κιβώτιο παρουσιάζει με τα δύο κεκλιμένα επίπεδα τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης $n_{ολ}$.



A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Για τις απόλυτες τιμές των έργων της τριβής ολίσθησης στις περιπτώσεις (α) και (β) ισχύει:

α. $|W_{T(a)}| > |W_{T(β)}|$

β. $|W_{T(a)}| = |W_{T(β)}|$

γ. $|W_{T(a)}| < |W_{T(β)}|$

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

$$\text{Δίνονται: } \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \eta\mu 45^\circ = \sigma\upsilon\nu 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

2.1

A. Σωστή η απάντηση (γ).

Μονάδες 4

B. Ενδεικτική Δικαιολόγηση

Από την εφαρμογή του 2^{ου} νόμου του Νεύτωνα για το σώμα μάζας m έχουμε:

$$F = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F}{m} \quad (1)$$

Μονάδες 2

Από την εφαρμογή του 2^{ου} νόμου του Νεύτωνα για το κομμάτι μάζας $m/2$ έχουμε:

$$2F = \frac{m}{2} \cdot a' \Rightarrow a' = 4 \frac{F}{m} \quad (2)$$

Μονάδες 2

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει

$$a' = 4a$$

Μονάδα 1

Άρα: $\pi = \frac{a' - a}{a} 100\% \Rightarrow \pi = \frac{4a - a}{a} 100\% = \frac{3a}{a} 100\% \Rightarrow \pi = 300\%$ (αύξηση κατά 300%).

Μονάδες 3

2.2

A. Σωστή η απάντηση (α).

Μονάδες 4

B. Ενδεικτική Δικαιολόγηση

Και για τις 2 περιπτώσεις (α) και (β):

Σχεδίαση δυνάμεων – Ανάλυση σε άξονες

Για κάθε τιμή της γωνίας ϕ , στον άξονα γγ' έχουμε: $\Sigma F_y = 0$

$$\text{ή } N = B_y \Rightarrow N = mg \sin \varphi \xrightarrow{T = n_{o\lambda} \cdot N} T = n_{o\lambda} mg \sin \varphi$$

Το έργο της τριβής T δίνεται (κατ' απόλυτη τιμή) από την σχέση:

$$|W_T| = T \cdot s = n_{o\lambda} mg \sin \varphi \cdot s \quad (1)$$

Άρα:

$$|W_{T(\alpha)}| = n_{o\lambda} mg \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot s \quad (2)$$

και

$$|W_{T(\beta)}| = n_{o\lambda} mg \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot s \quad (3)$$

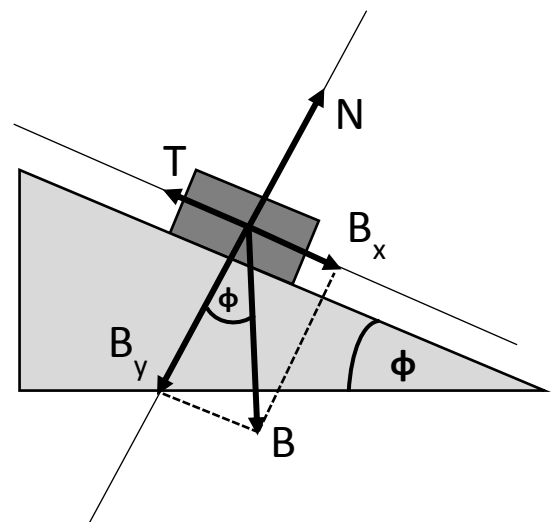
Από τις σχέσεις (2) και (3) προκύπτει: $|W_{T(\alpha)}| > |W_{T(\beta)}|$

Μονάδες 4

Μονάδες 3

Μονάδα 1

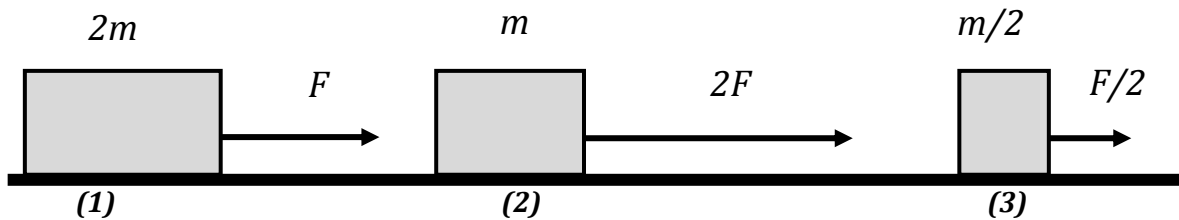
Μονάδα 1



ΘΕΜΑ 2

2.1

Τα σώματα (1), (2) και (3) αποκτούν επιταχύνσεις μέτρων α_1 , α_2 και α_3 αντίστοιχα. Για τα μέτρα των επιταχύνσεων ισχύει:



A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

α. $\alpha_2 > \alpha_3 > \alpha_1$

β. $\alpha_2 > \alpha_1 > \alpha_3$

γ. $\alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3$

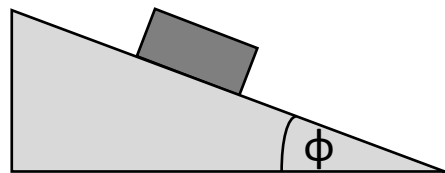
Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2

Σώμα μάζας m ολισθαίνει κατεβαίνοντας με σταθερή ταχύτητα, επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο του σχήματος. Η γωνία κλίσης του κεκλιμένου επιπέδου είναι $\varphi = 45^\circ$.



A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου είναι:

α. $n_{ολ} > 1$

β. $n_{ολ} < 1$

γ. $n_{ολ} = 1$

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

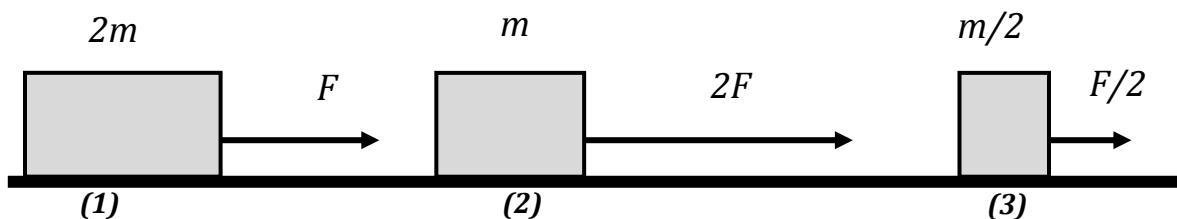
Δίνονται: $\eta_{45^\circ} = \sigma_{45^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

2.1

A. Σωστή η απάντηση (α).

Μονάδες 4

B. Ενδεικτική Δικαιολόγηση



Από την εφαρμογή του 2^{ου} νόμου του Νεύτωνα για το σώμα (1) μάζας $2m$ έχουμε:

$$F = 2m \cdot a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{F}{2m} \quad (1)$$

Μονάδες 2

Από την εφαρμογή του 2^{ου} νόμου του Νεύτωνα για το σώμα (2) μάζας m έχουμε:

$$2F = m \cdot a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{2F}{m} \quad (2)$$

Μονάδες 2

Από την εφαρμογή του 2^{ου} νόμου του Νεύτωνα για το σώμα (3) μάζας $m/2$ έχουμε:

$$\frac{F}{2} = \frac{m}{2} \cdot a_3 \Rightarrow a_3 = \frac{F}{m} \quad (3)$$

Μονάδες 2

Από τις σχέσεις (1), (2) και (3) προκύπτει: $a_3 = 2a_1$, $a_2 = 2a_3 = 4a_1$

και τελικά

$$a_2 > a_3 > a_1$$

Μονάδες 2

2.2

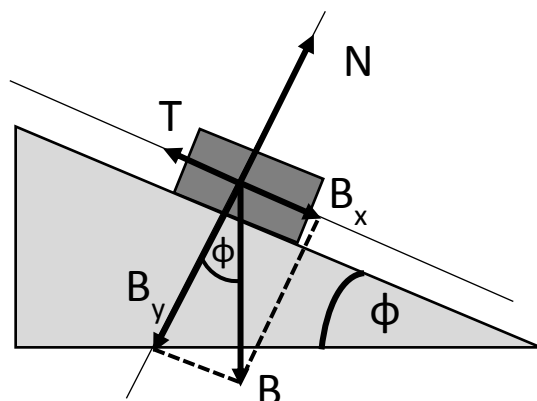
A. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Μονάδες 4

B. Ενδεικτική Δικαιολόγηση

Σχεδίαση δυνάμεων-Ανάλυση σε άξονες

Μονάδες 3



Επειδή το σώμα ολισθαίνει επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο κινούμενο με σταθερή ταχύτητα θα ισχύουν:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow B_x = T_{o\lambda} \Rightarrow mg\eta\mu 45^\circ = T_{o\lambda} \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow B_y = N \Rightarrow mg\sigma\upsilon\nu 45^\circ = N \quad (2)$$

Μονάδες 3

Σύμφωνα με τον νόμο της τριβής ολίσθησης:

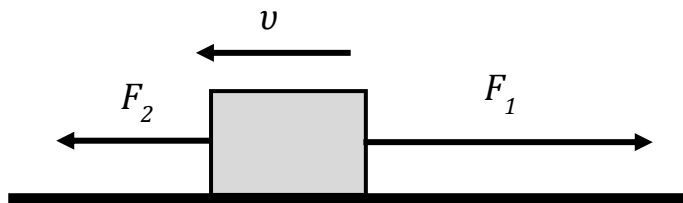
$$T_{o\lambda} = n_{o\lambda} N \xrightarrow{(1),(2)} mg\eta\mu 45^\circ = n_{o\lambda} mg\sigma\upsilon\nu 45^\circ \Rightarrow n_{o\lambda} = \frac{\eta\mu 45^\circ}{\sigma\upsilon\nu 45^\circ} = 1$$

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 2

2.1

Το σώμα του σχήματος κινείται προς τα αριστερά επάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα v . Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s ασκούνται στο σώμα ταυτόχρονα δύο οριζόντιες δυνάμεις F_1 και F_2 ($F_1 > F_2$).



Κάποια χρονική στιγμή ($t > t_0$) και ενώ το σώμα εξακολουθεί να κινείται προς τα αριστερά καταργούμε τη δύναμη F_2 .

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

α. Το σώμα θα αρχίσει να κινείται προς τα δεξιά.

β. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος θα μειώνεται πιο γρήγορα, σε σύγκριση με ό,τι ίσχυε πριν την κατάργηση της F_2 .

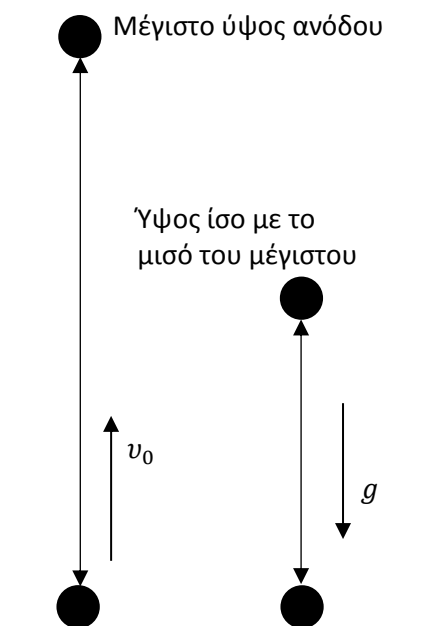
γ. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος θα αρχίσει να αυξάνεται.

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2



Σώμα μάζας m εκτοξεύεται από το έδαφος με αρχική ταχύτητα v_0 όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το σώμα κατά την άνοδό του φθάνει σε μέγιστο ύψος. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος σε ύψος ίσο με το μισό του μέγιστου είναι:

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

α. $v = \frac{v_0}{2}$ **β.** $v = \frac{v_0\sqrt{3}}{2}$ **γ.** $v = \frac{v_0}{\sqrt{2}}$

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

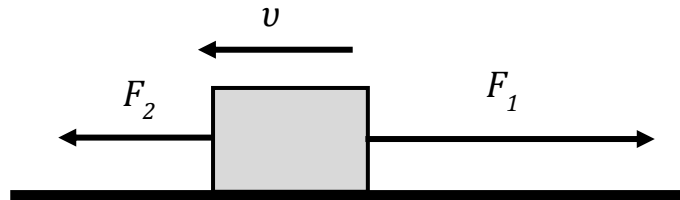
Μονάδες 9

2.1

A. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Μονάδες 4

B. Ενδεικτική δικαιολόγηση



Επειδή $F_1 > F_2$ η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα θα έχει την φορά της δύναμης μεγαλύτερου μέτρου, δηλ. φορά προς τα δεξιά. Άρα η συνισταμένη δύναμη θα έχει φορά αντίθετη της ταχύτητας, με αποτέλεσμα το μέτρο της ταχύτητας να μειώνεται.

Εφαρμόζοντας τον 2^ο Νόμο του Νεύτωνα, με θετική φορά προς τα δεξιά, έχουμε:

$$F_1 - F_2 = m \cdot a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{F_1 - F_2}{m} \quad (1)$$

Μονάδες 4

Όταν καταργηθεί η F_2 και πάλι το μέτρο της ταχύτητας θα μειώνεται, καθώς η φορά της F_1 είναι αντίθετη της ταχύτητας του σώματος.

Εφαρμόζοντας και πάλι τον 2^ο Νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$F_1 = m \cdot a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{F_1}{m} \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) προκύπτει ότι $a_1 < a_2$ άρα η ταχύτητα μειώνεται πιο γρήγορα σε σύγκριση με ότι ίσχυε πριν την κατάργηση της F_2 .

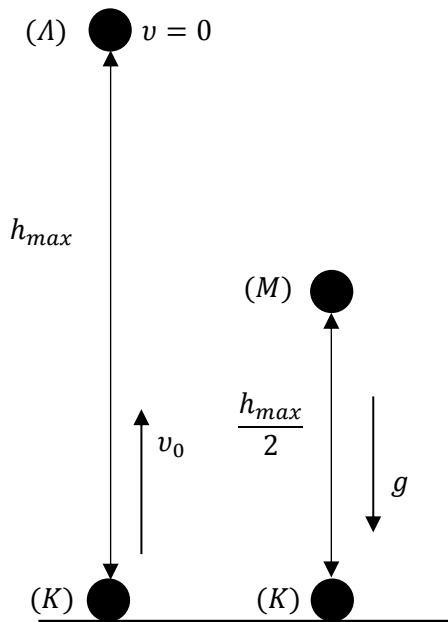
Μονάδες 4

2.2

A. Σωστή η απάντηση (γ).

Μονάδες 4

B. Ενδεικτική Δικαιολόγηση



Εφαρμόζουμε το θεώρημα Έργου-Ενέργειας από την θέση εκκίνησης (Κ) έως την θέση (Μ):

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ολ} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -mg \frac{h_{max}}{2} \quad (1)$$

Μονάδες 2

Άρα, για να βρούμε την ζητούμενη ταχύτητα, πρέπει να γνωρίζουμε το h_{max} . Για τον σκοπό αυτό εφαρμόζουμε το θεώρημα Έργου-Ενέργειας από την θέση (Κ) έως την θέση μέγιστου ύψους (Λ):

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ολ} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -mgh_{max} \Rightarrow$$

$$h_{max} = \frac{v_0^2}{2g} \quad (2)$$

Μονάδες 4

$$(1) \stackrel{(2)}{\Rightarrow} v^2 = v_0^2 - 2g \frac{v_0^2}{4g} \Rightarrow v^2 = v_0^2 - \frac{v_0^2}{2} \Rightarrow$$

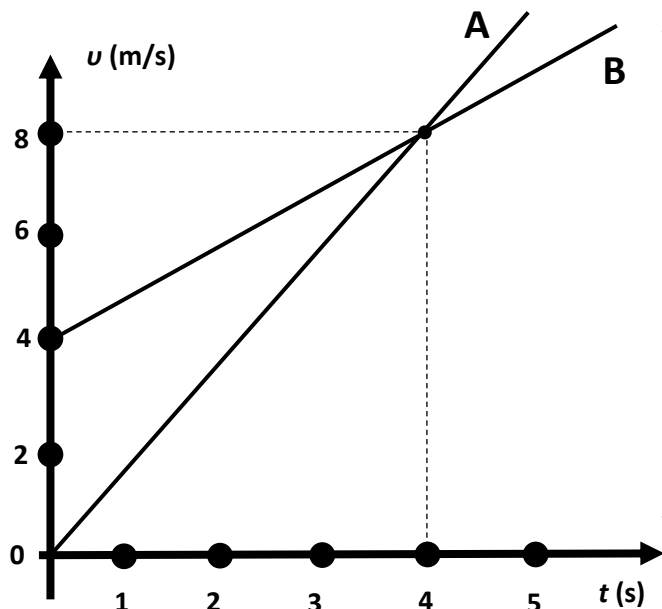
$$\Rightarrow v = \frac{v_0}{\sqrt{2}}$$

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 2

2.1

Τα κινητά Α και Β κινούνται ευθύγραμμα κατά μήκος του οριζοντίου ημιάξονα Ox του άξονα xx' . Την χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ και τα δύο κινητά βρίσκονται στη θέση $x_0 = 0 \text{ m}$. Στο διάγραμμα φαίνεται πώς μεταβάλλεται η ταχύτητα κάθε κινητού σε σχέση με τον χρόνο.



A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

α. Οι επιταχύνσεις των κινητών είναι αντίστοιχα: $\alpha_A = 1 \text{ m/s}^2, \alpha_B = 2 \text{ m/s}^2$ και την χρονική στιγμή $t_1 = 4 \text{ s}$ το κινητό Β προηγείται του Α κατά 8 m .

β. Οι επιταχύνσεις των κινητών είναι αντίστοιχα: $\alpha_A = 2 \text{ m/s}^2, \alpha_B = 1 \text{ m/s}^2$ και την χρονική στιγμή $t_1 = 4 \text{ s}$ το κινητό Β προηγείται του Α κατά 8 m .

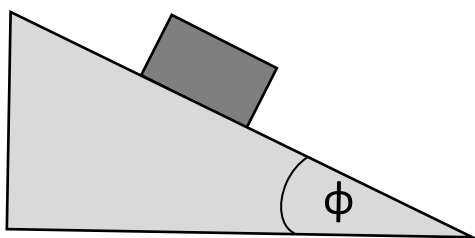
γ. Οι επιταχύνσεις των κινητών είναι αντίστοιχα: $\alpha_A = 2 \text{ m/s}^2, \alpha_B = 1 \text{ m/s}^2$ και την χρονική στιγμή $t_1 = 4 \text{ s}$ τα δύο κινητά βρίσκονται στην ίδια θέση.

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2



Στο κεκλιμένο επίπεδο του σχήματος με γωνία κλίσης $\varphi = 30^\circ$, σώμα μάζας m ολισθαίνει κατεβαίνοντας με σταθερή ταχύτητα:

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

α. Το κεκλιμένο επίπεδο είναι λείο.

β. Υπάρχει τριβή μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου, αλλά τα δεδομένα δεν επαρκούν ώστε να υπολογίσουμε η τιμή του συντελεστή τριβής ολίσθησης.

γ. Υπάρχει τριβή μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου και η τιμή του συντελεστή τριβής ολίσθησης μπορεί να υπολογιστεί.

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

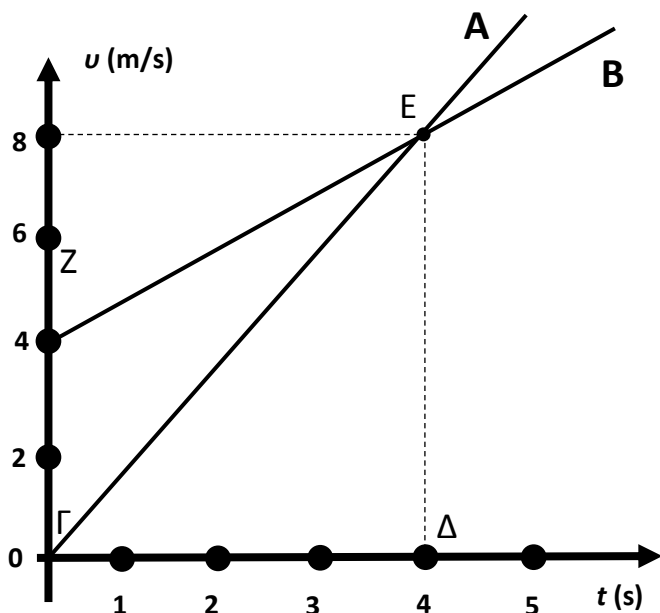
Δίνονται: $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

2.1

A. Σωστή είναι η απάντηση (β).

Μονάδες 4

B. Ενδεικτική δικαιολόγηση.



Η τιμή της επιτάχυνσης κινητού προκύπτει από την

$$\text{σχέση: } a = \frac{\Delta v}{\Delta t},$$

οπότε με βάση το διπλανό διάγραμμα έχουμε:

Για το κινητό A:

$$a_A = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{\text{τελ},A} - v_{\text{αρχ},A}}{\Delta t} = \frac{8 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4 \text{s}} \Rightarrow$$

$$a_A = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Για το κινητό B:

$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{\text{τελ},B} - v_{\text{αρχ},B}}{\Delta t} = \frac{8 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4 \text{s}} \Rightarrow$$

$$a_B = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Μονάδες 2X2=4

Οι μετατοπίσεις των δύο κινητών για το χρονικό διάστημα των 4 s υπολογίζονται από το διάγραμμα.

Εμβαδόν τριγώνου ΓΔΕ:

$$\Delta x_A = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4 = +16 \text{ m}, \quad s_A = |\Delta x_A|$$

Εμβαδόν τραπεζίου ΓΔΕΖ:

$$\Delta x_B = \frac{1}{2} \cdot (4 + 8) \cdot 4 = +24 \text{ m}, \quad s_B = |\Delta x_B|$$

Άρα το κινητό B προηγείται του A κατά $d = s_B - s_A = 8 \text{ m}$

Μονάδες 4

(B τρόπος)

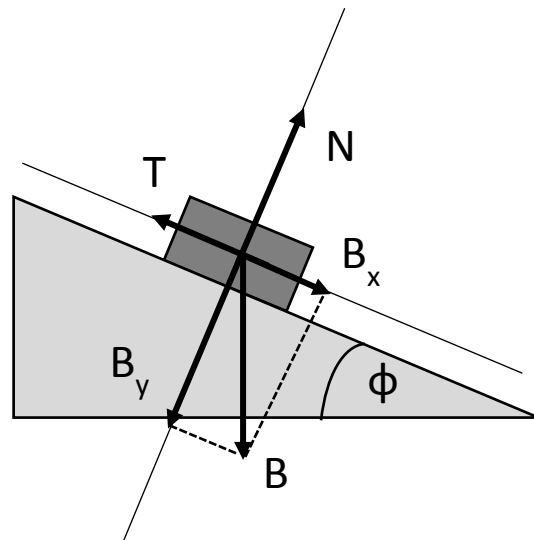
Υπολογισμός του εμβαδού του τριγώνου ΓΕΖ, που είναι η διαφορά των εμβαδών του τραπεζίου ΓΔΕΖ και του τριγώνου ΓΔΕ.

2.2

A. Σωστή η απάντηση (γ).

Μονάδες 4

B. Ενδεικτική Αιτιολόγηση



Σχεδίαση δυνάμεων-Ανάλυση σε άξονες

Μονάδες 4

Το κεκλιμένο επίπεδο δεν μπορεί να είναι λείο γιατί στην περίπτωση αυτή $T_{o\lambda} = 0$ και το σώμα θα κατέβαινε επιταχυνόμενο λόγω της B_x .

Μονάδα 1

Εφόσον το σώμα κατεβαίνει, ολισθαίνοντας επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, με σταθερή ταχύτητα θα πρέπει:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow B_x = T_{o\lambda} \Rightarrow mg\mu\sin 30^\circ = T_{o\lambda} \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow B_y = N \Rightarrow mg\cos 30^\circ = N \quad (2)$$

Μονάδες 2

$$T_{o\lambda} = n_{o\lambda} N \xrightarrow{(1),(2)} mg\mu\sin 30^\circ = n_{o\lambda} mg\cos 30^\circ \Rightarrow$$

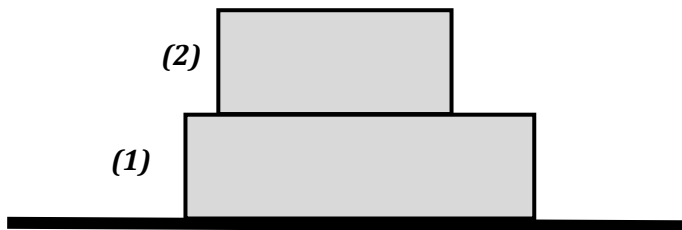
$$n_{o\lambda} = \mu \tan 30^\circ \quad \text{ή} \quad n_{o\lambda} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Δηλαδή, ο συντελεστής τριβής μπορεί πράγματι να υπολογιστεί.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2

2.1



Τα κιβώτια (1) και (2) ισορροπούν επάνω σε ένα οριζόντιο ακίνητο δάπεδο, τοποθετημένα το ένα επάνω στο άλλο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τα βάρη των δύο κιβωτίων έχουν μέτρα αντίστοιχα:

$$B_1 = 60 \text{ N}, \quad B_2 = 50 \text{ N}.$$

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Το κιβώτιο (1):

α. δέχεται από το κιβώτιο (2) δύναμη μέτρου $F_{21} = 50 \text{ N}$ με φορά προς τα επάνω και το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σ' αυτό είναι $F_{o\lambda} = 10 \text{ N}$.

β. δέχεται από το κιβώτιο (2) δύναμη $F_{21} = 50 \text{ N}$ με φορά προς τα επάνω και το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σ' αυτό είναι $F_{o\lambda} = 0 \text{ N}$.

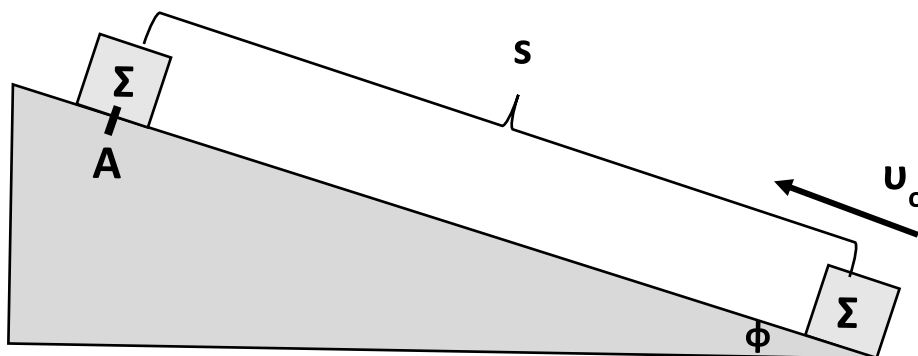
γ. δέχεται από το έδαφος δύναμη $F = 110 \text{ N}$ με φορά προς τα επάνω και το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σ' αυτό είναι $F_{o\lambda} = 0 \text{ N}$.

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2



Το σώμα Σ του σχήματος, εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα μέτρου v_0 από την βάση του κεκλιμένου επιπέδου, το οποίο δεν είναι λείο. Στην θέση A και αφού έχει διανύσει διάστημα s επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, η ταχύτητά του μηδενίζεται στιγμιαία και στη συνέχεια επιστρέφει στο σημείο από το οποίο ξεκίνησε περνώντας από αυτό με ταχύτητα μέτρου v .

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

α. $v_0 > v$

β. $v_0 < v$

γ. $v_0 = v$

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

2.1

A. Σωστή είναι η απάντηση (γ).

Μονάδες 4

B. Ενδεικτική δικαιολόγηση

Όλα τα σώματα ισορροπούν άρα σε κάθε σώμα

$$F_{ολ} = 0 \text{ N.}$$

Μονάδα 1

Το κιβώτιο (2) δέχεται:

το βάρος του $B_2 = 50 \text{ N}$,

- από το κιβώτιο (1) δύναμη F_{12} .

Επειδή ισορροπεί

$$B_2 = F_{12} \Rightarrow F_{12} = 50 \text{ N}$$

Μονάδες 3

Το κιβώτιο (1) δέχεται:

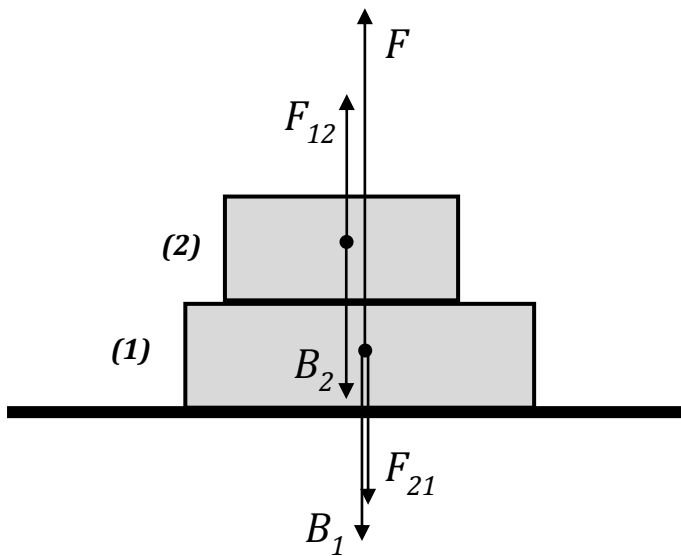
- το βάρος του $B_1 = 60 \text{ N}$,
- από το κιβώτιο (2) δύναμη $F_{21} = 50 \text{ N}$ αφού είναι η αντίδραση στην F_{12} .
- από το έδαφος δύναμη F .

Επειδή ισορροπεί

$$B_1 + F_{21} = F \Rightarrow F = 50 \text{ N} + 60 \text{ N} \Rightarrow$$

$$F = 110 \text{ N}$$

Μονάδες 4

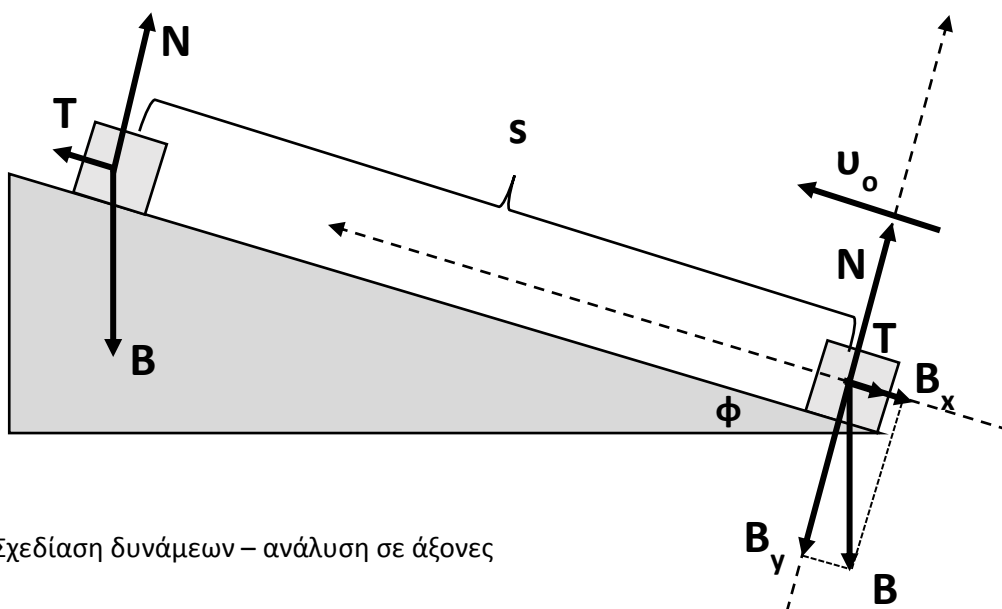


2.2

A. Σωστή η απάντηση (α).

Μονάδες 4

B. Ενδεικτική Αιτιολόγηση



Μονάδες 5

Το σώμα κινούμενο από την βάση του κεκλιμένου επιπέδου προς το σημείο όπου σταματά στιγμιαία και επιστρέφοντας ξανά στην βάση, διανύει μια κλειστή διαδρομή.

Μονάδα 1

Έχουμε

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = mg \sin \varphi \quad (1)$$

$$T = n_{o\lambda} N \stackrel{(1)}{\Rightarrow} T = n_{o\lambda} mg \sin \varphi \quad (2)$$

Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου-ενέργειας:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{o\lambda} \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W_{βαρ} + W_T \quad (3)$$

Αλλά $W_{βαρ} = 0$ (Το βάρος είναι συντηρητική δύναμη),

$$(3) \stackrel{(2)}{\Rightarrow} \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = 0 - 2n_{o\lambda}mg \sin \varphi \cdot s \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{v_0^2 - 4n_{o\lambda}g \sin \varphi \cdot s} \Rightarrow$$

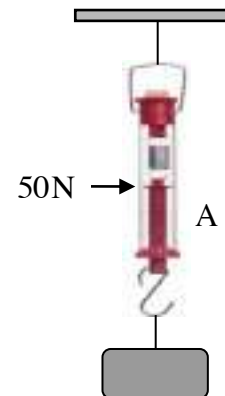
$$v < v_0$$

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 2

2.1 Το βάρος ενός σώματος, με τη βοήθεια του δυναμόμετρου Α, βρέθηκε ίσο με 50 N.

Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας δύο δυναμόμετρα (το Α και ένα ίδιο δυναμόμετρο Β) κρεμάμε το σώμα όπως στο δεύτερο σχήμα.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Οι τιμές των δυναμόμετρων Α και Β είναι:

(α) Δυναμόμετρο Α: 50 N, Δυναμόμετρο Β: 100 N

(β) Δυναμόμετρο Α: 50 N, Δυναμόμετρο Β: 50 N

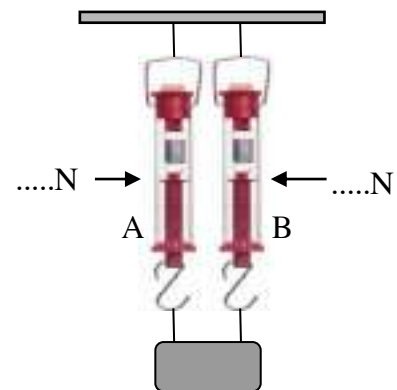
(γ) Δυναμόμετρο Α: 25 N, Δυναμόμετρο Β: 25 N

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Να θεωρήσετε ότι τα βάρη των δυναμόμετρων και των νημάτων είναι αμελητέα.



2.2 Ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση a και αρχική ταχύτητα v_0 .

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Όταν η ταχύτητα του κινητού υποδιπλασιαστεί θα έχει διανύσει διάστημα ίσο με:

(α) $s = \frac{3v_0^2}{4a}$

(β) $s = \frac{3v_0^2}{8a}$

(γ) $s = \frac{2v_0^2}{3a}$

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

2.1 Σωστή η απάντηση (γ)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στο δεύτερο σχήμα είναι το βάρος του προς τα κάτω και οι δύο τάσεις των νημάτων προς τα πάνω. Οι δύο τάσεις είναι ίσες μεταξύ τους αφού τα δυναμόμετρα είναι ίδια. Επομένως:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow 2T - B = 0 \Rightarrow T = 25 \text{ N}$$

Λόγω δράσης-αντίδρασης (3ος Νόμος του Νεύτωνα) και το σώμα θα ασκεί σε κάθε νήμα αντίθετη δύναμη.

Τα νήματα είναι τεντωμένα και αβαρή, επομένως η δύναμη που δέχεται κάθε νήμα από το δυναμόμετρο είναι 25 N.

Και τελικά, λόγω δράσης-αντίδρασης, κάθε νήμα ασκεί στο αντίστοιχο δυναμόμετρο δύναμη 25 N.

2.2 Σωστή η απάντηση (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, επομένως

$$v = v_0 - at \Rightarrow \frac{v_0}{2} = v_0 - at \Rightarrow t = \frac{v_0}{2a} \quad (1)$$

Το διάστημα δίνεται από τη σχέση

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} at^2 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} s = v_0 \left(\frac{v_0}{2a} \right) - \frac{1}{2} a \left(\frac{v_0}{2a} \right)^2$$

και τελικά

$$s = \frac{3v_0^2}{8a}$$

ΘΕΜΑ 2

2.1 Ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση a και αρχική ταχύτητα $v_0 = 0$. Μετά από κάποιο χρονικό διάστημα (Δt) θα έχει διανύσει διάστημα s και η ταχύτητά του θα είναι ίση με v .

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Το διάστημα s και η ταχύτητα v συνδέονται με τη σχέση:

(α) $s = \frac{2v^2}{a}$

(β) $s = \frac{v^2}{a}$

(γ) $s = \frac{v^2}{2a}$

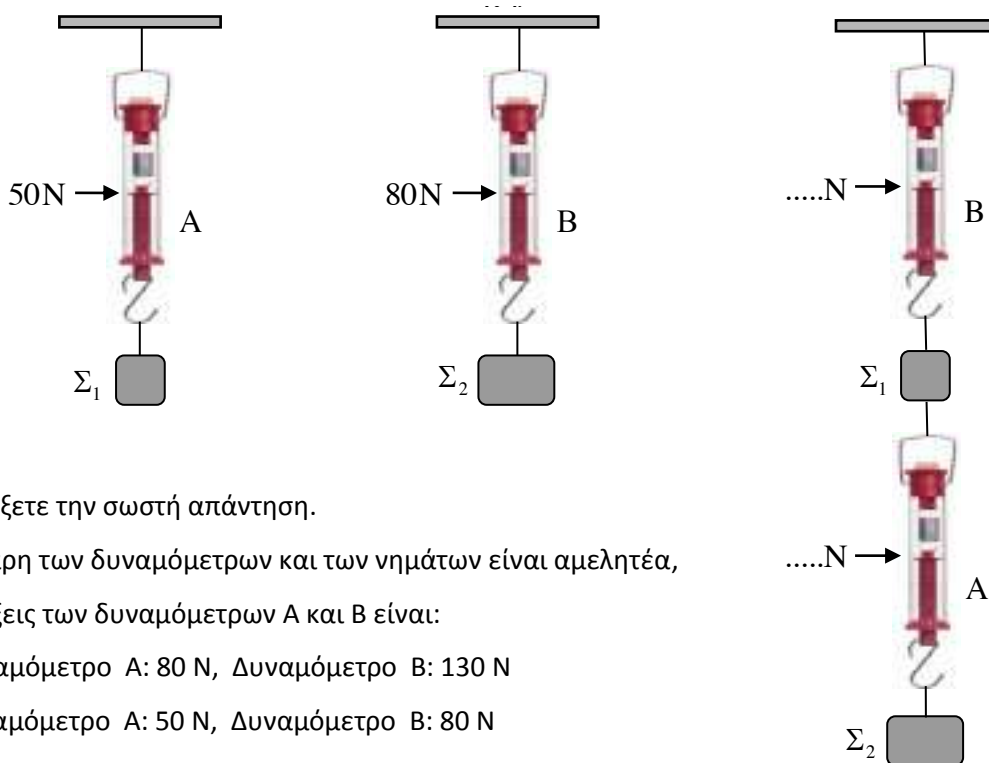
Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Τα βάρη των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 , με τη βοήθεια των δυναμόμετρων A και B, βρέθηκαν ίσα με 50 N και 80 N αντίστοιχα.

Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τα δύο δυναμόμετρα A και B κρεμάμε τα σώματα όπως στο τρίτο σχήμα.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν τα βάρη των δυναμόμετρων και των νημάτων είναι αμελητέα, οι ενδείξεις των δυναμόμετρων A και B είναι:

(α) Δυναμόμετρο A: 80 N, Δυναμόμετρο B: 130 N

(β) Δυναμόμετρο A: 50 N, Δυναμόμετρο B: 80 N

(γ) Δυναμόμετρο A: 50 N, Δυναμόμετρο B: 130 N

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

2.1 Σωστή η απάντηση (γ)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα, επομένως

$$v = \alpha \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{v}{\alpha} \quad (1)$$

Το διάστημα δίνεται από τη σχέση

$$s = \frac{1}{2} \alpha (\Delta t)^2 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} s = \frac{1}{2} \alpha \left(\frac{v}{\alpha} \right)^2$$

και τελικά

$$s = \frac{v^2}{2\alpha}$$

2.2 Σωστή η απάντηση (α)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ_2 είναι το βάρος του προς τα κάτω και η τάση του νήματος προς τα πάνω. Το σώμα Σ_2 ισορροπεί, επομένως:

$$\Sigma F_2 = 0 \Rightarrow T_2 - B_2 = 0 \Rightarrow T_2 = 80 \text{ N}$$

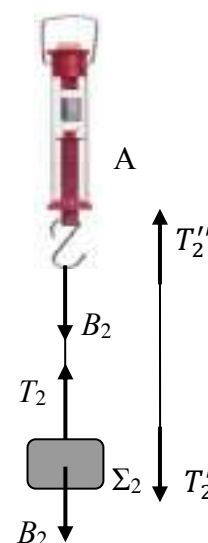
Λόγω δράσης-αντίδρασης (3ος Νόμος του Νεύτωνα) και το σώμα Σ_2 θα ασκεί στο νήμα αντίθετη δύναμη μέτρου $T'_2 = 80 \text{ N}$.

Το νήμα είναι τεντωμένο και αβαρές, επομένως η δύναμη που δέχεται το νήμα από το δυναμόμετρο A είναι $T''_2 = 80 \text{ N}$.

Και τελικά, λόγω δράσης-αντίδρασης, το νήμα ασκεί στο δυναμόμετρο A δύναμη 80 N (ίση με το βάρος B_2), που είναι και η ένδειξη του δυναμόμετρου A.

Το συνολικό βάρος που είναι κρεμασμένο στο νήμα που είναι συνδεδεμένο στο κάτω άκρο του δυναμόμετρου B είναι αυτό και των δύο σωμάτων δηλαδή 130 N.

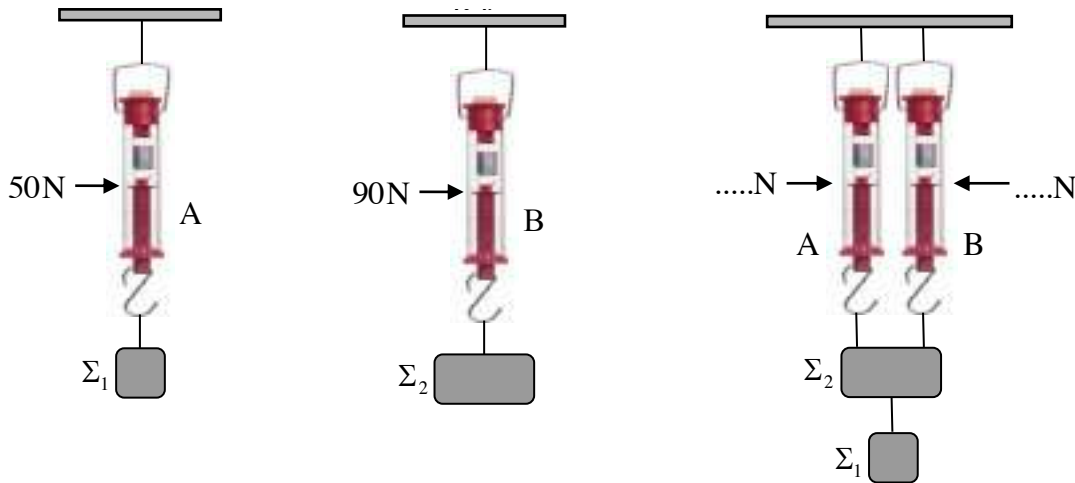
Με ανάλογους συλλογισμούς, η ένδειξη του δυναμόμετρου B είναι 130 N.



ΘΕΜΑ 2

2.1 Τα βάρη των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 , με τη βοήθεια των δυναμόμετρων A και B, βρέθηκαν ίσα με 50 N και 90 N αντίστοιχα.

Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τα δύο δυναμόμετρα A και B κρεμάμε τα σώματα όπως στο τρίτο σχήμα.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν τα βάρη των δυναμόμετρων και των νημάτων είναι αμελητέα, οι ενδείξεις των δυναμόμετρων A και B είναι:

(α) Δυναμόμετρο A: 50 N, Δυναμόμετρο B: 90 N

(β) Δυναμόμετρο A: 70 N, Δυναμόμετρο B: 70 N

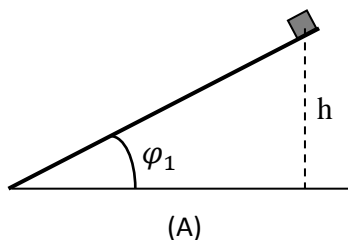
(γ) Δυναμόμετρο A: 90 N, Δυναμόμετρο B: 50 N

Μονάδες 4

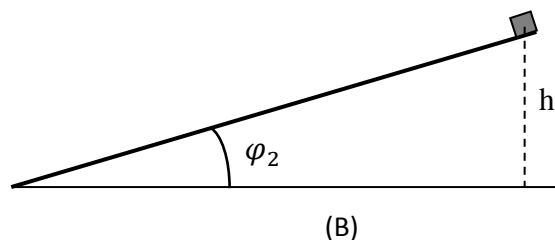
B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Δύο κιβώτια ίσων μαζών αφήνονται να ολισθήσουν από την κορυφή δύο λείων κεκλιμένων επιπέδων διαφορετικής κλίσης ($\varphi_1 = 2\varphi_2$), αλλά από το ίδιο ύψος h .



(A)



(B)

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν W_A και W_B τα έργα του βάρους στις δύο περιπτώσεις, τότε:

(α) $W_A = W_B$

(β) $W_A = 2W_B$

(γ) $W_B = 2W_A$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

2.1 Σωστή η απάντηση (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το συνολικό βάρος που είναι κρεμασμένο στα νήματα, στο τρίτο σχήμα, είναι αυτό και των δύο σωμάτων δηλαδή $B_{12} = 140 \text{ N}$.

Θεωρώντας τα δύο σώματα ως ένα (συσσωμάτωμα) και δεδομένου ότι οι δύο τάσεις είναι ίσες μεταξύ τους αφού τα δυναμόμετρα είναι ίδια έχουμε:

$$\Sigma F_{12} = 0 \Rightarrow 2T - B_{12} = 0 \Rightarrow T = 70 \text{ N}$$

Λόγω δράσης-αντίδρασης (3ος Νόμος του Νεύτωνα) και το σώμα θα ασκεί σε κάθε νήμα αντίθετη δύναμη.

Τα νήματα είναι τεντωμένα και αβαρή, επομένως η δύναμη που δέχεται κάθε νήμα από το δυναμόμετρο είναι 70 N.

Και τελικά, λόγω δράσης-αντίδρασης, κάθε νήμα ασκεί στο αντίστοιχο δυναμόμετρο δύναμη 70 N.

2.2 Σωστή η απάντηση (α)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Στο κεκλιμένο επίπεδο (Α) αναλύουμε το βάρος σε δύο συνιστώσες B_x και B_y , όπως στο σχήμα. Η B_y είναι κάθετη στην μετατόπιση του σώματος, οπότε το έργο της είναι μηδενικό. Για το έργο της B_x έχουμε:

$$W_A = B \cdot S \cdot \eta \mu \varphi_1 \quad \text{ή}$$

$$W_A = B \cdot S \cdot \frac{h}{S} \quad \text{και τελικά}$$

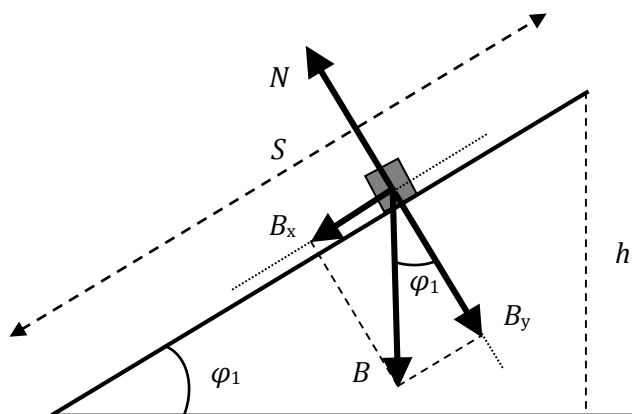
$$W_A = B \cdot h \quad (1)$$

Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία και για το κεκλιμένο επίπεδο (Β) καταλήγουμε ότι

$$W_B = B \cdot h \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε τελικά

$$W_A = W_B$$



ΘΕΜΑ 2

2.1 Ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα u_0 . Μετά από χρονικό διάστημα Δt έχει διανύσει διάστημα S και η ταχύτητά του είναι ίση με u_1 .

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Το διάστημα S δίδεται από τη σχέση:

$$(\alpha) S = \frac{u_1 + u_0}{4} \Delta t$$

$$(\beta) S = \frac{u_1 + u_0}{2} \Delta t$$

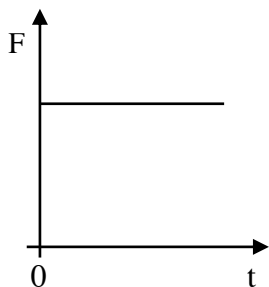
$$(\gamma) S = \frac{u_1 - u_0}{4} \Delta t$$

Μονάδες 4

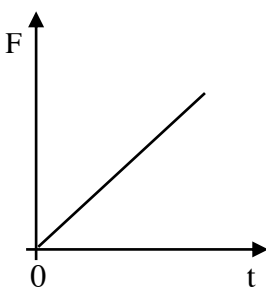
B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

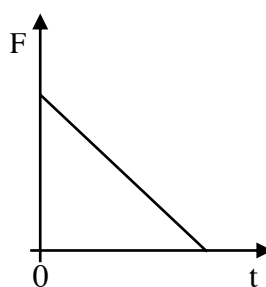
2.2 Ένα σώμα κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα. Την στιγμή $t_0 = 0$ s το σώμα δέχεται οριζόντια δύναμη F , οπότε αρχίζει να επιταχύνεται. Το μέτρο της επιτάχυνσης μειώνεται γραμμικά σε σχέση με το χρόνο κίνησης του σώματος ($a = a_0 - K \cdot t$, όπου a_0 η επιτάχυνσή του τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s και K μία θετική σταθερά).



I



II



III

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η γραφική παράσταση του μέτρου της δύναμης (F) που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με τον χρόνο (t) δίδεται από το διάγραμμα:

(α) I

(β) II

(γ) III

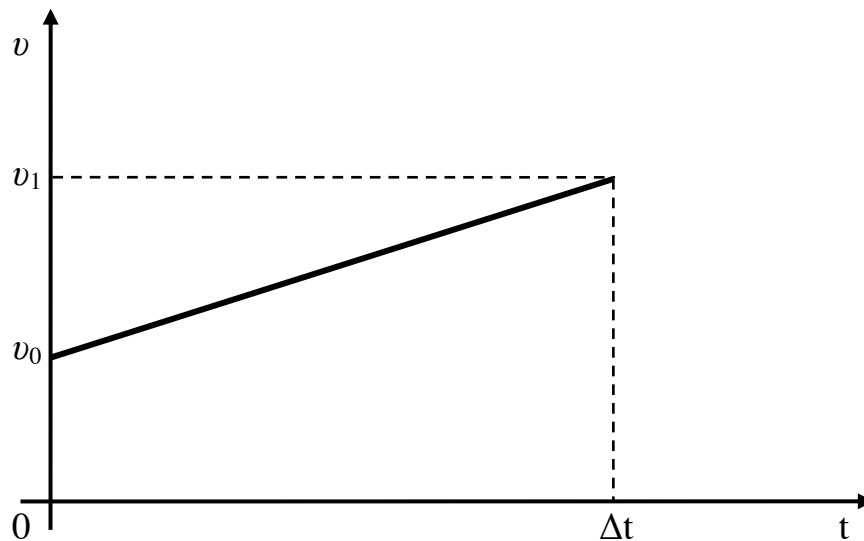
Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

2.1 Σωστή η απάντηση (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση



Το εμβαδόν του τραpezοειδους που περικλείεται μεταξύ της γραμμής που παριστά την ταχύτητα και των αξόνων v , t είναι ίσο με τη μετατόπιση του οχήματος. Επομένως:

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_0}{2} \Delta t, \text{ όπου } \Delta t \text{ η χρονική διάρκεια της κίνησης.}$$

Αλλά

$$S = |\Delta x|$$

και τελικά

$$S = \frac{v_1 + v_0}{2} \Delta t$$

2.2 Σωστή η απάντηση (γ)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση με το μέτρο της επιτάχυνσής του να είναι της μορφής:

$$a = a_0 - K \cdot t \quad (1), \text{ όπου } K \text{ μία θετική σταθερά.}$$

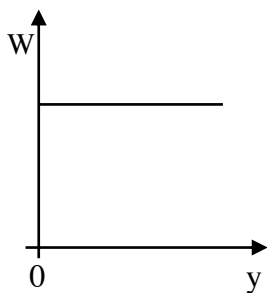
Από τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα για το μέτρο της δύναμης F έχουμε

$$F = m \cdot a \stackrel{(1)}{\Rightarrow} F = m \cdot a_0 - m \cdot K \cdot t$$

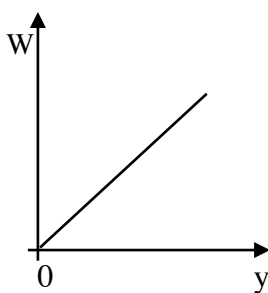
δηλ. και η δύναμη μειώνεται γραμμικά σε σχέση με το χρόνο.

ΘΕΜΑ 2

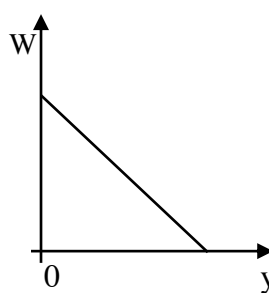
2.1 Μικρή σφαίρα αφήνεται να πέσει από μικρό ύψος (H) από το έδαφος, εκτελώντας ελεύθερη πτώση.



I



II



III

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η γραφική παράσταση του έργου του βάρους της σφαίρας σε συνάρτηση με το ύψος (y) από το έδαφος δίδεται από το διάγραμμα:

(α) I

(β) II

(γ) III

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Δύο ίδιες σφαίρες A και B αφήνονται την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ να εκτελέσουν ελεύθερη πτώση από ύψος $h/2$ και h , αντίστοιχα.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Εάν t_A και t_B οι χρονικές στιγμές που φτάνουν στο έδαφος οι σφαίρες A και B αντίστοιχα, τότε η σχέση μεταξύ τους είναι:

(α) $t_B = t_A$

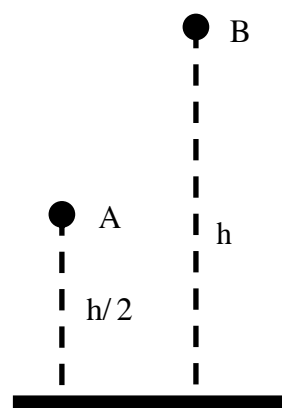
(β) $t_B = \sqrt{2}t_A$

(γ) $t_B = 2t_A$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9



2.1 Σωστή η απάντηση (γ)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

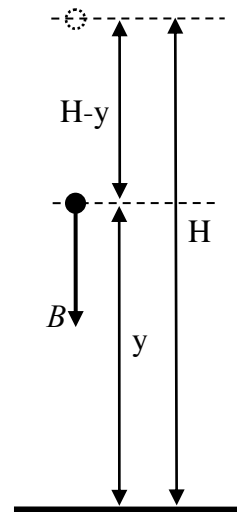
Το έργο του βάρους του σώματος καθώς το σώμα πέφτει προς το έδαφος (με τη βοήθεια του σχήματος) είναι:

$$W = B \cdot (H - y) \text{ ή}$$

$$W = B \cdot H - B \cdot y \quad (1)$$

Από τη σχέση (1), το έργο του βάρους μειώνεται γραμμικά με το ύψος σύμφωνα με την γενική σχέση

$$W = \alpha \cdot y + \beta, \text{ όπου } \alpha = -B \text{ και } \beta = B \cdot H$$



2.2 Σωστή η απάντηση (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Για τις σφαίρες Α και Β ισχύουν αντίστοιχα:

$$\frac{h}{2} = \frac{1}{2} g t_A^2 \quad (1)$$

και

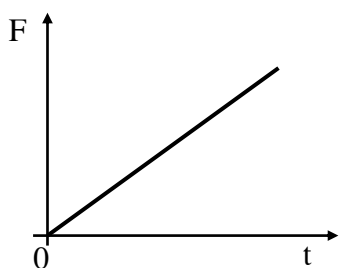
$$h = \frac{1}{2} g t_B^2 \quad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε

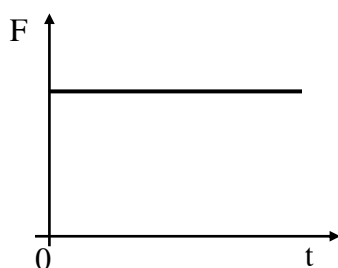
$$t_B = \sqrt{2} t_A$$

ΘΕΜΑ 2

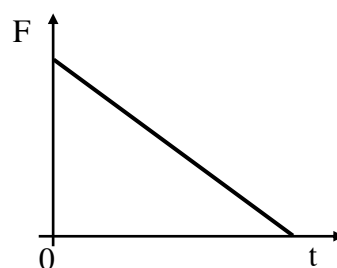
2.1 Σε κιβώτιο που βρίσκεται ακίνητο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο ασκείται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ οριζόντια δύναμη F , οπότε παρατηρείται ότι η ταχύτητά του είναι ανάλογη με το χρόνο.



I



II



III

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η γραφική παράσταση του μέτρου της δύναμης (F) που ασκείται στο κιβώτιο σε συνάρτηση με το χρόνο (t) δίδεται από το διάγραμμα:

(α) I

(β) II

(γ) III

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Μικρό σφαιρίδιο μάζας m αφήνεται από ύψος h να εκτελέσει ελεύθερη πτώση. Έστω $t_{ολ}$ ο συνολικός χρόνος για να φτάσει το σφαιρίδιο στο έδαφος και t_0 ο χρόνος που πέρασε μέχρι η δυναμική του ενέργεια να γίνει ίση με την κινητική του.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Ο λόγος $\frac{t_{ολ}}{t_0}$ ισούται με:

(α) $\sqrt{2}$

(β) $3/2$

(γ) 2

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

2.1 Σωστή η απάντηση (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, αφού η ταχύτητα του αυξάνεται ανάλογα με το χρόνο ($v = at$).

Επομένως η επιτάχυνση του κιβωτίου είναι σταθερή, και από το 2ο Νόμο του Νεύτωνα ($F = ma$) και η δύναμη που ασκείται στο κιβώτιο είναι σταθερή.

2.2 Σωστή η απάντηση (α)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Έστω Α το σημείο από όπου αφήνεται το σώμα και Γ το σημείο όπου εξισώνεται η δυναμική ενέργεια με την κινητική. Η μηχανική ενέργεια του σφαιριδίου διατηρείται, επομένως:

$$E_{MHX,A} = E_{MHX,\Gamma} \Rightarrow K_A + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma \Rightarrow$$

$$0 + U_A = U_\Gamma + U_\Gamma \Rightarrow U_A = 2U_\Gamma \Rightarrow$$

$$mgh = 2mgh_\Gamma \Rightarrow h_\Gamma = \frac{h}{2}$$

Δηλαδή η δυναμική ενέργεια του σφαιριδίου γίνεται ίση με την κινητική του ενέργεια σε ύψος $\frac{h}{2}$.

Για να φτάσει στο σημείο Γ το σώμα διανύει απόσταση $y = h - h_\Gamma = h - \frac{h}{2} = \frac{h}{2}$ σε χρονικό διάστημα t_0 .

Για τις διαδρομές μέχρι το Γ και μέχρι το έδαφος ισχύουν αντίστοιχα:

$$y = \frac{1}{2}gt_0^2 \Rightarrow \frac{h}{2} = \frac{1}{2}gt_0^2 \quad (3)$$

και

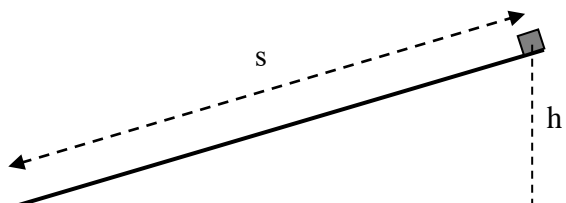
$$h = \frac{1}{2}gt_{o\lambda}^2 \quad (4)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (3) και (4) έχουμε

$$t_{o\lambda} = \sqrt{2}t_0 \quad \text{ή} \quad \frac{t_{o\lambda}}{t_0} = \sqrt{2}$$

ΘΕΜΑ 2

2.1 Μικρό σώμα, μάζας m , αφήνεται να ολισθήσει από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν W είναι το έργο του βάρους του σώματος, ισχύει:

(α) $W = m \cdot g \cdot s$

(β) $W = m \cdot g \cdot h$

(γ) $W = m \cdot g \cdot \sqrt{s^2 - h^2}$

(όπου s το διάστημα που διανύει το σώμα μέχρι να φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, h το ύψος από το οποίο αφήνεται το σώμα και g η επιτάχυνση της βαρύτητας)

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Ένα κινητό βρίσκεται ακίνητο στη θέση $x_0 = 0 \text{ m}$ και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ αρχίζει να κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση $a = 4 \text{ m/s}^2$.

A) Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας:

$t \text{ (s)}$	$a \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$	$v \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$
0		
2		
4		
6		

Μονάδες 4

B) Να γίνει η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο, σε βαθμονομημένους άξονες, για το παραπάνω κινητό, κατά το χρονικό διάστημα $0 \text{ s} - 6 \text{ s}$. Στη συνέχεια να υπολογιστεί το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ των αξόνων, της γραφικής παράστασης και της κατακόρυφης που διέρχεται από το σημείο 6 s , και να συγκριθεί με ένα από τα μεγέθη του πίνακα του ερωτήματος (Α).

Μονάδες 9

2.1 Σωστή η απάντηση (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

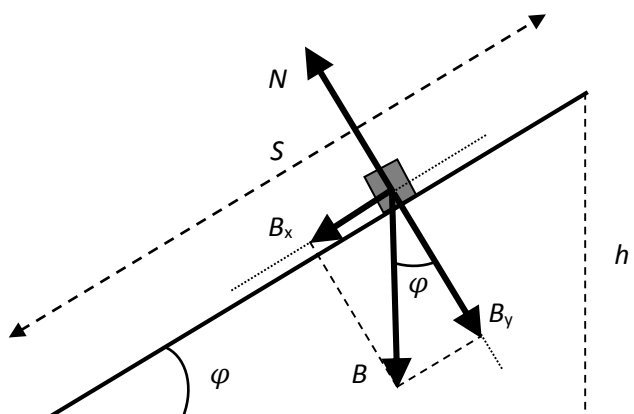
Αναλύουμε το βάρος σε δύο συνιστώσες B_x και B_y , όπως στο σχήμα. Η B_y είναι κάθετη στην μετατόπιση του σώματος, οπότε το έργο της είναι μηδενικό. Για το έργο της B_x έχουμε:

$$W = B_x \cdot S \text{ ή}$$

$$W = B \cdot S \cdot \eta\mu\varphi \text{ ή}$$

$$W = B \cdot S \cdot \frac{h}{S} \text{ και τελικά}$$

$$W = m \cdot g \cdot h$$



2.2

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

A) Με βάση τα δεδομένα έχουμε:

$t \text{ (s)}$	$a \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$	$v \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$
0	4	0
2	4	8
4	4	16
6	4	24

B) Το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ των αξόνων a , t και της ευθείας που παριστά την επιτάχυνση για το χρονικό διάστημα $0 \text{ s} - 6 \text{ s}$ είναι ίσο με 24 m/s .

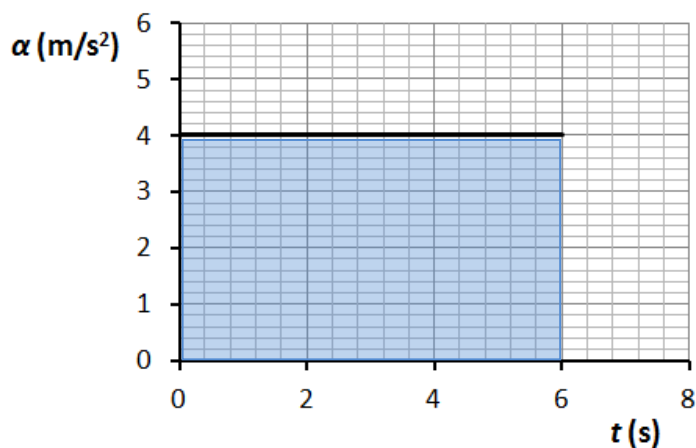
Το εμβαδόν ισούται με την μεταβολή της ταχύτητας στο αντίστοιχο χρονικό διάστημα

$$\Delta v = v_{\text{τελικό}} - v_0$$

αλλά $v_0 = 0 \text{ m/s}$

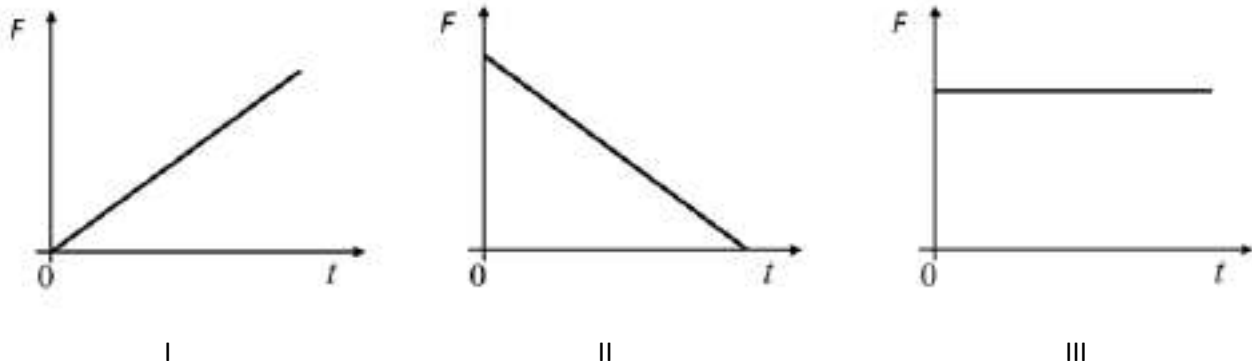
και τελικά

$v_{\text{τελικό}} = 24 \text{ m/s}$, όπως έχει υπολογιστεί και στον πίνακα του ερωτήματος (A).



ΘΕΜΑ 2

2.1 Ένα σώμα κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα. Κάποια στιγμή στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη F και το σώμα αρχίζει να επιβραδύνεται ομαλά.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η γραφική παράσταση του μέτρου της δύναμης (F) που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο (t) δίδεται από το διάγραμμα:

(α) I

(β) II

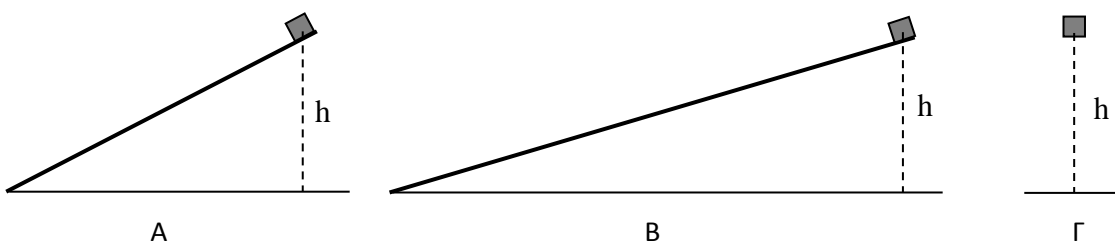
(γ) III

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Δύο κιβώτια ίσων μαζών αφήνονται να ολισθήσουν από την κορυφή δύο λείων κεκλιμένων επιπέδων διαφορετικής κλίσης, αλλά από το ίδιο ύψος h από το έδαφος. Ένα τρίτο ίδιο κιβώτιο αφήνεται από ύψος h από το έδαφος και εκτελεί ελεύθερη πτώση.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν W_A , W_B και W_Γ τα έργα του βάρους στις τρεις περιπτώσεις, τότε:

(α) $W_A = W_B > W_\Gamma$

(β) $W_A = W_B < W_\Gamma$

(γ) $W_A = W_B = W_\Gamma$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

2.1 Σωστή η απάντηση (γ)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Επομένως η επιβράδυνση του σώματος είναι σταθερή, οπότε, από το 2ο Νόμο του Νεύτωνα ($F = ma$) και η δύναμη που ασκείται στο κιβώτιο είναι σταθερή κατά μέτρο και κατεύθυνση.

2.2 Σωστή η απάντηση (γ)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Για το κεκλιμένο επίπεδο (Α) το έργο του βάρους του σώματος έχουμε:

Αναλύουμε το βάρος σε δύο συνιστώσες B_x και B_y , όπως στο σχήμα. Η B_y είναι κάθετη στην μετατόπιση του σώματος, οπότε το έργο της είναι μηδενικό. Για το έργο της B_x έχουμε:

$$W_A = B_x \cdot S \text{ ή}$$

$$W_A = B \cdot S \cdot \eta \mu \varphi \text{ ή}$$

$$W_A = B \cdot S \cdot \frac{h}{S} \text{ και τελικά}$$

$$W_A = B \cdot h \quad (1)$$

Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία και για το κεκλιμένο επίπεδο (Β) καταλήγουμε ότι

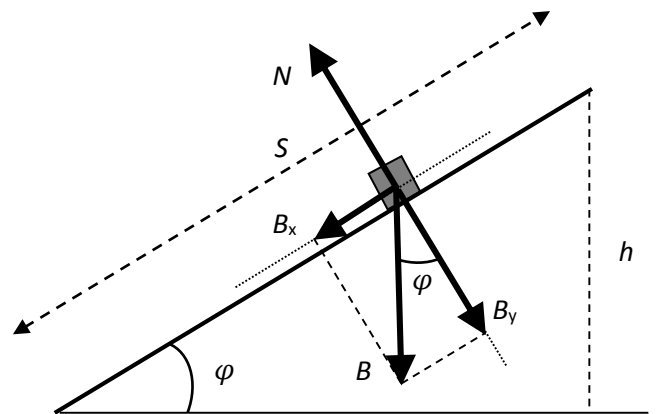
$$W_B = B \cdot h \quad (2)$$

Για την ελεύθερη πτώση έχουμε:

$$W_T = B \cdot h \cdot \sin \varphi \text{ ή } W_T = B \cdot h \quad (\varphi = 0^\circ) \quad (3)$$

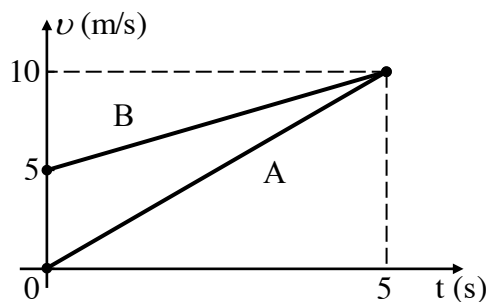
Από τις σχέσεις (1), (2) και (3) έχουμε τελικά

$$W_A = W_B = W_T$$



ΘΕΜΑ 2

2.1 Στο σχήμα δίνονται τα διαγράμματα ταχύτητας-χρόνου για δύο σώματα Α και Β που κινούνται παράλληλα και ευθύγραμμα.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Για τις επιταχύνσεις των δύο σωμάτων ισχύουν:

(α) $\alpha_A = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ και $\alpha_B = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

(β) $\alpha_A = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ και $\alpha_B = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

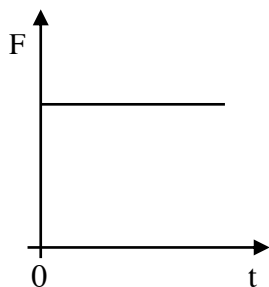
(γ) $\alpha_A = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ και $\alpha_B = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Μονάδες 4

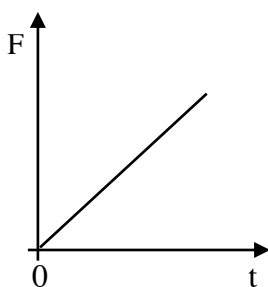
B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

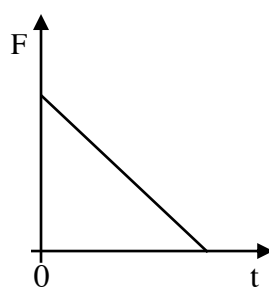
2.2 Ένα σώμα κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα. Κάποια στιγμή το σώμα δέχεται οριζόντια δύναμη F , οπότε αρχίζει να επιβραδύνεται. Το μέτρο της επιβράδυνσης αυξάνεται ανάλογα με το χρόνο κίνησης του σώματος.



I



II



III

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η γραφική παράσταση του μέτρου της δύναμης (F) που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο (t) δίνεται από το διάγραμμα:

(α) I

(β) II

(γ) III

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

2.1 Σωστή η απάντηση (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το σώμα Α εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση που δίνεται από τη κλίση της ευθείας στο διάγραμμα της ταχύτητας,

$$\alpha_A = \frac{\Delta v_A}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \alpha_A = \frac{(10-0) \text{ m/s}}{5 \text{ s}} \quad \text{και τελικά} \quad \alpha_A = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Ομοίως για το σώμα Β έχουμε

$$\alpha_B = \frac{\Delta v_B}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \alpha_B = \frac{(10-5) \text{ m/s}}{5 \text{ s}} \quad \text{και τελικά} \quad \alpha_B = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

2.2 Σωστή η απάντηση (β)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη επιβραδυνόμενη κίνηση με το μέτρο της επιβράδυνσής του να είναι της μορφής:

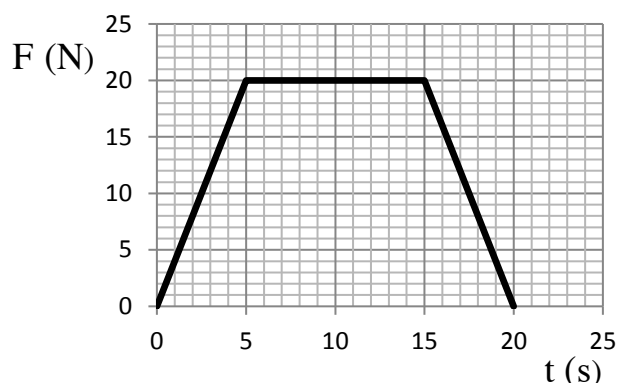
$$a = K \cdot t \quad (1), \text{ όπου } K \text{ μία θετική σταθερά.}$$

Από τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα για το μέτρο της δύναμης F έχουμε

$$F = m \cdot a \stackrel{(1)}{\Rightarrow} F = m \cdot K \cdot t \quad \text{δηλ. η δύναμη είναι ανάλογη του χρόνου κίνησης του σώματος.}$$

ΘΕΜΑ 2

2.1 Ένα σώμα βρίσκεται ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Την χρονική στιγμή $t = 0$ s ασκείται πάνω του οριζόντια δύναμη σταθερής διεύθυνσης. Η αλγεβρική τιμή της δύναμης σε συνάρτηση με τον χρόνο φαίνεται στο διάγραμμα.



A) Να επιλέξετε την σωστή πρόταση.

(α) Στο χρονικό διάστημα από 15 s έως 20 s το σώμα επιβραδύνεται γιατί η δύναμη που του ασκείται είναι μικρότερη από τη δύναμη το χρονικό διάστημα από 5 s έως 15 s.

(β) Το χρονικό διάστημα από 5 s έως 15 s το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα.

(γ) Για όλο το χρονικό διάστημα από 0 s έως 20 s η ταχύτητα του σώματος συνεχώς αυξάνει.

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

2.2 Ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση μέτρου α και αρχική ταχύτητα v_0 , ξεκινώντας από την θέση $x = 0$, τη χρονική στιγμή $t = 0$.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Όταν η ταχύτητα του κινητού υποδιπλασιαστεί θα έχει διανύσει διάστημα ίσο με:

(α) $S = \frac{3v_0^2}{8\alpha}$

(β) $S = \frac{3v_0^2}{4\alpha}$

(γ) $S = \frac{2v_0^2}{3\alpha}$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

2.1 Σωστή η απάντηση (γ)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Από το διάγραμμα έχουμε ότι η αλγεβρική τιμή της δύναμης είναι θετική για όλο το χρονικό διάστημα από 0 s έως 20 s, επομένως από τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα ($F = ma$) το σώμα συνεχώς επιταχύνεται με αποτέλεσμα η ταχύτητα του σώματος συνεχώς να αυξάνεται.

2.2 Σωστή η απάντηση (α)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Στην ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση οι εξισώσεις κίνησης είναι:

$$S = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2 \quad (1)$$

και

$$v = v_0 - a t \quad (2)$$

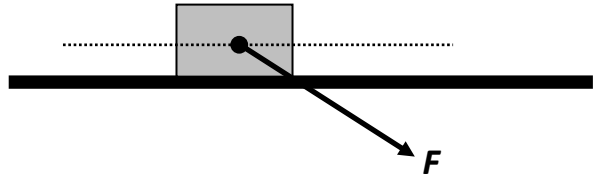
Από τη σχέση (2) έχουμε $\frac{v_0}{2} = v_0 - a t \Rightarrow t = \frac{v_0}{2a} \quad (3)$

Με απαλοιφή του t μεταξύ των σχέσεων (3) και (1) έχουμε τελικά

$$S = \frac{3v_0^2}{8a}$$

ΘΕΜΑ 4

Το σώμα του σχήματος έχει μάζα $m = 2 \text{ Kg}$ και αρχικά ηρεμεί στο οριζόντιο επίπεδο. Κάποια στιγμή το σώμα αρχίζει να ολισθαίνει στο οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση της δύναμης μέτρου $F = 20 \text{ N}$, που φαίνεται στο σχήμα, της οποίας η διεύθυνση σχηματίζει γωνία 45° με την οριζόντια διεύθυνση.



Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης σώματος και επιπέδου είναι $\mu_{ολ} = 0,2$ και $g = 10 \text{ m/s}^2$.

4.1 Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που δέχεται το σώμα και να τις αναλύσετε σε ορθογώνιο σύστημα αναφοράς, του οποίου ο ένας άξονας συμπίπτει με την διεύθυνση της κίνησης.

Μονάδες 5

4.2 Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης.

Μονάδες 8

4.3 Να υπολογίσετε την ταχύτητα και τη μετατόπιση του σώματος για χρονικό διάστημα 5 s από τη στιγμή που άρχισε να ασκείται η δύναμη.

Μονάδες 8

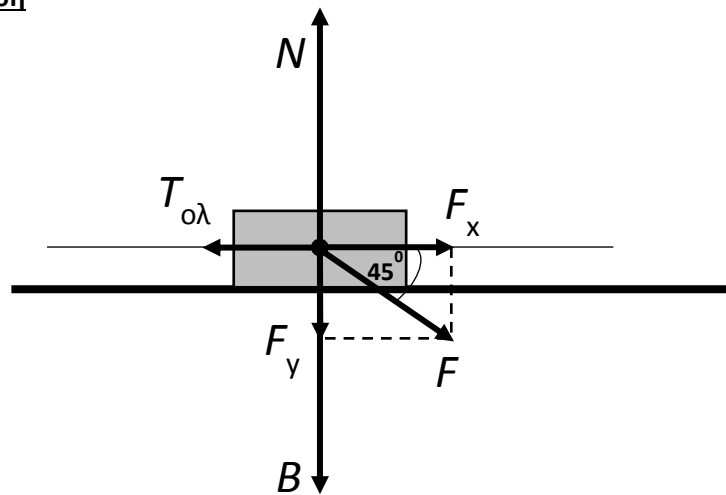
4.4 Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα ταχύτητας - χρόνου και θέσης - χρόνου, σε βαθμολογημένους άξονες, για το χρονικό διάστημα των 5 s από τη στιγμή που άρχισε να ασκείται η δύναμη.

Μονάδες 4

Δίνονται $\eta\mu 45^\circ = \sigma\upsilon\nu 45^\circ = 0,7$

Ενδεικτική λύση

4.1



(Μονάδες 5)

4.2 Εφαρμόζοντας τον νόμο της τριβής ολίσθησης και την σχέση ισορροπίας των δυνάμεων στον άξονα γγ' προκύπτει:

$$\begin{aligned}T_{ολ} &= n_{ολ} \cdot N \\ \Sigma F_y = 0 &\Rightarrow N - F_y - B = 0 \Rightarrow N = F \cdot \eta\mu 45^\circ + m \cdot g \Rightarrow \\ N &= 20 \text{ N} \cdot 0,7 + 2 \text{ Kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \Rightarrow \\ N &= 34 \text{ N} \quad (1)\end{aligned}$$

(Μονάδες 5)

Και τελικά

$$T_{ολ} = n_{ολ} \cdot N \stackrel{(1)}{\Rightarrow} T_{ολ} = 0,2 \cdot 34 \text{ N} \Rightarrow T_{ολ} = 6,8 \text{ N}$$

(Μονάδες 3)

4.3 Από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε

$$\begin{aligned}\Sigma F_x = m \cdot a &\Rightarrow F_x - T_{ολ} = m \cdot a \Rightarrow F \cdot \sigma\upsilon\nu 45^\circ - T_{ολ} = m \cdot a \Rightarrow \\ 20 \text{ N} \cdot 0,7 - 6,8 \text{ N} &= 2 \text{ Kg} \cdot a \Rightarrow a = 3,6 \text{ m/s}^2\end{aligned}$$

(Μονάδες 3)

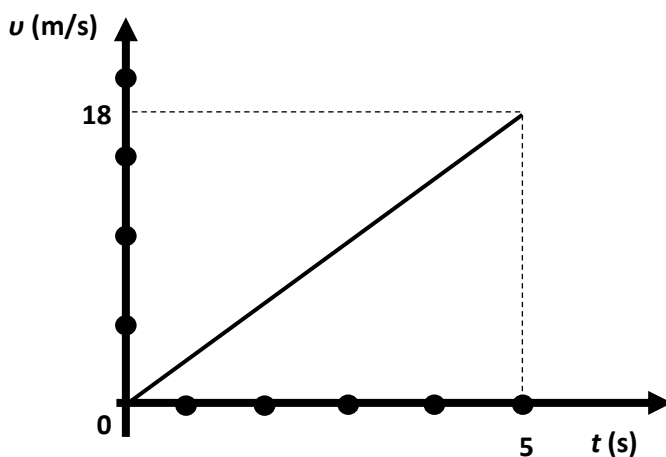
$$v = a \cdot \Delta t \Rightarrow v = 3,6 \text{ m/s}^2 \cdot 5 \text{ s} \Rightarrow v = 18 \text{ m/s}$$

(Μονάδες 2)

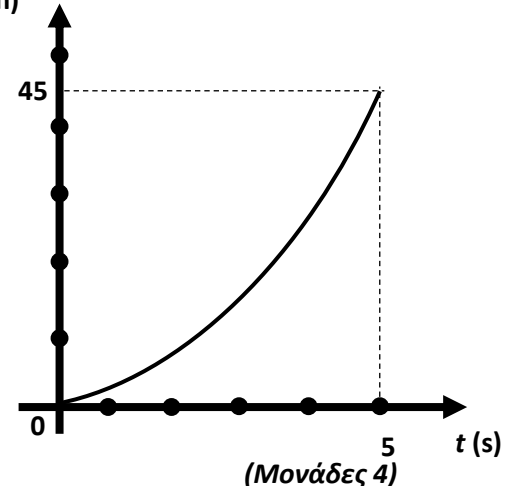
$$\Delta x = \frac{1}{2} a \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} 3,6 \text{ m/s}^2 \cdot (5 \text{ s})^2 \Rightarrow \Delta x = 45 \text{ m}$$

(Μονάδες 3)

4.4

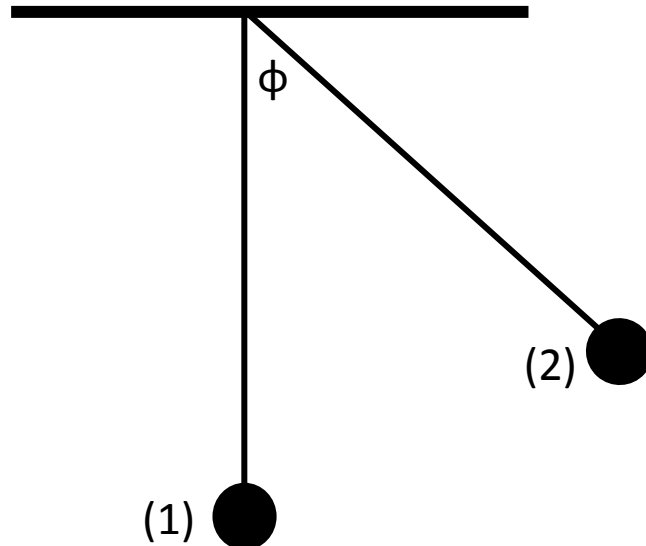


x (m)



ΘΕΜΑ 4

Σώμα μάζας $m = 10 \text{ Kg}$ είναι δεμένο στην άκρη νήματος μήκους $l = 1 \text{ m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σημείο οροφής. Το σώμα, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα ισορροπεί με το νήμα στην κατακόρυφη θέση (1). Εκτρέπουμε το σώμα από την αρχική του θέση έτσι ώστε να βρεθεί ακίνητο σε νέα θέση (2) όπου το νήμα σχηματίζει γωνία $\varphi = 60^\circ$ με την κατακόρυφο. Στη νέα θέση το σώμα ισορροπεί, δεχόμενο μια πρόσθετη σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$.



4.1 Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, όταν αυτό ισορροπεί στις θέσεις (1) και (2) και, στην δεύτερη, να αναλύσετε τις δυνάμεις σε ορθογώνιο σύστημα αναφοράς ο άξονας $x'x$ του οποίου είναι οριζόντιος.

Μονάδες 7

Να υπολογίσετε:

4.2 Την τάση του νήματος στις θέσεις (1) και (2).

Μονάδες 7

4.3 Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$.

Μονάδες 4

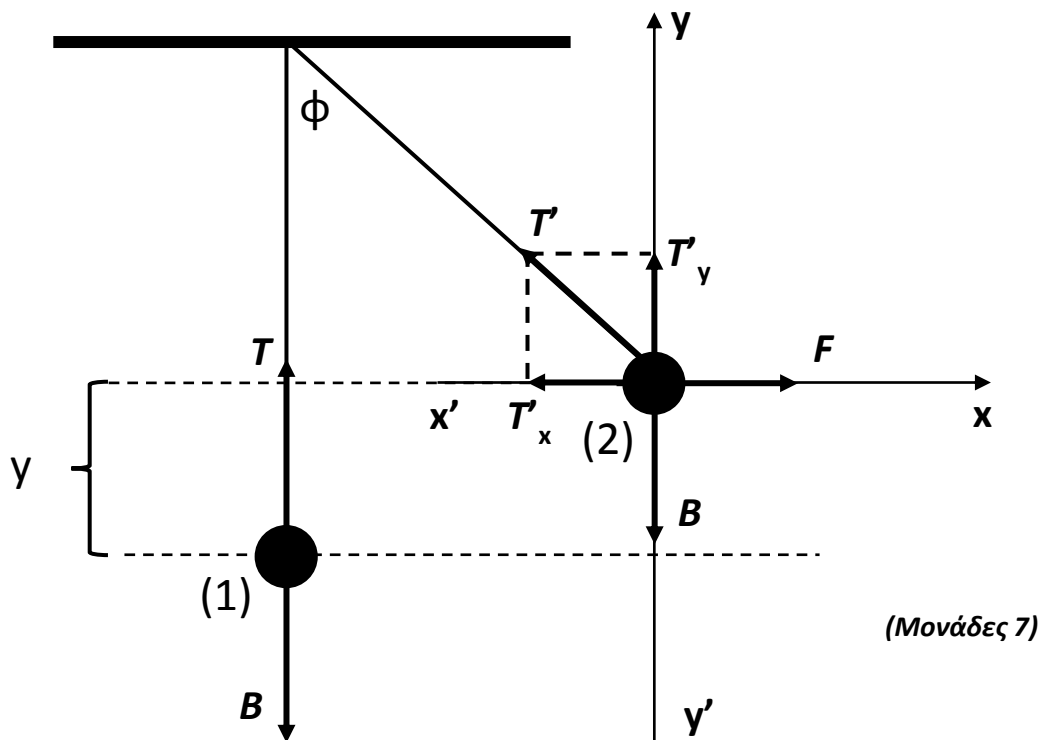
4.4 Αν αφήσουμε ελεύθερο το σώμα από την θέση (2), να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας που αυτό θα έχει όταν διέρχεται από την θέση (1), γνωρίζοντας ότι το έργο της τάσης του νήματος είναι μηδενικό.

Μονάδες 7

Δίνονται: $\eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{1}{2}$, $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Ενδεικτική απάντηση:

4.1



4.2

Στη θέση (1): $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T = B \Rightarrow T = m \cdot g = 10 \text{ Kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \Rightarrow T = 100 \text{ N}$

(Μονάδες 3)

Στη θέση (2): $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T'_y = B \Rightarrow T' \cdot \sin 60^\circ = m \cdot g \Rightarrow T' = \frac{10 \text{ Kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2}{1/2} \Rightarrow$

$$T' = 200 \text{ N}$$

(Μονάδες 4)

4.3

Στη θέση (2): $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T'_x = F \Rightarrow T' \cdot \cos 60^\circ = F \Rightarrow F = 200 \text{ N} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow F = 100\sqrt{3} \text{ N}$

(Μονάδες 4)

4.4

Όταν το σώμα αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί από την θέση (2) προς τη θέση (1), δέχεται το βάρος του και την τάση του νήματος. Το έργο της τάσης του νήματος είναι μηδέν. Το βάρος είναι συντηρητική δύναμη, άρα η μηχανική ενέργεια του σώματος διατηρείται σταθερή.

(Μονάδες 2)

Επομένως:

$$E_{\text{MHX}(2)} = E_{\text{MHX}(1)} \Rightarrow K_2 + U_2 = K_1 + U_1 \Rightarrow 0 + m \cdot g \cdot y = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + 0 \quad (1)$$

$$y = l - l \cdot \sin 60^\circ = 1 \text{ m} - 1 \text{ m} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow y = 0,5 \text{ m} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε τελικά

$$(1) \xrightarrow{(2)} 10 \text{ m/s}^2 \cdot 0,5 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{10} \text{ m/s}$$

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 4

Κιβώτιο μάζας $m = 1 \text{ Kg}$ αφήνεται να ολισθήσει κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\varphi = 30^\circ$. Το κιβώτιο κινείται με σταθερή επιτάχυνση $a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

4.1 Να αποδείξετε ότι το κιβώτιο δέχεται δύναμη τριβής ολίσθησης. Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται σ' αυτό και να τις αναλύσετε σε δυο κάθετους μεταξύ τους άξονες από τους οποίους ο ένας να είναι ο άξονας της κίνησης.

Μονάδες 8

4.2 Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης τριβής ολίσθησης που δέχεται το κιβώτιο και την τιμή του συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του κεκλιμένου επιπέδου.

Μονάδες 8

4.3 Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης του βάρους του κιβωτίου, όταν αυτό θα έχει διανύσει διάστημα 4 m κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου από το σημείο που ξεκίνησε.

Μονάδες 5

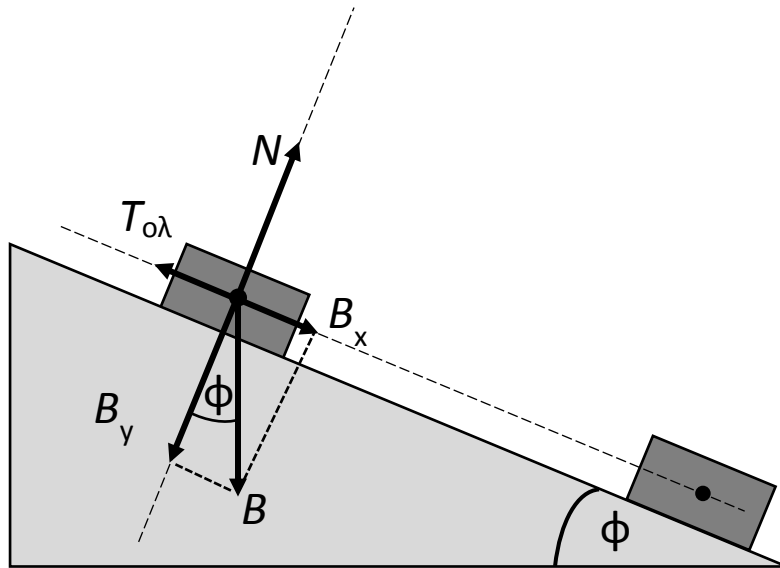
4.4 Ποιο θα είναι το μέτρο της ταχύτητας του κιβωτίου, όταν αυτό έχει διανύσει το παραπάνω διάστημα των 4 m κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου;

Μονάδες 4

Δίνονται: $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Ενδεικτική λύση

4.1



Σχεδιασμός δυνάμεων ανάλυση σε άξονες:

(Μονάδες 4)

Υπολογίζουμε την επιτάχυνση με την οποία το κιβώτιο θα κατέβαινε κινούμενο κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου **αν δεν υπήρχε** δύναμη τριβής ολίσθησης.

$$\Sigma F_x = m \cdot a_1 \Rightarrow m \cdot g \cdot \eta\mu 30^\circ = m \cdot a_1 \Rightarrow a_1 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Σύμφωνα με τα δεδομένα του προβλήματος, το κιβώτιο ολισθαίνει με επιτάχυνση $a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} < a_1$, άρα δέχεται δύναμη τριβής ολίσθησης.

(Μονάδες 4)

4.2 Εφαρμόζοντας τον νόμο της τριβής ολίσθησης, την σχέση ισορροπίας των δυνάμεων στον άξονα γγ' και στον 2^ο νόμο του Νεύτωνα στον άξονα κκ' προκύπτει:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x = m \cdot a &\Rightarrow m \cdot g \cdot \eta\mu 30^\circ - T_{ολ} = m \cdot a \Rightarrow T_{ολ} = m \cdot g \cdot \eta\mu 30^\circ - m \cdot a \\ &\Rightarrow T_{ολ} = 1 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{2} - 1 \text{ kg} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow \\ &T_{ολ} = 3 \text{ N}\end{aligned}$$

(Μονάδες 4)

$$\begin{aligned}\Sigma F_y = 0 &\Rightarrow N - m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ = 0 \Rightarrow N = 1 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \\ &N = 5\sqrt{3} \text{ N (1)}\end{aligned}$$

(Μονάδες 2)

$$\begin{aligned}T_{ολ} &= n_{ολ} \cdot N \stackrel{(1)}{\Rightarrow} n_{ολ} = \frac{T}{N} \Rightarrow \\ &n_{ολ} = \frac{\sqrt{3}}{5}\end{aligned}$$

(Μονάδες 2)

4.3 Για το έργο του βάρους:

$$\begin{aligned}W_B = W_{Bx} &= m \cdot g \cdot \eta\mu 30^\circ \cdot x \Rightarrow W_B = 1 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \text{ m} \Rightarrow \\ &W_B = 20 \text{ J}\end{aligned}$$

(Μονάδες 5)

4.4 Από την εφαρμογή του Θ.Μ.Κ.Ε. για την μετατόπιση των 4 m κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου προκύπτει:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_B + W_{Tολ} \Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v^2 - 0 = W_B - T_{ολ} \cdot x \Rightarrow$$

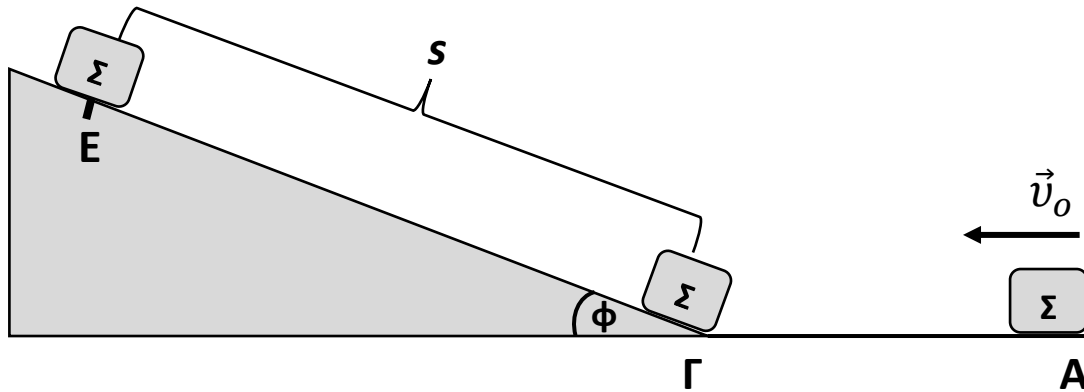
$$\frac{1}{2} 1 \text{ Kg} \cdot v^2 = 20 \text{ J} - 3 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} \Rightarrow$$

$$v = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(Μονάδες 4)

ΘΕΜΑ 4

Το σώμα του σχήματος, μάζας $m = 1 \text{ Kg}$, διέρχεται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ από τη θέση Α του λείου οριζοντίου επιπέδου ΑΓ (μήκους $AG = 20 \text{ m}$) με ταχύτητα μέτρου v_0 . Την χρονική στιγμή $t_1 = 2 \text{ s}$ το σώμα έχει φτάσει στη θέση Γ και, χωρίς να αναπηδήσει, συνεχίζει την κίνησή του, ολισθαίνοντας στο κεκλιμένο επίπεδο ΓΕ (μεγάλου μήκους), γωνίας κλίσης $\varphi = 30^\circ$, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $n_{ολ} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.



4.1 Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, καθώς αυτό κινείται στο επίπεδο ΑΓ και να υπολογίσετε την κινητική του ενέργεια στη θέση Γ.

Μονάδες 5

4.2 Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα σε μια θέση μεταξύ Γ και Ε, καθώς αυτό ανεβαίνει και να τις αναλύσετε σε δύο κάθετους μεταξύ τους άξονες, εκ των οποίων ο ένας να είναι ο άξονας κίνησης.

Μονάδες 5

4.3 Να υπολογίσετε το διάστημα s που θα διανύσει το σώμα στο κεκλιμένο επίπεδο μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του.

Μονάδες 8

4.4 Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στη θέση Ε, αφού έχει μηδενιστεί η ταχύτητά του. Να διερευνήσετε αν θα επιστρέψει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

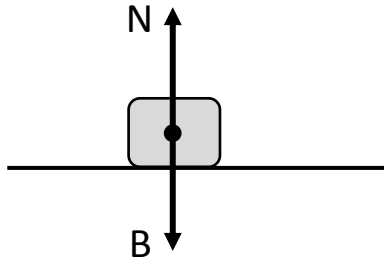
Να δεχθείτε ότι η μέγιστη στατική τριβή είναι ίση με την τριβή ολίσθησης.

Μονάδες 7

Δίνονται: $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Ενδεικτική λύση

4.1



Σχεδίαση δυνάμεων.

(Μονάδες 2)

Το οριζόντιο επίπεδο ΑΓ είναι λείο, άρα δεν ασκείται δύναμη τριβής κατά μήκος του οριζόντιου άξονα x' . Επίσης δεν ασκείται άλλη οριζόντια δύναμη στο σώμα, οπότε $\Sigma F_x = 0$.

Επίσης $\Sigma F_y = 0$.

Άρα το σώμα Σ εκτελεί στο επίπεδο αυτό ευθύγραμμη ομαλή κίνηση: $v_\Gamma = v_A = v_0$,

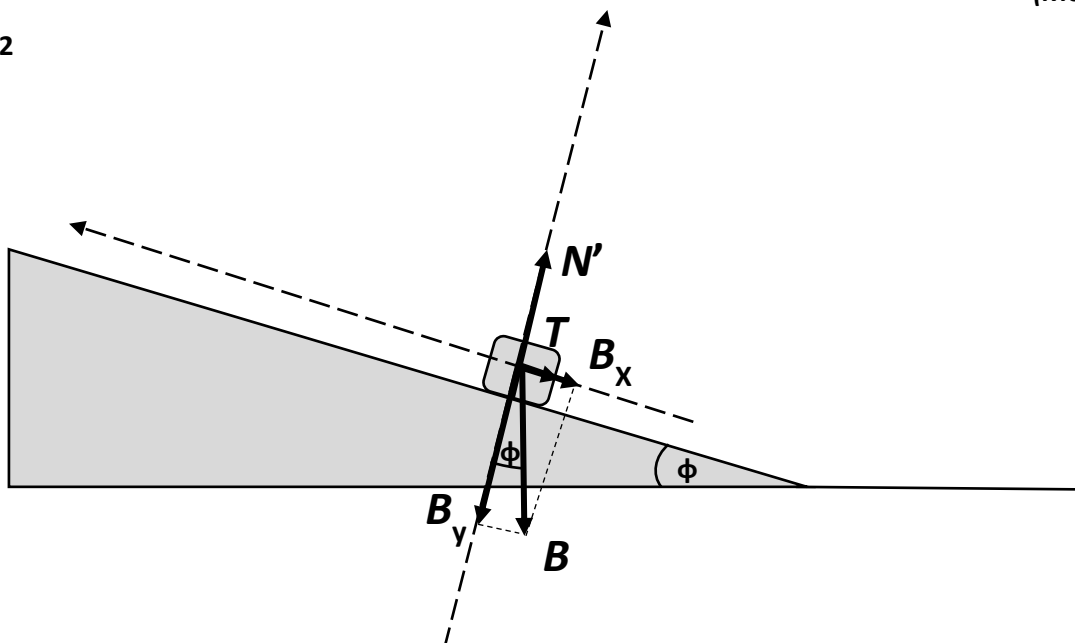
$$A\Gamma = v_0 \cdot t \Rightarrow v_0 = \frac{A\Gamma}{t} = \frac{20 \text{ m}}{2 \text{ s}} \Rightarrow v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Η κινητική ενέργεια του σώματος στο Γ είναι :

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_\Gamma^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ Kg} \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \Rightarrow K = 50 \text{ J}$$

(Μονάδες 3)

4.2



Σχεδίαση δυνάμεων κατά την άνοδο του σώματος-Ανάλυση σε άξονες.

(Μονάδες 5)

4.3 Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. από την βάση του κεκλιμένου επιπέδου έως την θέση όπου μηδενίζεται η ταχύτητα του σώματος.

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_B + W_{Tολ} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m \cdot v_f^2 = -m \cdot g \cdot \eta\mu 30^\circ \cdot s - T_{ολ} \cdot s \quad (1)$$

(Μονάδες 3)

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N' - m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ = 0 \Rightarrow N' = m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ \quad (2)$$

(Μονάδα 1)

$$T_{ολ} = \mu \cdot N' \stackrel{(2)}{\Rightarrow} T_{ολ} = n_{ολ} \cdot m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ \quad (3)$$

(Μονάδα 1)

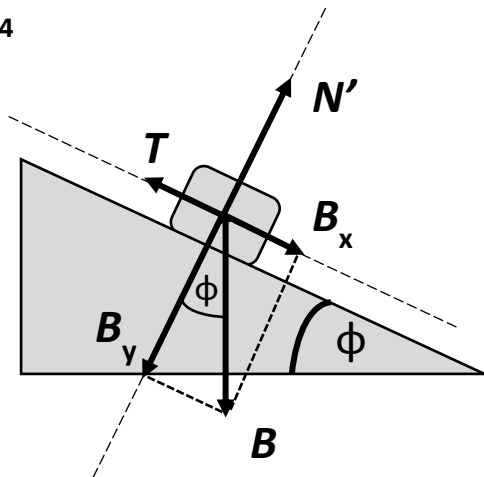
$$(1) \stackrel{(3)}{\Rightarrow} 0 - \frac{1}{2} m \cdot v_f^2 = -m \cdot g \cdot \eta\mu 30^\circ \cdot s - n_{ολ} \cdot m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ \cdot s \Rightarrow$$

$$-\frac{1}{2} (10)^2 J = -(10 \text{ Kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{2}) \cdot s - \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot (10 \text{ Kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}) \cdot s \Rightarrow$$

$$s = 5 \text{ m}$$

(Μονάδες 3)

4.4



Σχεδιασμός δυνάμεων και ειδικότερα της τριβής στην ανώτερη θέση, όταν έχει μηδενιστεί η ταχύτητα του σώματος, καθώς το σώμα τείνει να κινηθεί προς τα κάτω.

(Μονάδα 1)

Για να κινηθεί το σώμα προς τα κάτω θα πρέπει $B_x > T_{ορ} = T_{ολ}$

(Μονάδα 1)

$$B_x = m \cdot g \cdot \eta\mu 30^\circ = 1 \text{ Kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow B_x = 5 \text{ N} \quad (4)$$

(Μονάδες 2)

$$T_{ορ} = T_{ολ} = n_{ολ} \cdot m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \left(10 \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \text{ N} \Rightarrow T_{ορ} = T_{ολ} = 5 \text{ N} \quad (5)$$

(Μονάδες 2)

Από τις σχέσεις (4) και (5) έχουμε

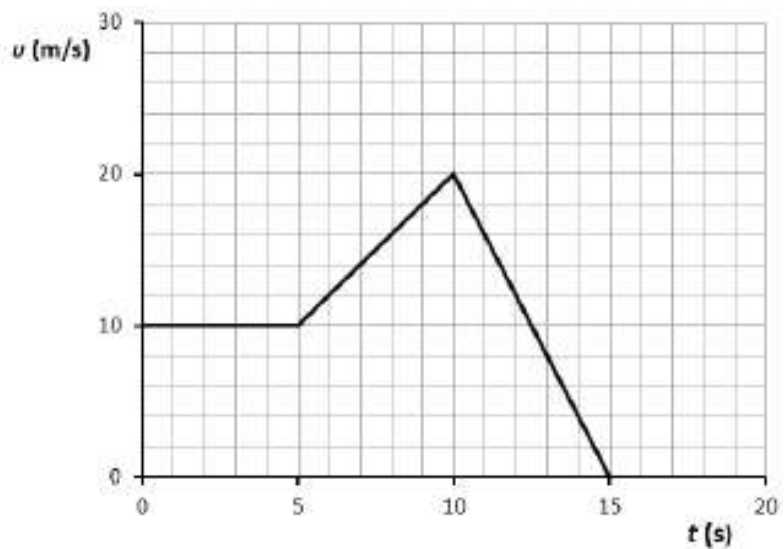
$$B_x = T_{ορ} = T_{ολ}$$

άρα το σώμα **δεν** επιστρέφει στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

(Μονάδα 1)

ΘΕΜΑ 4

Ένα σώμα με μάζα $m = 120 \text{ kg}$ ολισθαίνει σε οριζόντιο ευθύγραμμο δρόμο, που ταυτίζεται με τον άξονα $x'x$. Στο σώμα ασκείται δύναμη $\vec{F}$ στη διεύθυνση της κίνησης του και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$, διέρχεται από τη θέση $x_0 = 0 \text{ m}$, κινούμενο προς την θετική κατεύθυνση του άξονα. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η



γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του δρόμου είναι $n_{ολ} = 0,2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \text{ m/s}^2$.

4.1 Ποιο είναι το είδος της κίνησης του σώματος για καθένα από τα χρονικά διαστήματα: $0 \text{ s} - 5 \text{ s}$, $5 \text{ s} - 10 \text{ s}$, $10 \text{ s} - 15 \text{ s}$. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας. Να υπολογίσετε την αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσής του για καθένα από τα παραπάνω χρονικά διαστήματα.

Μονάδες 10

4.2 Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις και να υπολογίσετε το μέτρο της οριζόντιας δύναμης $\vec{F}$, που ασκείται στο σώμα, στο χρονικό διάστημα $0 \text{ s} - 5 \text{ s}$.

Μονάδες 7

4.3 Να προσδιορίσετε τη θέση του σώματος τη χρονική στιγμή $t_2 = 10 \text{ s}$.

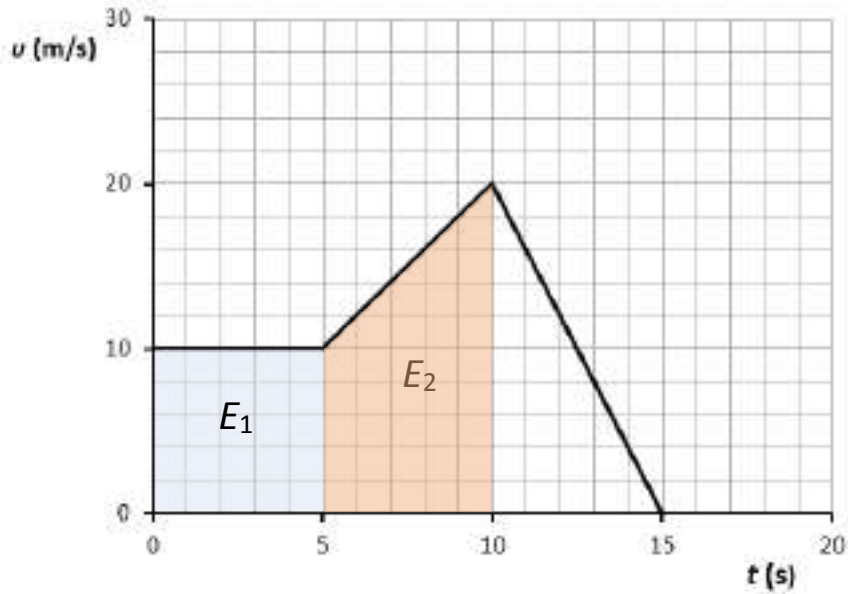
Μονάδες 4

4.4 Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$, στη διάρκεια του 4ου δευτερολέπτου της κίνησης του σώματος.

Μονάδες 5

Ενδεικτική λύση:

4.1



Το κινητό κινείται σε ευθύγραμμο οριζόντιο δρόμο, άρα η κίνησή του σε όλα τα χρονικά διαστήματα είναι **ευθύγραμμη**.

(Μονάδα 1)

Σύμφωνα με το διάγραμμα:

Από $0\text{ s} - 5\text{ s}$ το κινητό εκτελεί **ευθύγραμμη ομαλή κίνηση**, καθώς η τιμή της ταχύτητάς του παραμένει σταθερή. Άρα:

$$\alpha_1 = 0\text{ m/s}^2$$

(Μονάδες 3)

Από $5\text{ s} - 10\text{ s}$ το κινητό εκτελεί **ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση**, καθώς η τιμή της ταχύτητάς του αυξάνεται με σταθερό ρυθμό (Η γραφική παράσταση είναι τμήμα ευθείας, άρα η κλίση είναι σταθερή).

$$\alpha_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{\text{τελ}} - v_{\text{αρχ}}}{\Delta t} = \frac{20\text{ m/s} - 10\text{ m/s}}{5\text{ s}} \Rightarrow$$
$$\alpha_2 = 2\text{ m/s}^2$$

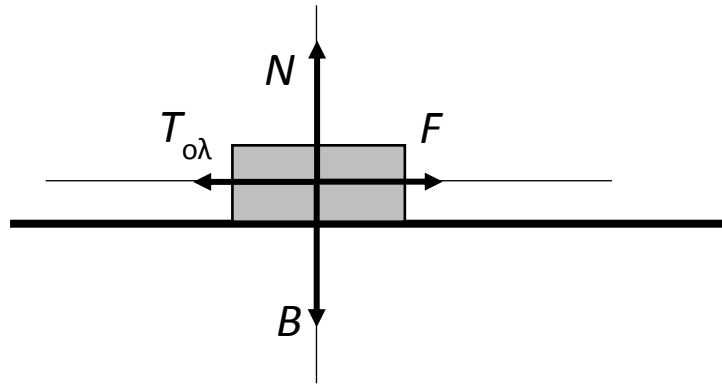
(Μονάδες 3)

Από $10\text{ s} - 15\text{ s}$ το κινητό εκτελεί **ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση**, καθώς η τιμή της ταχύτητάς του μειώνεται με σταθερό ρυθμό (Η γραφική παράσταση είναι τμήμα ευθείας, άρα η κλίση είναι σταθερή).

$$\alpha_3 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{\text{τελ}} - v_{\text{αρχ}}}{\Delta t} = \frac{0\text{ m/s} - 20\text{ m/s}}{5\text{ s}} \Rightarrow$$
$$\alpha_3 = -4\text{ m/s}^2$$

(Μονάδες 3)

4.2



(Μονάδες 4)

Από 0 s – 5 s το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, άρα:

$$\Sigma F = 0 \begin{cases} \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = B = m \cdot g \Rightarrow N = 120 \text{ Kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \Rightarrow N = \mathbf{1200 \text{ N}} \\ T_{ολ} = n_{ολ} \cdot N = 0,2 \cdot 1200 \text{ N} \Rightarrow T_{ολ} = \mathbf{240 \text{ N}} \\ \Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_{ολ} = F \Rightarrow F = \mathbf{240 \text{ N}} \end{cases}$$

(Μονάδες 3)

4.3 Από 0 s – 10 s η τιμή της μετατόπισης Δx του κινητού υπολογίζεται από το άθροισμα των εμβαδών $E_1 + E_2$.

$$\Delta x = E_1 + E_2 \Rightarrow \Delta x = 10 \text{ m/s} \cdot 5 \text{ s} + \left(\frac{10 \text{ m/s} + 20 \text{ m/s}}{2} \right) \cdot 5 \text{ s} \Rightarrow$$

$$\Delta x = \mathbf{125 \text{ m}}$$

Άρα το κινητό τη χρονική στιγμή $t_2 = 10 \text{ s}$ βρίσκεται την στη θέση :

$$x = x_0 + \Delta x = 0 \text{ m} + 125 \text{ m} \Rightarrow$$

$$x = \mathbf{125 \text{ m}}$$

(Μονάδες 4)

4.4

Έχουμε

$$\Delta x_{3-4} = v \cdot \Delta t_{3-4} = 10 \text{ m/s} \cdot 1 \text{ s} \Rightarrow$$

$$\Delta x_{3-4} = \mathbf{10 \text{ m}} \quad (1)$$

$$W_F = F \cdot \Delta x_{3-4} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} W_F = 240 \text{ N} \cdot 10 \text{ m} \Rightarrow$$

$$W_F = \mathbf{2400 \text{ J}}$$

(Μονάδες 3+2=5)

ΘΕΜΑ 4

Σώμα μάζας $m = 4 \text{ Kg}$ είναι ακίνητο στη θέση $x_0 = 0 \text{ m}$, επάνω σε μη λείο οριζόντιο δάπεδο. Την χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$, ασκείται σε αυτό σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 20 \text{ N}$. Το σώμα κινείται επάνω στο οριζόντιο δάπεδο και η μεταβολή της κινητικής του ενέργειας κατά τη διάρκεια του 6^{ου} μέτρου της μετατόπισής του, δηλαδή από την θέση $x_5 = 5 \text{ m}$ μέχρι τη θέση $x_6 = 6 \text{ m}$, είναι $\Delta K = 12 \text{ J}$.

Δίνεται: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Να υπολογίσετε:

4.1 το μέτρο της τριβής ολίσθησης.

Μονάδες 6

4.2 την επιτάχυνση, που αποκτά το σώμα κατά την κίνησή του στο οριζόντιο δάπεδο.

Μονάδες 6

4.3 την χρονική στιγμή t_1 , κατά την οποία το σώμα θα βρίσκεται στην θέση $x_1 = 6 \text{ m}$ και το μέτρο v_1 της ταχύτητας που αυτό θα έχει αποκτήσει τότε.

Μονάδες 6

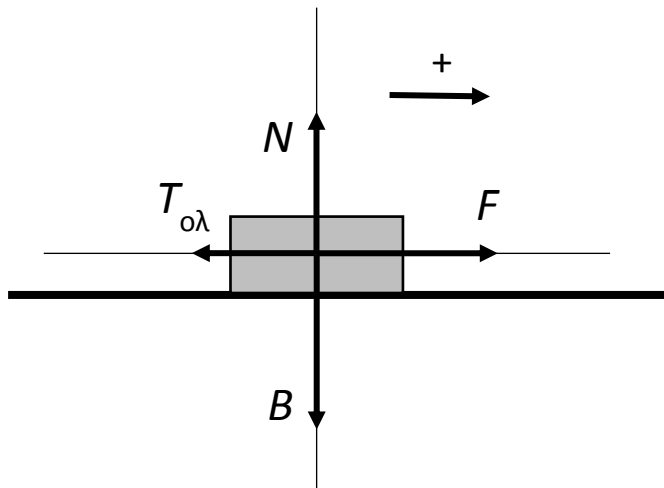
Την χρονική στιγμή t_1 καταργείται η δύναμη $\vec{F}$.

4.4 Να υπολογίσετε την μετατόπιση Δx του σώματος από την χρονική στιγμή t_1 , που καταργείται η δύναμη $\vec{F}$, μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του.

Μονάδες 7

Ενδεικτική λύση:

4.1



Κατά τη διάρκεια του 6^{ου} μέτρου της μετατόπισης του σώματος, δηλαδή από την θέση $x_5 = 5 \text{ m}$ μέχρι τη θέση $x_6 = 6 \text{ m}$ το σώμα μετατοπίζεται κατά $\Delta x = 1 \text{ m}$.

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την παραπάνω μετατόπιση:

$$\begin{aligned}\Delta K &= W_{ολ} \Rightarrow \Delta K = F \cdot \Delta x - T_{ολ} \cdot \Delta x \\ \Rightarrow 12 \text{ J} &= 20 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} - T_{ολ} \cdot 1 \text{ m} \\ \Rightarrow T_{ολ} &= 8 \text{ N}\end{aligned}$$

(Μονάδες 6)

4.2

Μέχρι την χρονική στιγμή t_1 το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα.

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= m \cdot a \Rightarrow F - T_{ολ} = m \cdot a \Rightarrow 20 \text{ N} - 8 \text{ N} = 4 \text{ Kg} \cdot a \Rightarrow \\ a &= 3 \text{ m/s}^2\end{aligned}$$

(Μονάδες 6)

4.3

Έχουμε

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 \Rightarrow 6 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot 3 \text{ m/s}^2 \cdot t_1^2 \Rightarrow \\ t_1 &= 2 \text{ s}\end{aligned}$$

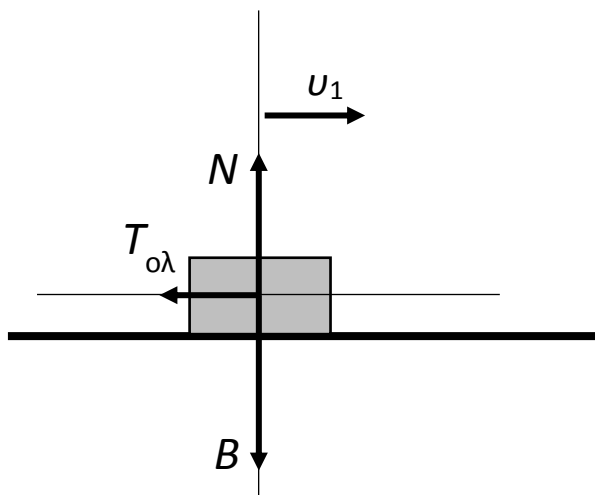
(Μονάδες 3)

και

$$v_1 = a \cdot t_1 \Rightarrow v_1 = 6 \text{ m/s}$$

(Μονάδες 3)

4.4



Μετά την κατάργηση της $\vec{F}$ το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση λόγω της τριβής ολίσθησης.

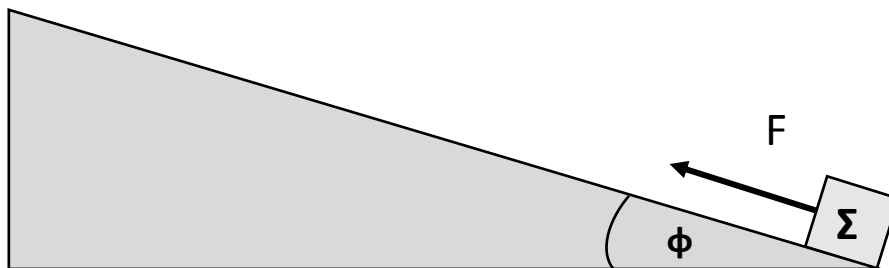
Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε.:

$$\begin{aligned}K_{τελ} - K_{αρχ} &= -T_{ολ} \cdot \Delta x \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = -T_{ολ} \cdot \Delta x \\ \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} \cdot 4 \text{ Kg} \cdot (6 \text{ m/s})^2 &= -8 \text{ N} \cdot \Delta x \Rightarrow \\ \Delta x &= 9 \text{ m}\end{aligned}$$

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 4

Σε σώμα Σ μάζας $m = 10 \text{ Kg}$, το οποίο βρίσκεται στη βάση (θέση $x_0 = 0 \text{ m}$) μη λείου κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσης $\varphi = 30^\circ$, αρχίζει να ασκείται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$, σταθερή δύναμη μέτρου $F = 120 \text{ N}$, παράλληλα με το κεκλιμένο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα, ξεκινώντας από την ηρεμία, κινείται επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο ανεβαίνοντας και το μέτρο της μετατόπισής του, κατά τη διάρκεια του 1^{ου} δευτερολέπτου της κίνησής του, δηλαδή από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 1 \text{ s}$, είναι $\Delta x = 1 \text{ m}$.



4.1 Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα κατά την κίνησή του επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, και να τις αναλύσετε σε δύο κάθετους μεταξύ τους άξονες, εκ των οποίων ο ένας να είναι ο άξονας της κίνησης.

Μονάδες 5

Να υπολογίσετε:

4.2 Το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος.

Μονάδες 5

4.3 Τον συντελεστή $n_{ολ}$, της τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου και το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή $t_4 = 4 \text{ s}$.

Μονάδες 9

Την χρονική στιγμή $t_4 = 4 \text{ s}$ καταργείται η δύναμη $\vec{F}$.

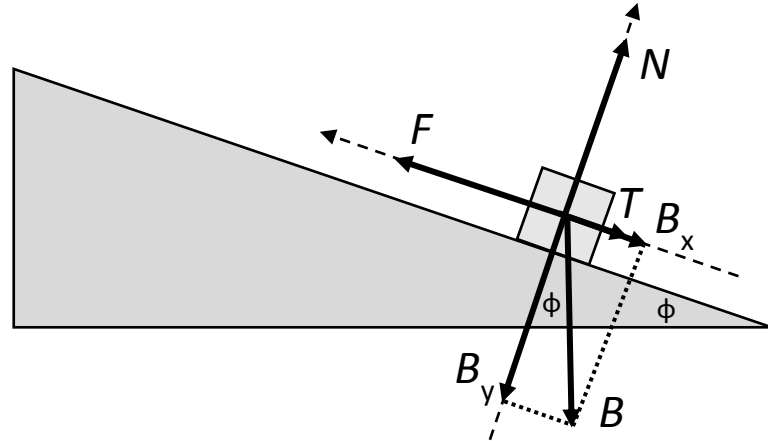
4.4 Να υπολογίσετε την μετατόπιση Δx του σώματος από την θέση, που καταργείται η δύναμη $\vec{F}$ μέχρι τη θέση που θα μηδενιστεί η ταχύτητά του.

Μονάδες 6

$$\Delta \text{ίνονται: } \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Ενδεικτική λύση:

4.1



(Μονάδες 5)

4.2

Το σώμα, κατά την άνοδό του στο κεκλιμένο επίπεδο, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα.

Η μετατόπισή Δx του σώματος κατά τη διάρκεια του 1^{ου} δευτερολέπτου της κίνησής του είναι:

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 \Rightarrow 1\text{m} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 1\text{s}^2 \Rightarrow$$
$$a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(Μονάδες 5)

4.3

Έχουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - B_y = 0 \Rightarrow N = m \cdot g \cdot \sin 30^\circ \Rightarrow N = 10 \text{ Kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$
$$N = 50 \cdot \sqrt{3} \text{ N} \quad (1)$$

(Μονάδες 2)

$$T_{ολ} = n_{ολ} \cdot N \quad (2)$$

(Μονάδα 1)

$$\Sigma F_x = m \cdot a \Rightarrow F - B_x - T_{ολ} = m \cdot a \stackrel{(2)}{\Rightarrow} F - m \cdot g \cdot \eta \mu 30^\circ - n_{ολ} \cdot N = m \cdot a$$
$$\stackrel{(1)}{\Rightarrow} 120 \text{ N} - 10 \text{ Kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{2} - n_{ολ} \cdot 50 \cdot \sqrt{3} \text{ N} = 10 \text{ Kg} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow$$
$$n_{ολ} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(Μονάδες 4)

Το μέτρο της ταχύτητας που θα έχει το σώμα την χρονική στιγμή $t_4 = 4 \text{ s}$ θα είναι:

$$v = a \cdot t_4 \Rightarrow v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4 \text{ s} \Rightarrow$$

$$v = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(Μονάδες 2)

4.4

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. από την θέση, που καταργείται η δύναμη $\vec{F}$ μέχρι τη θέση, που θα μηδενιστεί η ταχύτητά του προκύπτει:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_B + W_T \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = -m \cdot g \cdot \eta \mu 30^\circ \cdot \Delta x - n_{ολ} \cdot N \cdot \Delta x$$

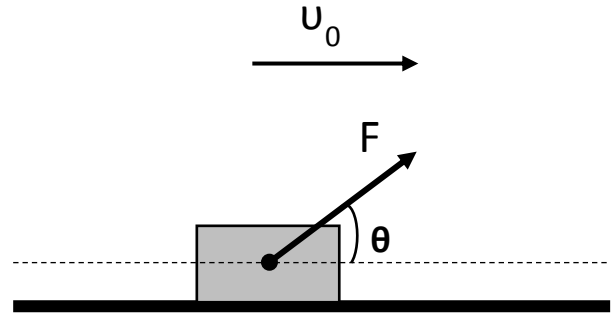
$$\Rightarrow 0 - \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ Kg} \cdot (8 \text{ m/s})^2 = -10 \text{ Kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \Delta x - \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 50 \cdot \sqrt{3} \text{ N} \cdot \Delta x \Rightarrow$$

$$\Delta x = 3,2 \text{ m}$$

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 4

Το κιβώτιο του σχήματος που έχει μάζα $m = 16 \text{ Kg}$ διέρχεται από τη θέση $x_0 = 0 \text{ m}$ του οριζόντιου δαπέδου, την χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$, με σταθερή ταχύτητα μέτρου $v_0 = 20 \text{ m/s}$. Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$, που φαίνεται στο σχήμα και της οποίας η διεύθυνση σχηματίζει γωνία 60° με την οριζόντια διεύθυνση είναι $F = 100 \text{ N}$.



4.1 Να αποδείξετε ότι το δάπεδο δεν μπορεί να είναι λείο, να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που δέχεται το κιβώτιο, και να τις αναλύσετε σε δύο κάθετους μεταξύ τους άξονες εκ των οποίων ο ένας να είναι ο άξονας της κίνησης.

Μονάδες 7

4.2 Να υπολογίσετε την τιμή του συντελεστή $n_{ολ}$ της τριβής ολίσθησης.

Μονάδες 6

4.3 Την χρονική στιγμή $t_1 = 4 \text{ s}$ η δύναμη $\vec{F}$ καταργείται. Να υπολογίσετε το μέτρο v_2 της ταχύτητας του κιβωτίου την χρονική στιγμή $t_2 = 6 \text{ s}$.

Μονάδες 8

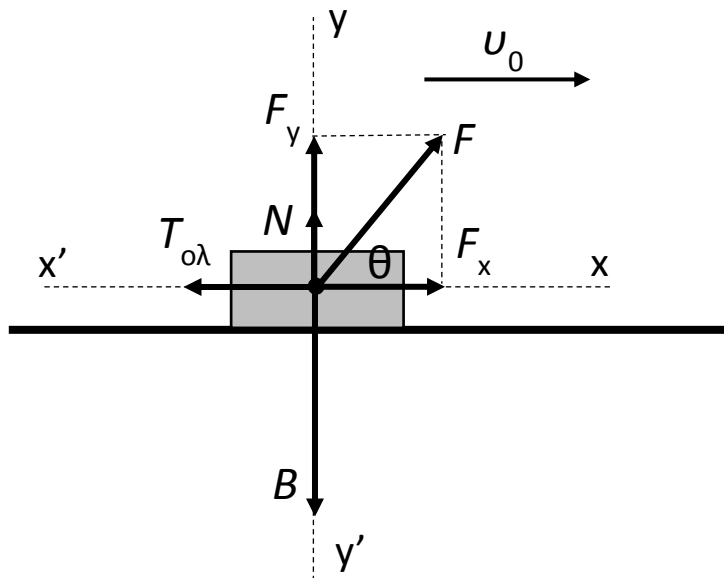
4.4 Να υπολογίσετε την μετατόπιση του σώματος από την χρονική στιγμή που η δύναμη $\vec{F}$ καταργείται μέχρι την χρονική στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητά του.

Μονάδες 4

Δίνονται: $\eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}$, $\sqrt{3} = 1,7$ $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Ενδεικτική λύση:

4.1



(Μονάδες 5)

Έχουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y + N = B$$

Το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα άρα θα πρέπει και στο άξονα κίνησης $\Sigma F_x = 0$, δηλ. θα πρέπει να υπάρχει στον άξονα αυτόν μια δύναμη αντίθετη της $\vec{F}_x$ και αυτή είναι η τριβή ολίσθησης.

Οπότε:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_x = T_{ολ}$$

(Μονάδες 2)

4.2

Έχουμε:

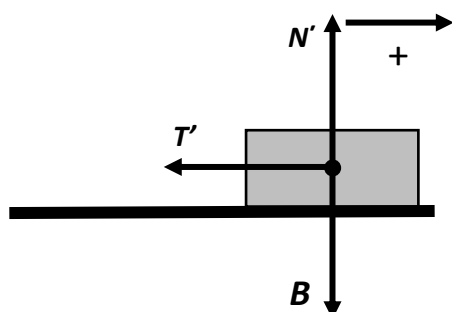
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y + N = B \Rightarrow N = m \cdot g - F \cdot \eta \mu 60^\circ \Rightarrow N = 16 \text{ Kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 100 \text{ N} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$
$$N = 75 \text{ N}$$

(Μονάδες 3)

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_x = T_{ολ} \Rightarrow F \cdot \sigma \nu \eta 60^\circ = n_{ολ} \cdot N \Rightarrow 100 \text{ N} \cdot \frac{1}{2} = n_{ολ} \cdot 75 \text{ N} \Rightarrow$$
$$n_{ολ} = \frac{2}{3}$$

(Μονάδες 3)

4.3



Όταν καταργηθεί η δύναμη $\vec{F}$, αλλάζει το μέτρο της τριβής ολίσθησης δεδομένου ότι:

$$F_y = 0 \Rightarrow N' = B \Rightarrow N' = m \cdot g = 16 \text{ Kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow$$
$$N' = 160 \text{ N}$$

(Μονάδες 2)

Το μέτρο της τριβής ολίσθησης προκύπτει:

$$T'_{o\lambda} = n_{o\lambda} \cdot N' \Rightarrow T'_{o\lambda} = \frac{2}{3} \cdot 160 \text{ N} \Rightarrow$$
$$T'_{o\lambda} = \frac{320}{3} \text{ N}$$

(Μονάδες 2)

Σύμφωνα με την θετική φορά που φαίνεται στο σχήμα η αλγεβρική τιμή της τριβής ολίσθησης είναι:

$$T'_{o\lambda} = -\frac{320}{3} \text{ N}$$

$$\Sigma F_x = m \cdot a' \Rightarrow T'_{o\lambda} = m \cdot a' \Rightarrow -\frac{320}{3} \text{ N} = 16 \text{ Kg} \cdot a' \Rightarrow$$
$$a' = -\frac{20}{3} \text{ m/s}^2$$

με φορά προς τα αριστερά, δηλαδή από την στιγμή που καταργείται η δύναμη το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

(Μονάδες 2)

$$v_2 = v_0 + a' \cdot \Delta t \Rightarrow v_2 = 20 \text{ m/s} - \frac{20}{3} \text{ m/s}^2 \cdot 2 \text{ s} \Rightarrow$$
$$v_2 = \frac{20}{3} \text{ m/s}$$

(Μονάδες 2)

4.4

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. από την θέση όπου καταργήθηκε η δύναμη $\vec{F}$ μέχρι την θέση, που μηδενίζεται η ταχύτητα του κιβωτίου.

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{o\lambda} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = -T'_{o\lambda} \cdot \Delta x \Rightarrow -\frac{1}{2} \cdot 16 \text{ Kg} \cdot (20 \text{ m/s})^2 = -\frac{320}{3} \text{ N} \cdot \Delta x \Rightarrow$$
$$\Delta x = 30 \text{ m}$$

(Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ 4

Σώμα μάζας $m = 20 \text{ Kg}$ ισορροπεί ακίνητο επάνω σε ένα οριζόντιο δάπεδο, στη θέση $x_0 = 0 \text{ m}$ του οριζόντιου άξονα $x'x$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 80 \text{ N}$ οπότε αυτό αρχίζει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση. Το σώμα την χρονική στιγμή $t_1 = 6 \text{ s}$ φθάνει στη θέση $x_1 = 45 \text{ m}$.

Η επιτάχυνση της βαρύτητας δίνεται: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

4.1 Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σώματος και την ταχύτητά του την χρονική στιγμή $t_1 = 6 \text{ s}$.

Μονάδες 6

4.2 Να αποδείξετε ότι μεταξύ του δαπέδου και του σώματος ασκείται δύναμη τριβής ολίσθησης, να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και να υπολογίσετε την τιμή του αντίστοιχου συντελεστή $n_{ολ}$.

Μονάδες 10

Την χρονική στιγμή $t_2 = 10 \text{ s}$ το σώμα φθάνει στη θέση $x_2 = 137 \text{ m}$.

4.3 Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσής του από τη θέση x_1 μέχρι τη θέση x_2 .

Μονάδες 4

4.4 Να σχεδιάσετε το διάγραμμα επιτάχυνσης – χρόνου από την χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ μέχρι την χρονική στιγμή $t_2 = 10 \text{ s}$.

Μονάδες 5

Ενδεικτική λύση:

4.1

Από τις εξισώσεις θέσης και ταχύτητας στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση προκύπτει:

$$x_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 \Rightarrow 45 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (6 \text{ s})^2 \Rightarrow$$

$$a = 2,5 \text{ m/s}^2$$

(Μονάδες 3)

$$v_1 = a \cdot t_1 = 2,5 \text{ m/s}^2 \cdot 6 \text{ s} \Rightarrow$$

$$v_1 = 15 \text{ m/s}$$

(Μονάδες 3)

4.2

Αν δεν ασκείται δύναμη τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του δαπέδου τότε:

$$\Sigma F = F = m \cdot a' \Rightarrow a' = \frac{F}{m} \Rightarrow a' = \frac{80 \text{ N}}{20 \text{ Kg}} \Rightarrow$$

$$a' = 4 \text{ m/s}^2$$

Η επιτάχυνση του σώματος, που υπολογίσαμε στο προηγούμενο ερώτημα 4.1, σύμφωνα με τα δεδομένα του προβλήματος είναι

$$a = 2,5 \text{ m/s}^2 < a'$$

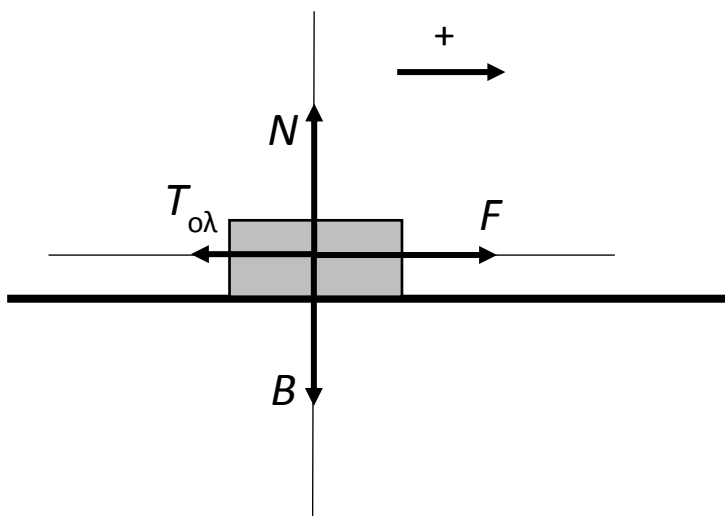
(Μονάδες 3)

Άρα υπάρχει τριβή ολίσθησης και η τιμή της προκύπτει σύμφωνα με τα παρακάτω:

$$\Sigma F = F - T_{ολ} = m \cdot a \Rightarrow 80 \text{ N} - T_{ολ} = 20 \text{ Kg} \cdot 2,5 \text{ m/s}^2 \Rightarrow$$

$$T_{ολ} = 30 \text{ N}$$

(Μονάδες 2)



(Μονάδες 3)

$$T_{ολ} = n_{ολ} \cdot N = n_{ολ} \cdot m \cdot g \Rightarrow n_{ολ} = \frac{30 \text{ N}}{20 \text{ Kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2} \Rightarrow$$

$$n_{ολ} = 0,15$$

(Μονάδες 2)

4.3

Από τη θέση $x_1 = 45 \text{ m}$ μέχρι τη θέση $x_2 = 137 \text{ m}$ η τιμή της μετατόπισης του σώματος είναι

$$\Delta x = 92 \text{ m}$$

και η χρονική διάρκεια της κίνησης

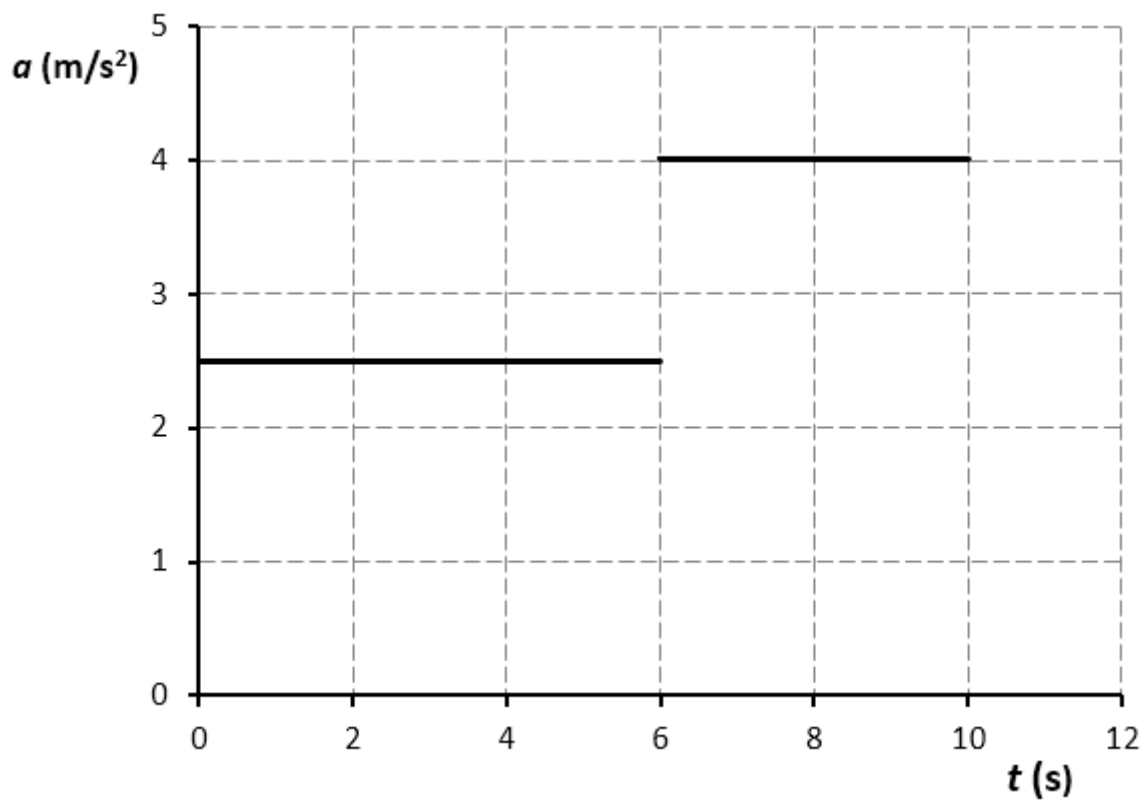
$$\Delta t = t_2 - t_1 = 10 \text{ s} - 6 \text{ s} \Rightarrow \Delta t = 4 \text{ s}$$

επομένως:

$$\Delta x = v_1 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow 92 \text{ m} = 15 \text{ m/s} \cdot 4 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot (4 \text{ s})^2 \Rightarrow$$

$$a_1 = 4 \text{ m/s}^2$$

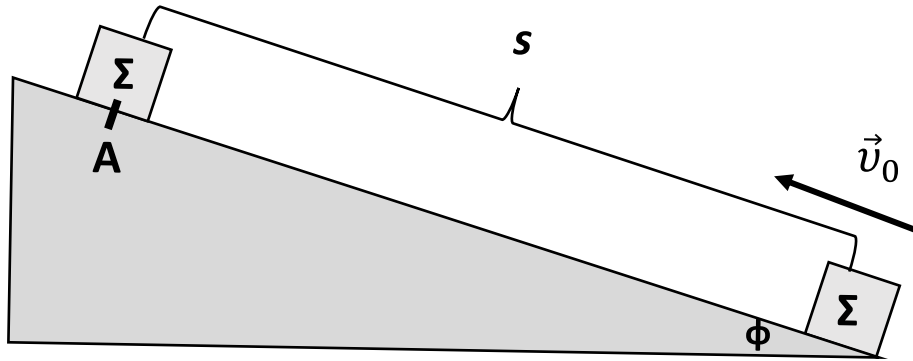
(Μονάδες 4)

4.4

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 4

Σώμα μάζας $m = 5 \text{ Kg}$, όπως φαίνεται στο σχήμα, εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα $v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ από τη βάση κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\varphi = 30^\circ$. Το σώμα, αφού διανύσει διάστημα $s = 8 \text{ m}$ επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, με το οποίο παρουσιάζει τριβή, επιστρέφει με ταχύτητα μέτρου v στο σημείο από το οποίο ξεκίνησε. Δίνεται $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.



4.1 Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, κατά την άνοδό του στο κεκλιμένο επίπεδο και κατά την κάθοδό του σε αυτό και να τις αναλύσετε σε ορθογώνιο σύστημα αναφοράς, του οποίου ο ένας άξονας συμπίπτει με την διεύθυνση της κίνησης.

Μονάδες 8

Να υπολογίσετε:

4.2 Το μέτρο της τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου και τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου.

Μονάδες 8

4.3 Να αποδείξετε ότι το σώμα θα επιστρέψει στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

Μονάδες 4

4.4 Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας v , με την οποία το σώμα επιστρέφει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

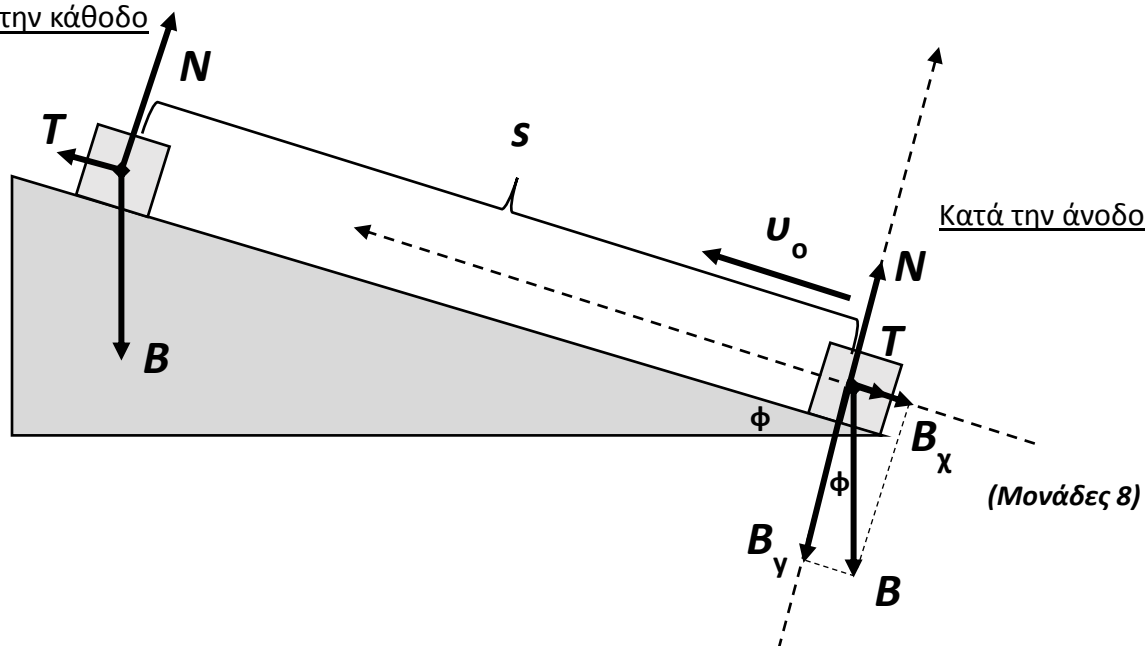
Μονάδες 5

$$\Delta\text{ίνονται: } \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}, \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Ενδεικτική λύση

4.1

Κατά την κάθοδο



4.2

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. κατά την άνοδο του κιβωτίου επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο.

$$\begin{aligned} K_{τελ} - K_{αρχ.} &= W_{ολ} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -mgh\mu 30^\circ s - Ts \\ \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} \cdot 5 \text{ Kg} \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 &= -5 \text{ Kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \text{ m} - T \cdot 8 \text{ m} \Rightarrow \\ T &= \frac{25}{4} \text{ N} \text{ ή } T = 6,25 \text{ N} \end{aligned}$$

(Μονάδες 4)

$$\begin{aligned} \Sigma F_y &= 0 \Rightarrow N - mg \sin 30^\circ = 0 \Rightarrow N = 5 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \\ N &= 25\sqrt{3} \text{ N} \end{aligned}$$

(Μονάδες 3)

$$\begin{aligned} T &= n_{ολ} \cdot N \Rightarrow \frac{25}{4} \text{ N} = n_{ολ} \cdot 25\sqrt{3} \text{ N} \Rightarrow \\ n_{ολ} &= \frac{\sqrt{3}}{12} \end{aligned}$$

(Μονάδες 1)

4.3

Για να επιστρέψει το σώμα στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου θα πρέπει:

$$B_x > T$$

Πράγματι ισχύει:

$$\begin{aligned} B_x &= mgh\mu 30^\circ = 5 \text{ Kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \\ B_x &= 25 \text{ N} > T \end{aligned}$$

(Μονάδες 4)

4.4

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. για την συνολική διαδρομή του κιβωτίου επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. Το έργο του βάρους του σώματος είναι μηδέν καθώς το βάρος είναι συντηρητική δύναμη και το σώμα, επιστρέφοντας στη θέση από την οποία ξεκίνησε, διαγράφει κλειστή διαδρομή επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο.

$$\begin{aligned}K_{τελ} - K_{αρχ} &= W_{ολ} \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W_{βαρ} - 2Ts \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 5 \text{ Kg} \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot 5 \text{ Kg} \cdot (10 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 &= 0 - \frac{25}{4} \text{ N} \cdot 16 \text{ m} \Rightarrow \\ v &= 2\sqrt{15} \frac{\text{m}}{\text{s}}\end{aligned}$$

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 2

2.1

Δύο σώματα Α και Β, με μάζες $m_A = 2m$ και $m_B = m$, εκτοξεύονται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα πάνω, με ταχύτητες $v_A = 2v$ και $v_B = v$ αντίστοιχα. Αγνοούμε την αντίσταση του αέρα.

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Τα μέγιστα ύψη h_A και h_B από το έδαφος, στα οποία φθάνουν τα δύο σώματα συνδέονται μεταξύ τους με την σχέση:

α. $\frac{h_A}{h_B} = 4$

β. $\frac{h_A}{h_B} = \frac{1}{4}$

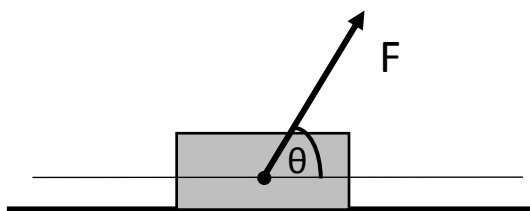
γ. $\frac{h_A}{h_B} = 1$

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2



Το σώμα του διπλανού σχήματος ολισθαίνει με σταθερή ταχύτητα επάνω στο οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $n_{ολ}$. Το έργο της τριβής ολίσθησης για μετατόπιση του σώματος κατά Δx είναι:

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

α. $W_T = -n_{ολ}mg\Delta x$

β. $W_T = -n_{ολ}(mg - F\sin\theta)\Delta x$

γ. $W_T = -F\Delta x\sin\theta$

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

2.1

A. Σωστή είναι η απάντηση **(α)**.

Μονάδες 4

B. Ενδεικτική δικαιολόγηση.

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. για το σώμα Α από το έδαφος μέχρι την θέση μέγιστου ύψους:

$$K_{τελ.} - K_{αρχ.} = W_{ολ} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m_A \cdot v_A^2 = -m_A \cdot g \cdot h_A \Rightarrow h_A = \frac{v_A^2}{2 \cdot g} \quad (1)$$

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. για το σώμα Β από το έδαφος μέχρι την θέση μέγιστου ύψους:

$$K_{τελ.} - K_{αρχ.} = W_{ολ} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m_B \cdot v_B^2 = -m_B \cdot g \cdot h_B \Rightarrow h_B = \frac{v_B^2}{2 \cdot g} \quad (2)$$

Μονάδες 2Χ3=6

Διαιρώντας τις (1) και (2) κατά μέλη και λαμβάνοντας υπόψιν ότι $v_A = 2v_B$ προκύπτει

$$\frac{h_A}{h_B} = 4$$

Μονάδες 2

2.2

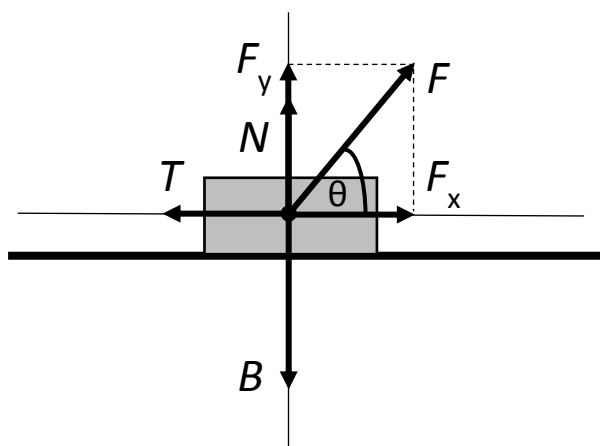
A. Σωστή είναι η απάντηση **(γ)**.

Μονάδες 4

B. Ενδεικτική δικαιολόγηση.

Σχεδίαση δυνάμεων-Ανάλυση σε άξονες.

Μονάδες 3



Εφόσον το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα

ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow \Sigma F_x = 0 \Rightarrow T = F_x \Rightarrow$$

$$T = F \cdot \sin \theta \quad (1)$$

Μονάδες 3

Άρα:

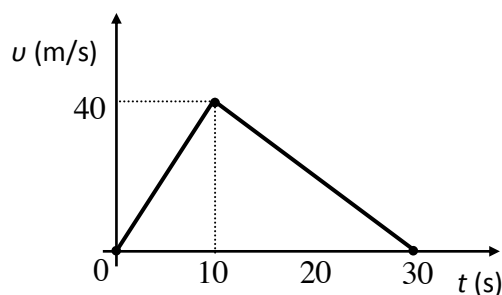
$$W_{Τολ} = -T \cdot \Delta x \stackrel{(1)}{\Rightarrow} W_{Τολ} = -F \cdot \Delta x \cdot \sin \theta$$

Το αρνητικό πρόσημο δικαιολογείται, από το ότι η φορά της δύναμης της τριβής είναι αντίθετη αυτής της κίνησης.

Μονάδες 2+1=3

ΘΕΜΑ 4

Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο για ένα σώμα μάζας $m = 10 \text{ Kg}$ που κινείται ευθύγραμμα επάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο.



4.1 Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σώματος τα χρονικά διαστήματα $0 \text{ s} - 10 \text{ s}$ και $10 \text{ s} - 30 \text{ s}$.

Μονάδες 6

4.2 Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του σώματος για το χρονικό διάστημα από $0 \text{ s} - 30 \text{ s}$.

Μονάδες 6

4.3 Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

Χρονικό διάστημα (s)	Μέτρο συνισταμένης οριζόντιας δύναμης που ασκείται στο σώμα (N)	Χαρακτηρισμός της κίνησης του σώματος (π.χ. ευθύγραμμη ομαλή, ευθύγραμμη επιταχυνόμενη...)
0 - 10		
10 - 30		

Μονάδες 6

4.4 Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης τα χρονικά διαστήματα $0 \text{ s} - 10 \text{ s}$ και $10 \text{ s} - 30 \text{ s}$.

Σε ποιο χρονικό διάστημα προσφέρεται ενέργεια στο σώμα και σε ποιο χρονικό διάστημα αφαιρείται ενέργεια από το σώμα;

Μονάδες 7

Ενδεικτική Λύση

4.1 Η κλίση της ευθείας στο διάγραμμα της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο, δίνει την αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης, οπότε:

Χρονικό διάστημα 0 s - 10 s:

$$a_1 = \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} \quad \text{ή} \quad a_1 = \frac{(40 - 0) \text{ m/s}}{(10 - 0) \text{ s}}$$

και τελικά:

$$a_1 = +4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(Μονάδες 3)

Χρονικό διάστημα 10 s - 30 s:

$$a_2 = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2} \quad \text{ή} \quad a_2 = \frac{(0 - 40) \text{ m/s}}{(30 - 10) \text{ s}} = \frac{-40 \text{ m/s}}{20 \text{ s}}$$

και τελικά

$$a_2 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(Μονάδες 3)

4.2 Το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης της ταχύτητας και του άξονα των χρόνων είναι ίσο με την αλγεβρική τιμή της μετατόπισης, επομένως:

Χρονικό διάστημα 0 s - 10 s:

$$\Delta x_1 = \frac{(+40) \cdot 10}{2} \text{ m} = +200 \text{ m}$$

Χρονικό διάστημα 10 s - 30 s:

$$\Delta x_2 = \frac{(+40) \cdot 20}{2} \text{ m} = +400 \text{ m}$$

και η συνολική μετατόπιση είναι :

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 \quad \text{ή} \quad \Delta x = +600 \text{ m}$$

(Μονάδες 3)

Το ολικό διάστημα που διήνυσε το σώμα είναι:

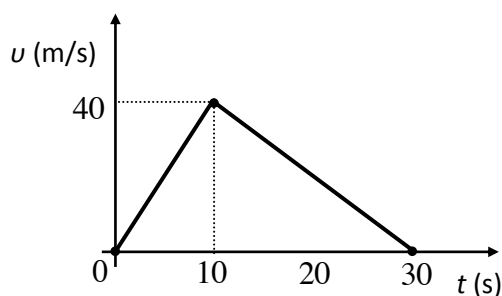
$$S = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 600 \text{ m}$$

(Μονάδες 2)

και η μέση ταχύτητά του είναι:

$$v = \frac{S}{t_{\text{ολικο}}} \quad \text{ή} \quad v = \frac{600 \text{ m}}{30 \text{ s}} \quad \text{και τελικά} \quad v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(Μονάδες 1)



Εναλλακτικά, η συνολική μετατόπιση θα μπορούσε να βρεθεί και από

$$\Delta x = \frac{(+40) \cdot 30}{2} \text{ m} = +600 \text{ m}$$

4.3 Από 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε $\Sigma F = ma$

Χρονικό διάστημα (s)	Μέτρο συνισταμένης οριζόντιας δύναμης που ασκείται στο σώμα (N)	Χαρακτηρισμός της κίνησης του σώματος (π.χ. ευθύγραμμη ομαλή, ευθύγραμμη επιταχυνόμενη...)
0-10	+40	Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη
10-30	-20	Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη

(Μονάδες 6)

4.4 Για το έργο της συνισταμένης δύναμης έχουμε:

Χρονικό διάστημα 0 s - 10 s:

$$W_{\Sigma F_1} = \Sigma F_1 \cdot \Delta x_1 = (+40) \cdot (+200) \text{ J} = +8.000 \text{ J}$$

Χρονικό διάστημα 10 s - 30 s:

$$W_{\Sigma F_2} = \Sigma F_2 \cdot \Delta x_2 = (-20) \cdot (+400) \text{ J} = -8.000 \text{ J}$$

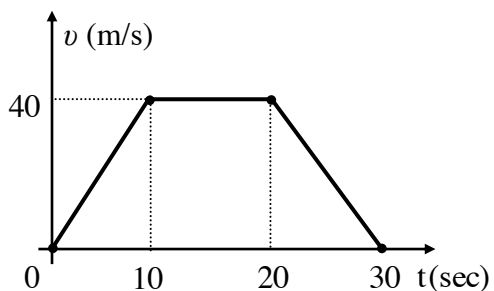
(Μονάδες 4)

Στο χρονικό διάστημα 0 s - 10 s προσφέρεται ενέργεια στο σώμα αφού το έργο της συνισταμένης δύναμης είναι θετικό, ενώ στο χρονικό διάστημα 10 s - 30 s αφαιρείται ενέργεια από το σώμα αφού το έργο της συνισταμένης δύναμης είναι αρνητικό.

(Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ 4

Ένα σώμα μάζας $m = 10 \text{ Kg}$ κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το διάγραμμα της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα $0 \text{ s} - 30 \text{ s}$ φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



4.1 Να υπολογίσετε τη μετατόπιση του σώματος κατά το χρονικό διάστημα $0 \text{ s} - 30 \text{ s}$.

Μονάδες 6

4.2 Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σώματος κατά τα τρία χρονικά διαστήματα:
 $0 \text{ s} - 10 \text{ s}$, $10 \text{ s} - 20 \text{ s}$ και $20 \text{ s} - 30 \text{ s}$.

Μονάδες 6

4.3 Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

Χρονικό διάστημα (s)	Μέτρο συνισταμένης οριζόντιας δύναμης που ασκείται στο σώμα (N)	Χαρακτηρισμός της κίνησης του σώματος (π.χ. ευθύγραμμη ομαλή, ευθύγραμμη επιταχυνόμενη...)
0-10		
10-20		
20-30		

Μονάδες 6

4.4 Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης κατά τα τρία χρονικά διαστήματα:
 $0 \text{ s} - 10 \text{ s}$, $10 \text{ s} - 20 \text{ s}$ και $20 \text{ s} - 30 \text{ s}$.

Σε ποιο χρονικό διάστημα προσφέρεται ενέργεια στο σώμα και σε ποιο χρονικό διάστημα αφαιρείται ενέργεια από το σώμα;

Μονάδες 7

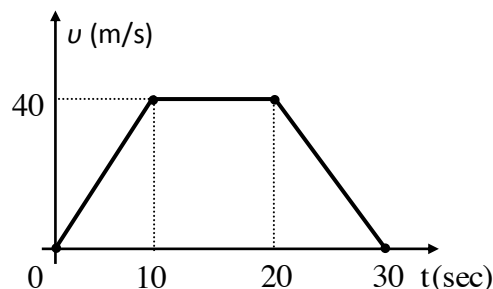
Ενδεικτική Λύση

4.1 Το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης της ταχύτητας και του άξονα των χρόνων είναι ίσο με την αλγεβρική τιμή της μετατόπισης, επομένως:

Χρονικό διάστημα 0 s - 10 s (τρίγωνο):

$$\Delta x_1 = \frac{(+40) \cdot 10}{2} \text{ m} = +200 \text{ m}$$

(Μονάδες 2)



Χρονικό διάστημα 10 s - 20 s (ορθογώνιο παραλληλόγραμμο):

$$\Delta x_2 = (+40) \cdot 10 \text{ m} = +400 \text{ m}$$

(Μονάδες 1)

Χρονικό διάστημα 20 s - 30 s (τρίγωνο):

$$\Delta x_3 = \frac{(+40) \cdot 10}{2} \text{ m} = +200 \text{ m}$$

(Μονάδες 2)

Η συνολική μετατόπιση είναι:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 \text{ ή } \Delta x = +800 \text{ m}$$

(Μονάδες 1)

Εναλλακτικά, η συνολική μετατόπιση θα μπορούσε να βρεθεί και από το εμβαδό του τραpezίου:

$$\Delta x = \frac{10 + 30}{2} \cdot (+40) \text{ m} = +800 \text{ m}$$

4.2 Η κλίση της ευθείας στο διάγραμμα της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο, δίνει την αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης, οπότε:

Χρονικό διάστημα 0 s - 10 s:

$$\alpha_1 = \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} \text{ ή } \alpha_1 = \frac{(+40 - 0) \text{ m/s}}{(10 - 0) \text{ s}} = \frac{+40 \text{ m}}{10 \text{ s}^2}$$

και τελικά

$$\alpha_1 = +4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Χρονικό διάστημα 10 s - 20 s:

$$\alpha_2 = \frac{\{+40 - (+40)\} \text{ m/s}}{(20 - 10) \text{ s}} = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(Μονάδες 3)

Χρονικό διάστημα 20 s - 30 s:

$$\alpha_3 = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2} \text{ ή } \alpha_3 = \frac{(0 - 40) \text{ m/s}}{(30 - 20) \text{ s}} = \frac{-40 \text{ m}}{10 \text{ s}^2}$$

και τελικά

$$\alpha_3 = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(Μονάδες 3)

4.3 Από 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε $\Sigma F = ma$

Χρονικό διάστημα (s)	Μέτρο συνισταμένης οριζόντια δύναμη που ασκείται στο σώμα (N)	Χαρακτηρισμός της κίνησης του σώματος (π.χ. ευθύγραμμη ομαλή, ευθύγραμμη επιταχυνόμενη...)
0 - 10	+40	Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη
10 - 20	0	Ευθύγραμμη ομαλή
20 - 30	-40	Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη

(Μονάδες 6)

4.4 Για το έργο της συνισταμένης δύναμης έχουμε:

Χρονικό διάστημα 0 s - 10 s:

$$W_{\Sigma F_1} = \Sigma F_1 \cdot \Delta x_1 = (+40) \cdot (+200) \text{ J} = +8.000 \text{ J}$$

Χρονικό διάστημα 10 s - 20 s:

$$W_{\Sigma F_2} = \Sigma F_2 \cdot \Delta x_2 = 0 \cdot (+400) \text{ J} = 0 \text{ J}$$

Χρονικό διάστημα 20 s - 30 s:

$$W_{\Sigma F_3} = \Sigma F_3 \cdot \Delta x_3 = (-40) \cdot (+200) \text{ J} = -8.000 \text{ J}$$

(Μονάδες 4)

Στο χρονικό διάστημα 0 s - 10 s προσφέρεται ενέργεια στο σώμα, αφού το έργο της συνισταμένης δύναμης είναι θετικό, ενώ στο χρονικό διάστημα 20 s - 30 s αφαιρείται ενέργεια από το σώμα, αφού το έργο της συνισταμένης δύναμης είναι αρνητικό.

(Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ 4

Μικρό σφαιρίδιο μάζας $m = 2 \text{ Kg}$ αφήνεται από ύψος $h = 10 \text{ m}$ ως προς το έδαφος, να εκτελέσει ελεύθερη πτώση.

4.1 Σε ποιο ύψος από το έδαφος, η δυναμική ενέργεια του σφαιριδίου (U) είναι ίση με την κινητική του ενέργεια (K).

Μονάδες 6

4.2 Ποια είναι η ταχύτητα του σφαιριδίου τη στιγμή που η δυναμική του ενέργεια (U) είναι ίση με την κινητική του ενέργεια (K);

Μονάδες 6

4.3 Έστω $t_{ολ}$ η συνολική χρονική διάρκεια για να φτάσει το σφαιρίδιο στο έδαφος και t_E η χρονική διάρκεια μέχρις ότου, η δυναμική του ενέργεια να γίνει ίση με την κινητική.

Να υπολογίσετε το λόγο: $\frac{t_{ολ}}{t_E}$.

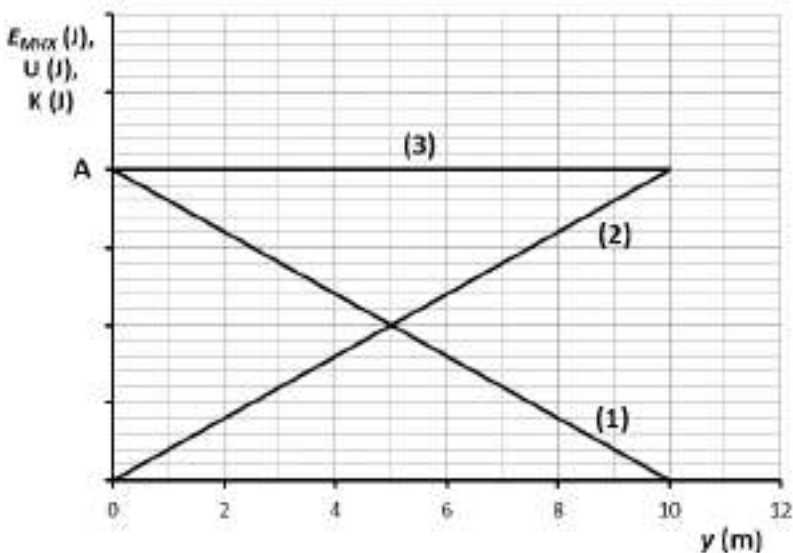
Μονάδες 6

(Η χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ είναι η στιγμή που αφήνουμε το σώμα να πέσει προς το έδαφος).

4.4 Στο διάγραμμα δίδονται τρεις γραφικές παραστάσεις που αναπαριστούν τις $U = U(y)$, $K = K(y)$ και $E_{MHX} = E_{MHX}(y)$, όπου y η απόσταση του σφαιριδίου από το έδαφος και E_{MHX} η μηχανική ενέργεια του σφαιριδίου.

(α) Να υπολογίσετε την τιμή Α.

(β) Να προσδιορίσετε ποια γραφική παράσταση αντιστοιχεί σε κάθε μία από τις τρεις ενέργειες και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.



Μονάδες 7

Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Ενδεικτική Λύση

4.1 Η μηχανική ενέργεια του σφαιριδίου διατηρείται, επομένως:

$$E_{MHX} = K + U \xrightarrow{K=U} E_{MHX} = 2U \quad (1)$$

Αλλά

$$E_{MHX} = U_{max} = mgh \quad (2)$$

(Μονάδες 4)

Έστω h_1 το ζητούμενο ύψος. Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε

$$mgh = 2mgh_1$$

και τελικά

$$h_1 = 5 \text{ m}$$

(Μονάδες 2)

4.2 Η μηχανική ενέργεια του σώματος διατηρείται, επομένως:

$$E_{MHX} = K + U \xrightarrow{K=U} E_{MHX} = 2K \quad (3)$$

(Μονάδες 4)

Έστω v_E η ζητούμενη ταχύτητα. Από τις σχέσεις (2) και (3) έχουμε

$$mgh = 2 \frac{1}{2} m v_E^2 \quad \text{ή} \quad v_E = \sqrt{gh} \quad \text{ή} \quad v_E = 10 \text{ m/s}$$

(Μονάδες 2)

Εναλλακτικά με τη βοήθεια του ΘΜΚΕ έχουμε:

$$\Delta K = W_B \Rightarrow \frac{1}{2} m v_E^2 - 0 = mgh_1 \Rightarrow v_E = 10 \text{ m/s}$$

4.3 Από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης έχουμε:

$$\left. \begin{aligned} h &= \frac{1}{2} g t_{o\lambda}^2 \\ h - h_1 &= \frac{1}{2} g t_E^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{h}{h-h_1} = \frac{t_{o\lambda}^2}{t_E^2} \text{ και τελικά } \frac{t_{o\lambda}}{t_E} = \sqrt{2}$$

(Μονάδες 6)

4.4 (α) Η μηχανική ενέργεια του σφαιριδίου είναι σταθερή ίση με

$$E_{MHX} = U_{max} = mgh \quad \text{ή} \quad E_{MHX} = 200 \text{ J} \quad (4)$$

Επομένως

$$A = 200 \text{ J}$$

(Μονάδες 2)

(β) Η δυναμική ενέργεια του σφαιριδίου είναι ίση με

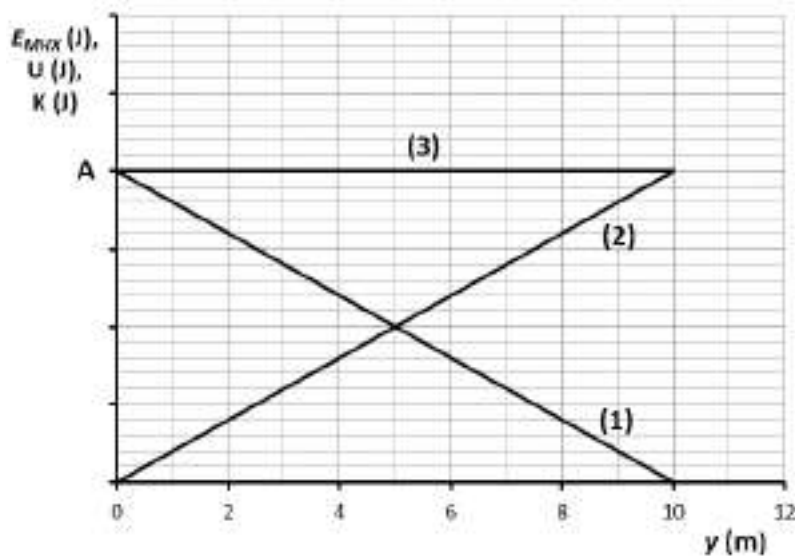
$$U(y) = mgy \quad \text{ή} \quad U(y) = 20y \quad (\text{στο S.I.}) \quad (5)$$

(Μονάδες 2)

Η κινητική ενέργεια του σφαιριδίου από την σχέση (1) είναι

$$K = E_{MHX} - U \xrightarrow{(4),(5)} K(y) = 200 - 20y \text{ (στο S.I.) (6)}$$

(Μονάδες 2)



Με βάση τις σχέσεις (4), (5) και (6) έχουμε

Η γραφική παράσταση (3) αντιστοιχεί στην μηχανική ενέργεια.

Η γραφική παράσταση (2) αντιστοιχεί στην δυναμική ενέργεια.

Η γραφική παράσταση (1) αντιστοιχεί στην κινητική ενέργεια.

(Μονάδες 1)

ΘΕΜΑ 4

Ένα άδειο κιβώτιο, μάζας $m = 10 \text{ Kg}$, βρίσκεται ακίνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Ένας εργάτης ασκεί στο κιβώτιο οριζόντια δύναμη $F = 60 \text{ N}$ για χρονικό διάστημα $\Delta t = 5 \text{ s}$ και το μετατοπίζει κατά Δx .

Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου είναι $n_{ολ} = 0,4$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \text{ m/s}^2$.

4.1 Να υπολογίσετε την μετατόπιση του κιβωτίου Δx .

Μονάδες 6

4.2 Να υπολογίσετε τα έργα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο κατά το χρονικό διάστημα Δt .

Μονάδες 7

4.3 Να υπολογίσετε τη ταχύτητα του κιβωτίου όταν αυτό έχει μετατοπιστεί κατά Δx .

Μονάδες 5

Ένα κιβώτιο ίδιο με το προηγούμενο, είναι γεμάτο με άμμο μάζας $m_1 = 40 \text{ Kg}$ και βρίσκεται ακίνητο πάνω στο ίδιο οριζόντιο δάπεδο.

4.4 Να υπολογίσετε το μέτρο της οριζόντιας δύναμης που πρέπει να ασκήσει ο εργάτης στο γεμάτο κιβώτιο ώστε κατά το ίδιο χρονικό διάστημα Δt να το μετατοπίσει και πάλι κατά Δx .

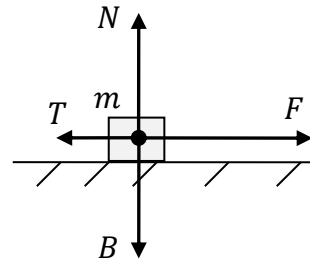
Μονάδες 7

Ενδεικτική Λύση

4.1 Εφαρμόζοντας τον νόμο της τριβής ολίσθησης, τη σχέση ισορροπίας των δυνάμεων στον άξονα γγ' και στον 2^ο νόμο του Νεύτωνα στον άξονα χχ' προκύπτει:

$$\left. \begin{array}{l} T = n_{ολ} \cdot N \\ \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = B \\ \Sigma F_x = ma \Rightarrow F - T = ma \end{array} \right\} \Rightarrow F - n_{ολ} \cdot B = ma \Rightarrow$$
$$\Rightarrow a = \frac{F - n_{ολ} \cdot B}{m} = 2 \text{ m/s}^2 \quad (1)$$

(Μονάδες 4)



Για τη μετατόπιση ισχύει:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a \Delta t^2$$

που, με τη βοήθεια της σχέσης (1), δίνει:

$$\Delta x = 25 \text{ m} \quad (2)$$

(Μονάδες 2)

4.2 Για τα έργα των τεσσάρων δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο έχουμε

$$W_F = F \cdot \Delta x \cdot \sin 0^\circ \quad \text{ή} \quad W_F = 1.500 \text{ J} \quad (3)$$

$$W_B = B \cdot \Delta x \cdot \sin 90^\circ \quad \text{ή} \quad W_B = 0 \text{ J}$$

$$W_N = N \cdot \Delta x \cdot \sin 270^\circ \quad \text{ή} \quad W_N = 0 \text{ J}$$

(Μονάδες 4)

$$\left. \begin{array}{l} W_T = T \cdot \Delta x \cdot \sin 180^\circ \\ T = n_{ολ} \cdot N \\ \Sigma F_y = 0 \Rightarrow T = B \end{array} \right\} W_T = -1.000 \text{ J} \quad (4)$$

(Μονάδες 3)

4.3 Από το ΘΜΚΕ έχουμε

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 - 0 = W_F + W_T \xrightarrow{(3),(4)} \frac{1}{2} m v^2 = 500 \text{ J}$$

και τελικά

$$v = 10 \text{ m/s}$$

(Μονάδες 5)

4.4 Η συνολική μάζα του γεμάτου κιβωτίου είναι $m_{ολ} = 50 \text{ Kg}$.

Έχουμε

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N' = B_{ολ} \quad \text{ή} \quad N' = 500 \text{ N} \quad \text{και}$$

$$T' = n_{ολ} \cdot N' \quad \text{ή} \quad T' = 200 \text{ N}$$

Σε ίσα χρονικά διαστήματα, τα δύο κιβώτια διανύουν ίσες αποστάσεις. Άρα έχουν την ίδια επιτάχυνση, δηλ.:

$$a' = 2 \text{ m/s}^2$$

Στο αποτέλεσμα αυτό θα καταλήγαμε και από την σχέση:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a' \Delta t^2 \quad \text{ή} \quad a' = 2 \text{ m/s}^2$$

(Μονάδες 4)

Από τον 2^ο Νόμο του Νεύτωνα έχουμε

$$\Sigma F_x = m_{ολ} a' \Rightarrow F' - T' = m_{ολ} a'$$

και τελικά

$$F' = 300 \text{ N}$$

(Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ 4

Μικρή σφαίρα, μάζας $m = 1 \text{ Kg}$, εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα $v_0 = 20 \text{ m/s}$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \text{ m/s}^2$.

4.1 Να υπολογίσετε το μέγιστο ύψος (h) που θα φτάσει η σφαίρα και το χρονικό διάστημα ($\Delta t_{αν}$) μέχρι να φτάσει στο ύψος αυτό (χρονικό διάστημα ανόδου).

Μονάδες 6

Στη συνέχεια η σφαίρα αρχίζει να κινείται κατακόρυφα προς την επιφάνεια της Γης.

4.2 Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα ($\Delta t_{καθ}$) μέχρις ότου η σφαίρα επιστρέψει στην επιφάνεια της Γης (χρονικό διάστημα καθόδου), καθώς και την ταχύτητα (v'_0) με την οποία αυτή επιστρέφει.

Μονάδες 6

4.3 Αν η μάζα της σφαίρας ήταν τετραπλάσια της αρχικής τα συμπεράσματα των δυο προηγούμενων ερωτημάτων θα ήταν τα ίδια ή διαφορετικά και γιατί;

Μονάδες 6

4.4 Να υπολογίσετε το έργο του βάρους της σφαίρας:

(α) κατά την άνοδό της και (β) κατά την κάθοδό της.

Τι συμπεραίνετε;

Μονάδες 7

Ενδεικτική Λύση

4.1 Κατά την άνοδο της σφαίρας η μόνη δύναμη που αυτή δέχεται είναι το βάρος της,

$$\Sigma F_y = ma \text{ ή } -mg = ma \text{ ή } a = -g$$

(Μονάδες 2)

Επομένως η σφαίρα, κατά την άνοδό της, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Άρα έχουμε:

$$\left. \begin{aligned} v &= v_0 - g\Delta t \\ y &= v_0\Delta t - \frac{1}{2}g\Delta t^2 \end{aligned} \right\}$$

Για $y = h$ είναι $v = 0$, δηλαδή:

$$\left\{ \begin{aligned} 0 &= v_0 - g\Delta t_{av} \\ h &= v_0\Delta t_{av} - \frac{1}{2}g\Delta t_{av}^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \Delta t_{av} &= \frac{v_0}{g} \\ h &= \frac{v_0^2}{2g} \end{aligned} \right\}$$

και τελικά

$$h = 20 \text{ m (1)}$$

$$\Delta t_{av} = 2 \text{ s (2)}$$

(Μονάδες 4)

4.2 Στη συνέχεια η σφαίρα εκτελεί ελεύθερη πτώση, επομένως

$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{1}{2}g\Delta t^2 \\ v &= g\Delta t \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\gamma\iota\alpha\ y=h} \left\{ \begin{aligned} h &= \frac{1}{2}g\Delta t_{καθ}^2 \\ v'_0 &= g\Delta t_{καθ} \end{aligned} \right\}$$

και τελικά

$$v'_0 = 20 \text{ m/s (3)}$$

$$\Delta t_{καθ} = 2 \text{ s (4)}$$

(Μονάδες 6)

4.3 Παρατηρούμε από τα ερωτήματα 4.1 και 4.2, ότι οι τελικές σχέσεις που μας δίνουν τα μεγέθη v'_0 , Δt_{av} και $\Delta t_{καθ}$ είναι ανεξάρτητες της μάζας της σφαίρας, επομένως τα αποτελέσματα θα παραμείνουν τα ίδια.

(Μονάδες 6)

4.4

Κατά την άνοδο:

$$W_B = B \cdot h \cdot \sin 180^\circ \text{ ή } W_B = -200 \text{ J}$$

(Μονάδες 2)

Κατά την κάθοδο:

$$W_B = B \cdot h \cdot \sin 0^\circ \text{ ή } W_B = 200 \text{ J}$$

(Μονάδες 2)

Το συνολικό έργο του βάρους κατά τη κλειστή διαδρομή $K \rightarrow A \rightarrow K$ είναι μηδέν.

(Μονάδες 3)

(Το ανωτέρω συμπέρασμα προκύπτει και από το γεγονός ότι η μοναδική δύναμη που ασκείται στη σφαίρα είναι το βάρος της, η οποία είναι συντηρητική δύναμη, επομένως $W_{B(K \rightarrow A \rightarrow K)} = 0$)

ΘΕΜΑ 4

Μικρή σφαίρα μάζας, $m = 2 \text{ Kg}$, αφήνεται από ύψος h και φτάνει στην επιφάνεια της Γης σε χρονικό διάστημα $\Delta t_{\Gamma\kappa\alpha\theta} = 2 \text{ s}$. Η σφαίρα φτάνει στο έδαφος με ταχύτητα $v_{\Gamma\kappa\alpha\theta}$. Αν μία ίδια σφαίρα αφεθεί από το ίδιο ύψος σε έναν πλανήτη Α θα φτάσει στην επιφάνειά του με ταχύτητα $v_{A\kappa\alpha\theta} = v_{\Gamma\kappa\alpha\theta}/2$.

Η αντίσταση του αέρα είναι και στις δύο περιπτώσεις αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας στη Γη είναι $g_{\Gamma} = 10 \text{ m/s}^2$.

4.1 Να υπολογίσετε το ύψος h , καθώς και την ταχύτητα $v_{\Gamma\kappa\alpha\theta}$ που έχει η σφαίρα φτάνοντας στην επιφάνεια της Γης.

Μονάδες 6

4.2 Να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας του πλανήτη Α (g_A).

Μονάδες 6

4.3 Αν $\Delta t_{A\kappa\alpha\theta}$ είναι το χρονικό διάστημα μέχρις ότου, η σφαίρα να φτάσει στην επιφάνεια του πλανήτη Α, να βρεθεί ο λόγος $\frac{\Delta t_{A\kappa\alpha\theta}}{\Delta t_{\Gamma\kappa\alpha\theta}}$.

Μονάδες 6

4.4 Να γίνουν στο ίδιο διάγραμμα σε βαθμονομημένους άξονες, οι γραφικές παραστάσεις $U = U(y)$, $K = K(y)$ και $E_{MHX} = E_{MHX}(y)$, όπου τα U , K και E_{MHX} αντιστοιχούν στην δυναμική, την κινητική και την μηχανική ενέργεια της σφαίρας στη Γη και το y στην απόσταση του σφαίρας από την επιφάνεια της Γης.

Μονάδες 7

Ενδεικτική Λύση

4.1 Η σφαίρα εκτελεί ελεύθερη πτώση, επομένως

$$\left. \begin{aligned} y_{\Gamma} &= \frac{1}{2} g_{\Gamma} \Delta t_{\Gamma}^2 \\ v_{\Gamma} &= g_{\Gamma} \Delta t_{\Gamma} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{για } y_{\Gamma}=h} \left\{ \begin{aligned} h &= \frac{1}{2} g_{\Gamma} \Delta t_{\Gamma\kappa\alpha\theta}^2 \\ v_{\Gamma\kappa\alpha\theta} &= g_{\Gamma} \Delta t_{\Gamma\kappa\alpha\theta} \end{aligned} \right\}$$

(Μονάδες 4)

και τελικά

$$\begin{aligned} h &= 20 \text{ m} \quad (1) \\ v_{\Gamma\kappa\alpha\theta} &= 20 \text{ m/s} \quad (2) \end{aligned}$$

(Μονάδες 2)

4.2 Η σφαίρα εκτελεί ελεύθερη πτώση και στον πλανήτη Α, επομένως

$$\left. \begin{aligned} y_A &= \frac{1}{2} g_A \Delta t_A^2 \\ v_A &= g_A \Delta t_A \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{για } y_A=h} \left\{ \begin{aligned} h &= \frac{1}{2} g_A \Delta t_{A\kappa\alpha\theta}^2 \\ v_{A\kappa\alpha\theta} &= g_A \Delta t_{A\kappa\alpha\theta} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

(Μονάδες 3)

$$v_{A\kappa\alpha\theta}^2 = 2g_A h \Rightarrow \left(\frac{v_{\Gamma\kappa\alpha\theta}}{2} \right)^2 = 2g_A h$$

και τελικά

$$g_A = 2,5 \text{ m/s}^2 \quad (3)$$

(Μονάδες 3)

4.3 Από τη σχέση $v_{A\kappa\alpha\theta} = g_A \Delta t_{A\kappa\alpha\theta}$ έχουμε:

$$\Delta t_{A\kappa\alpha\theta} = \frac{v_{A\kappa\alpha\theta}}{g_A} \Rightarrow \Delta t_{A\kappa\alpha\theta} = \frac{v_{\Gamma\kappa\alpha\theta}}{2g_A}$$

Με αντικατάσταση προκύπτει:

$$\Delta t_{A\kappa\alpha\theta} = 4 \text{ s} \quad (4)$$

(Μονάδες 4)

και τελικά:

$$\frac{\Delta t_{A\kappa\alpha\theta}}{\Delta t_{\Gamma\kappa\alpha\theta}} = 2$$

(Μονάδες 2)

4.4 Η μηχανική ενέργεια του σφαιριδίου ($E_{MHX} = K + U$) είναι σταθερή ίση με

$$E_{MHX} = U_{max} = mgh \quad \text{ή} \quad E_{MHX} = 400 \text{ J} \quad (5)$$

Η δυναμική ενέργεια του σφαιριδίου είναι ίση με

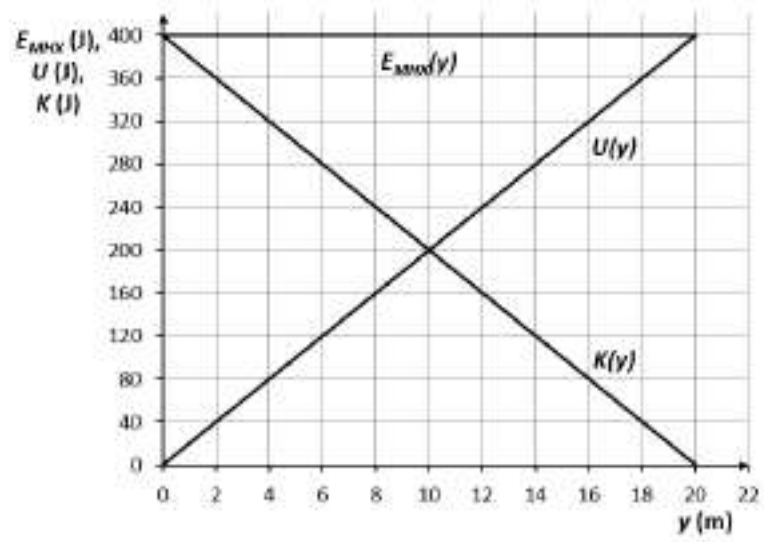
$$U(y) = mgy \quad \text{ή} \quad U(y) = 20y \quad (\text{στο S.I.}) \quad (6)$$

Η κινητική ενέργεια του σφαιριδίου είναι ίση με

$$K = E_{MHX} - U \xrightarrow{(5),(6)} K(y) = 400 - 20y \quad (\text{στο S.I.}) \quad (7)$$

(Μονάδες 4)

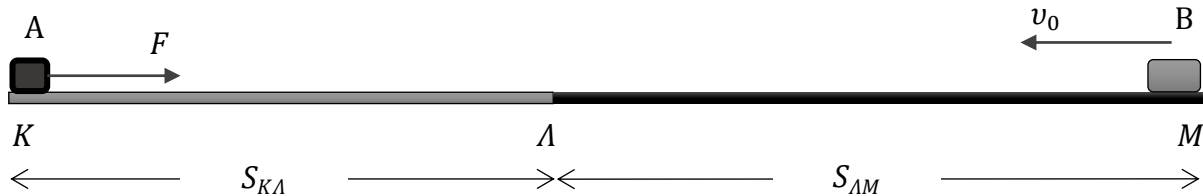
Με βάση τις σχέσεις (5), (6) και (7) το ζητούμενο διάγραμμα είναι:



(Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ 4

Στο αρχικά ακίνητο σώμα A, μάζας $m_A = 2 \text{ Kg}$, ασκείται, τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$, οριζόντια δύναμη $F = 20 \text{ N}$. Το σώμα A κινείται πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο KL , και φτάνει στο σημείο L με ταχύτητα $v_A = 60 \text{ m/s}$. Ένα δεύτερο σώμα B, διπλάσιας μάζας ($m_B = 2m_A$), διέρχεται, τη χρονική στιγμή t_0 , από το σημείο M του μη λείου οριζοντίου επιπέδου LM με ταχύτητα $v_0 = 42 \text{ m/s}$, κινούμενο όπως φαίνεται στο σχήμα.



Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος B και του επιπέδου LM είναι $n_{ολ} = 0,2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \text{ m/s}^2$.

4.1 Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα Δt_A μέχρι το σώμα A να φτάσει στο σημείο L , καθώς και το μήκος του λείου επιπέδου KL .

Μονάδες 6

4.2 Να υπολογίσετε το μήκος S_{LM} , αν γνωρίζετε ότι το σώμα B φτάνει στο σημείο L ταυτόχρονα με το σώμα A.

Μονάδες 8

4.3 Να υπολογίσετε τη κινητική ενέργεια των δύο σωμάτων όταν αυτά φτάνουν στο σημείο L .

Μονάδες 7

4.4 Αν γνωρίζετε ότι, κατά τη σύγκρουση των δύο σωμάτων στο σημείο L , ακινητοποιούνται και τα δύο, να υπολογίσετε τη μηχανική ενέργεια των δύο σωμάτων που μετατράπηκε, κατά τη σύγκρουση, σε άλλες μορφές ενέργειας.

(Επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας είναι το οριζόντιο επίπεδο κίνησης των δύο σωμάτων)

Μονάδες 4

Ενδεικτική Λύση

4.1 Το σώμα Α εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση ίση με

$$\alpha_A = \frac{F}{m_A}$$

ή

$$\alpha_A = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (1)$$

(Μονάδες 2)

Επομένως

$$\left. \begin{aligned} S_{KA} &= \frac{1}{2} \alpha_A \Delta t_A^2 \\ v_A &= \alpha_A \Delta t_A \end{aligned} \right\}$$

και τελικά

$$\Delta t_A = 6 \text{ s} \quad (2)$$

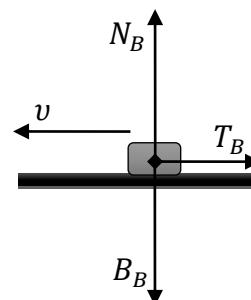
$$S_{KA} = 180 \text{ m} \quad (3)$$

(Μονάδες 4)

4.2 Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Β φαίνονται στο διπλανό σχήμα.

$$\left. \begin{aligned} T_B &= \mu \cdot N_B \\ \Sigma F_y &= 0 \Rightarrow N_B = B_B \\ \Sigma F_x &= m_B a_B \Rightarrow T_B = m_B a_B \end{aligned} \right\} a_B = 2 \text{ m/s}^2 \quad (4)$$

(Μονάδες 6)



Το σώμα Β εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, δεδομένου ότι η δύναμη T_B είναι αντίρροπη της ταχύτητας, επομένως

$$S_{AM} = v_0 \Delta t_B - \frac{1}{2} \alpha_B \Delta t_B^2 \xrightarrow{\Delta t_B = \Delta t_A} S_{AM} = 216 \text{ m} \quad (5)$$

(Μονάδες 2)

4.3 Η κινητική ενέργεια του σώματος Α είναι:

$$K_{A\tau\epsilon\lambda} = \frac{1}{2} m_A v_A^2 \quad \text{ή} \quad K_{A\tau\epsilon\lambda} = 3.600 \text{ J} \quad (6)$$

(Μονάδες 2)

Η ταχύτητα του σώματος Β όταν αυτό φτάνει στο σημείο Α είναι:

$$v_B = v_0 - \alpha_B \Delta t_B \xrightarrow{\Delta t_B = \Delta t_A} v_B = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (7)$$

(Μονάδες 2)

και η κινητική του ενέργεια είναι:

$$K_{B\tau\epsilon\lambda} = \frac{1}{2} m_B v_B^2 \quad \text{ή} \quad K_{B\tau\epsilon\lambda} = 1.800 \text{ J} \quad (8)$$

(Μονάδες 3)

4.4 Η ολική μηχανική ενέργεια των δύο σωμάτων είναι:

$$E_{ολ} = K_{Aτελ} + K_{Bτελ} \xrightarrow{(6),(8)} E_{ολ} = 5.400 \text{ J}$$

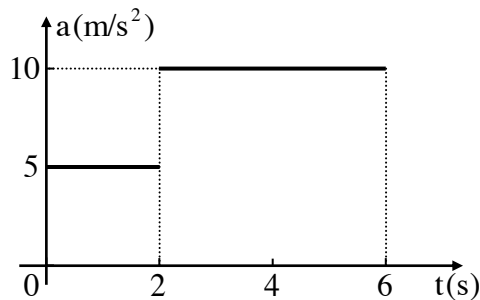
(Επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας είναι το οριζόντιο επίπεδο κίνησης των δύο σωμάτων).

Δεδομένου ότι τα δύο σώματα ακινητοποιήθηκαν, όλη η μηχανική ενέργειά τους, δηλ. 5.400 J, μετατράπηκε σε άλλες μορφές ενέργειας.

(Μονάδες 4)

ΘΕΜΑ 4

Ένα σώμα μάζας 2 Kg κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το διάγραμμα της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0 s - 6 s φαίνεται στο σχήμα. Η αρχική ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s είναι $v_0 = 0$ m/s.



4.1 Να συμπληρωθούν τα κενά στις επόμενες προτάσεις με έναν από τους όρους:

“ευθύγραμμη ομαλή” , “ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη” , “ευθύγραμμη επιταχυνόμενη”

Στο χρονικό διάστημα από 0 s – 2 s η κίνηση είναι

Στο χρονικό διάστημα από 2 s – 6 s η κίνηση είναι

Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας.

Μονάδες 4

4.2. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος τις χρονικές στιγμές $t_1 = 2$ s και $t_2 = 6$ s.

Μονάδες 6

4.3 Ποιο είναι το συνολικό διάστημα που διήνυσε το σώμα κατά το χρονικό διάστημα 0 s - 6 s και ποια η μέση ταχύτητά του το αντίστοιχο χρονικό διάστημα.

Μονάδες 8

4.4 Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης που ασκείται στο σώμα τα χρονικά διαστήματα 0 s - 2 s και 2 s - 6 s.

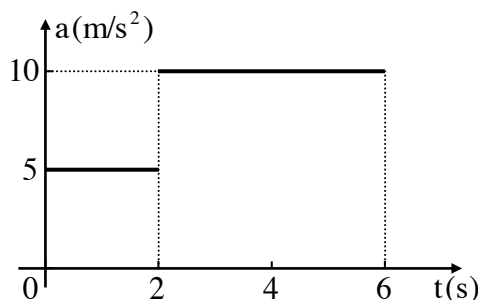
Τα αποτελέσματά σας επαληθεύουν το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας;

Μονάδες 7

Ενδεικτική Λύση

4.1 Εφόσον το σώμα δεν έχει αρχική ταχύτητα και στο χρονικό διάστημα από $0\text{ s} - 2\text{ s}$ κινείται με σταθερή επιτάχυνση $\alpha_1 = 5\text{ m/s}^2$, η κίνηση είναι αναγκαστικά ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

(Μονάδες 2)



Στο χρονικό διάστημα από $2\text{ s} - 6\text{ s}$ η κίνηση είναι επίσης ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, καθώς, σύμφωνα με το διάγραμμα επιτάχυνσης χρόνου, το σώμα κινείται στο παραπάνω χρονικό διάστημα με σταθερή επιτάχυνση $\alpha_2 = 10\text{ m/s}^2$, ομόρροπη της επιτάχυνσης που είχε κατά το χρονικό διάστημα $0\text{ s} - 2\text{ s}$.

(Μονάδες 2)

4.2 Η μεταβολή της ταχύτητας στην πρώτη φάση της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση

$$\Delta v_1 = \alpha \cdot \Delta t_1 \Rightarrow$$

$$\Delta v_1 = \left(+5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \cdot 2\text{ s} = +10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(Μονάδες 2)

Δεδομένου ότι $v_0 = 0\text{ m/s}$, έχουμε ότι τη χρονική στιγμή $t = 2\text{ s}$ η τελική ταχύτητα του σώματος είναι:

$$v_{t=2} = v_0 + \Delta v_1 = +10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(Μονάδες 2)

Με την ίδια μεθοδολογία βρίσκουμε:

$$\Delta v_2 = \left(+10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \cdot (6 - 2)\text{ s} = +40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(Μονάδα 1)

$$v_{t=6} = v_{t=2} + \Delta v_2 = +50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(Μονάδα 1)

4.3 Για το χρονικό διάστημα $0\text{ s} - 2\text{ s}$ έχουμε:

$$\Delta x_1 = v_0 \Delta t_1 + \frac{1}{2} \alpha_1 \Delta t_1^2$$

Αλλά $v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\alpha_1 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ και $\Delta t_1 = 2\text{ s}$ επομένως:

$$\Delta x_1 = +10\text{ m}$$

(Μονάδες 2)

Για το χρονικό διάστημα $2\text{ s} - 6\text{ s}$ έχουμε:

$$\Delta x_2 = v_{t=2} \Delta t_2 + \frac{1}{2} \alpha_2 \Delta t_2^2$$

Αλλά $v_{t=2} = +10 \frac{m}{s}$, $a_2 = 10 \frac{m}{s^2}$ και $\Delta t_2 = 4 s$ επομένως:

$$\Delta x_2 = +120 m$$

(Μονάδες 2)

Το συνολικό διάστημα που διήνυσε το σώμα είναι:

$$S = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 130 m$$

(Μονάδες 2)

και η μέση ταχύτητά του είναι:

$$v = \frac{S}{t_{ολικο}} \quad \text{ή} \quad v = \frac{130 m}{6 s} \quad \text{και τελικά} \quad v \cong 21,7 \frac{m}{s}$$

(Μονάδες 2)

4.4 Για το έργο της συνισταμένης δύναμης έχουμε:

Χρονικό διάστημα 0 s - 2 s:

$$W_{\Sigma F_1} = \Sigma F_1 \cdot \Delta x_1 = m \cdot a_1 \cdot \Delta x_1 = (2 \text{ Kg}) \cdot \left(+5 \frac{m}{s^2}\right) \cdot (+10 m) = +100 J$$

(Μονάδες 2)

Χρονικό διάστημα 2 s - 6 s:

$$W_{\Sigma F_2} = \Sigma F_2 \cdot \Delta x_2 = m \cdot a_2 \cdot \Delta x_2 = (2 \text{ Kg}) \cdot \left(+10 \frac{m}{s^2}\right) \cdot (+120 m) = +2.400 J$$

(Μονάδες 2)

Παρατηρούμε ότι το συνολικό έργο για το χρονικό διάστημα από 0 s - 6 s είναι:

$$W_{ολικο} = W_{\Sigma F_1} + W_{\Sigma F_2} \quad \text{ή} \quad W_{ολικο} = +2.500 J \quad (1)$$

Αλλά

$$\Delta K = K_{τελ} - K_{αρχ} = \frac{1}{2} m v_{t=6}^2 - 0 = +2.500 J \quad (2)$$

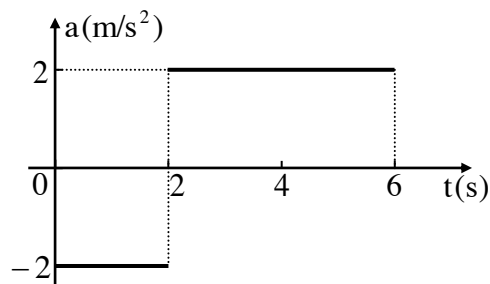
Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε

$$\Delta K = W_{ολικο}$$

(Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ 4

Ένα σώμα μάζας $m = 2 \text{ Kg}$ κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το διάγραμμα της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα $0 \text{ s} - 6 \text{ s}$ φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η αρχική θέση και η αρχική ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ είναι $x_0 = +10 \text{ m}$ και $v_0 = +4 \text{ m/s}$ αντίστοιχα.



4.1 Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος τις χρονικές στιγμές $t_1 = 2 \text{ s}$ και $t_2 = 6 \text{ s}$.

Μονάδες 8

4.2 Να υπολογίσετε τη θέση του σώματος τη χρονική στιγμή $t_2 = 6 \text{ s}$.

Μονάδες 6

4.3 Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του σώματος το χρονικό διάστημα $0 \text{ s} - 6 \text{ s}$.

Μονάδες 4

4.4 Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης που ασκείται στο σώμα τα χρονικά διαστήματα $0 \text{ s} - 2 \text{ s}$ και $2 \text{ s} - 6 \text{ s}$.

Τα αποτελέσματά σας επαληθεύουν το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας;

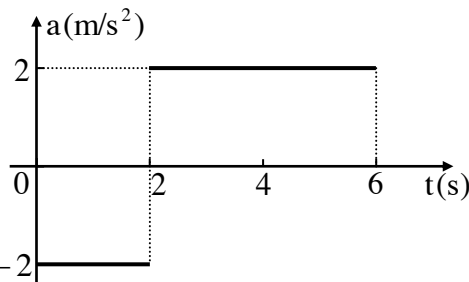
Μονάδες 7

Ενδεικτική Λύση

4.1 Η μεταβολή της ταχύτητας στην πρώτη φάση της κίνησης μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση

$$\Delta v_1 = \alpha \cdot \Delta t_1 \Rightarrow$$
$$\Delta v_1 = \left(-2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \cdot 2 \text{ s} = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(Μονάδες 2)



Δεδομένου ότι $v_0 = +4 \text{ m/s}$, έχουμε ότι τη χρονική στιγμή $t = 2 \text{ s}$ η τελική ταχύτητα του σώματος είναι:

$$v_{t=2} = v_0 + \Delta v_1 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(Μονάδες 2)

Με την ίδια μεθοδολογία βρίσκουμε:

$$\Delta v_2 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (6 - 2) \text{ s} = +8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(Μονάδες 2)

$$v_{t=6} = v_{t=2} + \Delta v_2 = +8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(Μονάδες 2)

4.2 Για το χρονικό διάστημα $0 \text{ s} - 2 \text{ s}$ έχουμε:

$$\Delta x_1 = v_0 \Delta t_1 + \frac{1}{2} \alpha_1 \Delta t_1^2$$

Αλλά $v_0 = +4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\alpha_1 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ και $\Delta t_1 = 2 \text{ s}$ επομένως:

$$\Delta x_1 = +4 \text{ m}$$

(Μονάδες 2)

Αφού $\Delta x_1 = x_{t=2} - x_0$, καταλήγουμε τελικά:

$$x_{t=2} = +14 \text{ m}$$

(Μονάδες 1)

Για το χρονικό διάστημα $2 \text{ s} - 6 \text{ s}$ έχουμε:

$$\Delta x_2 = v_{t=2} \Delta t_2 + \frac{1}{2} \alpha_2 \Delta t_2^2$$

Αλλά $v_{t=2} = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\alpha_2 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ και $\Delta t_2 = 4 \text{ s}$ επομένως:

$$\Delta x_2 = +16 \text{ m}$$

(Μονάδες 2)

Αφού $\Delta x_2 = x_{t=6} - x_{t=2}$ καταλήγουμε τελικά:

$$x_{t=6} = +30 \text{ m}$$

(Μονάδες 1)

4.3 Το συνολικό διάστημα που διήνυσε το σώμα είναι

$$S = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 20 \text{ m}$$

(Μονάδες 2)

και η μέση ταχύτητά του είναι:

$$v = \frac{S}{t_{\text{ολικο}}} \quad \text{ή} \quad v = \frac{20 \text{ m}}{6 \text{ s}} \quad \text{και τελικά} \quad v \cong 3,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(Μονάδες 2)

4.4 Για το έργο της συνισταμένης δύναμης έχουμε:

Χρονικό διάστημα 0 s - 2 s:

$$W_{\Sigma F_1} = \Sigma F_1 \cdot \Delta x_1 = m \cdot a_1 \cdot \Delta x_1 = (2 \text{ Kg}) \cdot \left(-2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \cdot (+4 \text{ m}) = -16 \text{ J}$$

(Μονάδες 2)

Χρονικό διάστημα 2 s - 6 s:

$$W_{\Sigma F_2} = \Sigma F_2 \cdot \Delta x_2 = m \cdot a_2 \cdot \Delta x_2 = (2 \text{ Kg}) \cdot \left(+2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \cdot (+16 \text{ m}) = +64 \text{ J}$$

(Μονάδες 2)

Παρατηρούμε ότι το συνολικό έργο για το χρονικό διάστημα από 0 s - 6 s είναι:

$$W_{\text{ολικο}} = W_{\Sigma F_1} + W_{\Sigma F_2} \quad \text{ή} \quad W_{\text{ολικο}} = +48 \text{ J} \quad (1)$$

Αλλά

$$\Delta K = K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = \frac{1}{2} m v_{t=6}^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = +48 \text{ J} \quad (2)$$

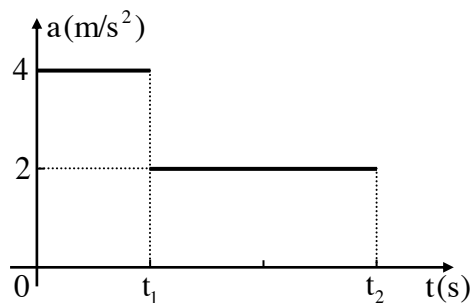
Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε

$$\Delta K = W_{\text{ολικο}}$$

(Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ 4

Ένα σώμα μάζας $m = 0,5 \text{ Kg}$ κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το διάγραμμα της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα $0 \text{ s} - t_2$ φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η αρχική ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ είναι $v_0 = 0 \text{ m/s}$.



4.1 Να συμπληρώσετε τα κενά στις επόμενες προτάσεις με έναν από τους όρους:

“ευθύγραμμη ομαλή”, “ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη”, “ευθύγραμμη επιταχυνόμενη”

Στο χρονικό διάστημα από $0 \text{ s} - t_1$ η κίνηση είναι

Στο χρονικό διάστημα από $t_1 - t_2$ η κίνηση είναι

Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας.

Μονάδες 4

4.2 Να προσδιορίσετε τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2 αν γνωρίζετε ότι οι ταχύτητες του σώματος τις χρονικές αυτές στιγμές είναι $v_1 = +40 \text{ m/s}$ και $v_2 = +80 \text{ m/s}$ αντίστοιχα.

Μονάδες 7

4.3 Ποιο το συνολικό διάστημα που διήνυσε το σώμα το χρονικό διάστημα $0 \text{ s} - t_2$.

Μονάδες 7

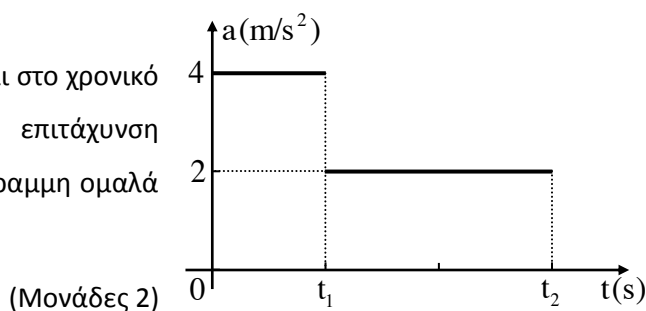
4.4 Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης που ασκείται στο σώμα το χρονικό διάστημα $t_1 - t_2$.

Τα αποτελέσματά σας επαληθεύουν το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας;

Μονάδες 7

Ενδεικτική Λύση

4.1 Εφόσον το σώμα δεν έχει αρχική ταχύτητα και στο χρονικό διάστημα από $0\text{ s} - t_1$ κινείται με σταθερή επιτάχυνση $\alpha_1 = 4\text{ m/s}^2$, η κίνηση είναι αναγκαστικά ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.



(Μονάδες 2)

Στο χρονικό διάστημα $t_1 - t_2$ η κίνηση είναι επίσης ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, καθώς, σύμφωνα με το διάγραμμα επιτάχυνσης χρόνου, το σώμα κινείται στο παραπάνω χρονικό διάστημα με σταθερή επιτάχυνση $\alpha_2 = 2\text{ m/s}^2$, ομόρροπη της επιτάχυνσης που είχε κατά το χρονικό διάστημα $0\text{ s} - t_1$.

(Μονάδες 2)

4.2 Η εξίσωση της ταχύτητας είναι: $v = v_0 + a\Delta t$, από την οποία προκύπτει

$$\Delta t = \frac{v - v_0}{a} \quad (1)$$

(Μονάδες 1)

Για το χρονικό διάστημα από $0\text{ s} - t_1$ από τη σχέση (1) έχουμε:

$$\Delta t_1 = \frac{(+40) - 0}{4} \text{ s} \Rightarrow t_1 - t_0 = 10 \text{ s}$$

και τελικά

$$t_1 = 10 \text{ s}$$

(Μονάδες 3)

Για το χρονικό διάστημα από $t_1 - t_2$ από τη σχέση (1) έχουμε:

$$\Delta t_2 = \frac{(+80) - (+40)}{2} \text{ s} \Rightarrow t_2 - t_1 = 20 \text{ s}$$

και τελικά

$$t_2 = 30 \text{ s}$$

(Μονάδες 3)

4.3 Η εξίσωση θέσης του σώματος είναι

$$x = x_0 + v_0\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x = v_0\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2 \quad (2)$$

(Μονάδες 1)

Για το χρονικό διάστημα από $0\text{ s} - 10\text{ s}$ από τη σχέση (2) έχουμε:

$$\Delta x_1 = \left[0 + \frac{1}{2}(+4) \cdot 10^2 \right] \text{ m} \Rightarrow \Delta x_1 = +200 \text{ m}$$

(Μονάδες 2)

Για το χρονικό διάστημα από 10 s – 30 s από τη σχέση (2), και δεδομένου ότι η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 10$ s είναι $v_0 = +40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, έχουμε:

$$\Delta x_2 = \left[(+40) \cdot 20 + \frac{1}{2} (+2) \cdot 20^2 \right] \text{ m} \Rightarrow \Delta x_2 = +1200 \text{ m}$$

(Μονάδες 3)

Και το διάστημα είναι

$$S = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| \text{ ή } S = 1400 \text{ m}$$

(Μονάδες 1)

4.4 Για το έργο της συνισταμένης δύναμης για το χρονικό διάστημα 10 s - 30 s έχουμε:

$$W_{\Sigma F_2} = \Sigma F_2 \cdot \Delta x_2 = m \cdot a_2 \cdot \Delta x_2 = (0,5 \text{ Kg}) \cdot \left(+2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \cdot (+1200 \text{ m}) = +1200 \text{ J} \quad (3)$$

(Μονάδες 3)

Αλλά

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = +1200 \text{ J} \quad (4)$$

(Μονάδες 3)

Από τις σχέσεις (3) και (4) έχουμε

$$\Delta K = W_{\Sigma F_2}$$

Άρα τα αποτελέσματα συμφωνούν με το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας.

(Μονάδες 1)